



31-46-17-83
(39.13)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Топовой Алисы Владимировны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
31-46-17-83 (39.13)	72	4	8	12	12	12	12	12	0

31-46-17-83
(39.13)

Черновик) 1) 3, 5, 6, 3

$\frac{3}{3}$ $\frac{5 \cdot 4}{2300}$ $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6}$
вр-б 2300 3шага!

2)

Зуниверсала

72 (семьдесят два)

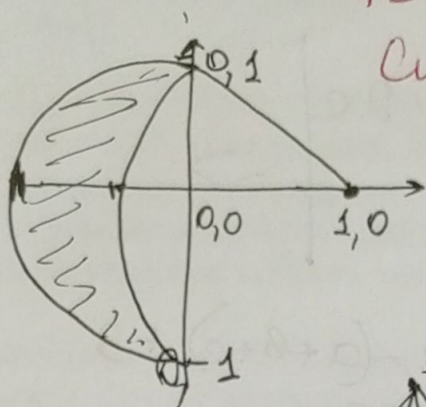
Синус

$\frac{3}{3}$ $\frac{3 \cdot 5}{2300}$
1вр-б 1у 2300

$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6}$

3шага!

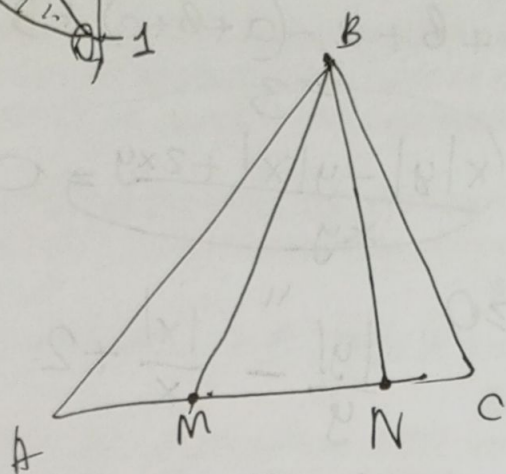
2у 6шага



$\frac{3}{3}$ $\frac{3 \cdot 2}{2}$
1вр-б 2300

$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 6 \cdot 5}$
3шага

6шага, (1у)

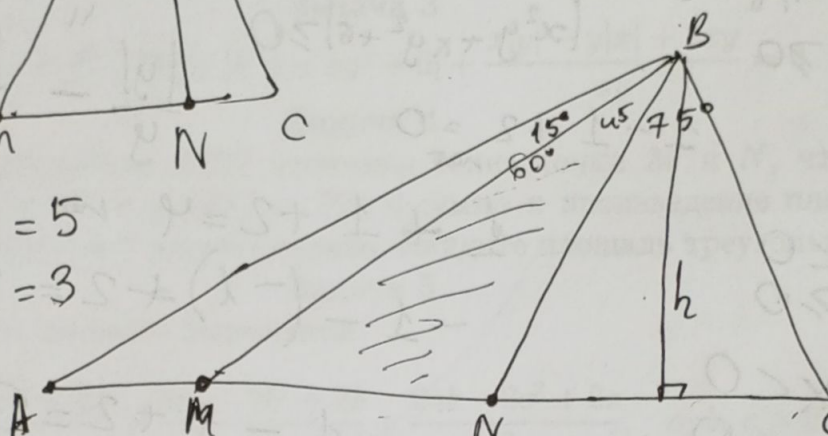


$\frac{3}{3}$ $\frac{3 \cdot 2}{2}$ $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6}$
1вр-б 2300 8у

$S_{ABM} + S_{NBC} = 5$

$S_{ABM} \cdot S_{NBC} = 3$

$S_{ABC} = ?$



S
45
+15

60
+75

135
-180

45

$S_{ABM} = \frac{1}{2} h \cdot AM$

$S_{NBC} = \frac{1}{2} h \cdot NC$

$\frac{1}{2} h \cdot AM + \frac{1}{2} h \cdot NC = 5$

$\frac{1}{2} h (AM + NC) = 5$

$\frac{1}{4} h^2 \cdot AM \cdot NC = 3$

$\frac{1}{4} h^2 AM \cdot NC = 3$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} h \cdot (AM + MN + NC) = \frac{1}{2} h (AM + NC) +$

$+ \frac{1}{2} h \cdot MN = 5 + \frac{1}{2} h \cdot MN = 5 + \frac{1}{2} S_{BNM}$

$\frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin 15^\circ = S_{ABM}$

$\frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin 75^\circ = S_{NBC}$

$\frac{1}{4} AB \cdot BC \cdot BM \cdot BN \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin 75^\circ = S_{ABM} \cdot S_{NBC} = 3$

$\frac{1}{4} (AB \cdot BC) \cdot (BM \cdot BN) \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin 75^\circ = 3$

Черновик 2

$$\frac{bc}{a} - a + 1 + \frac{ca}{b} - b + 1 + \frac{ab}{c} - c + 1 = A$$

$$\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq 2a$$

$$\frac{bc}{a} - a \geq 2\sqrt{\frac{bc \cdot ca}{a \cdot b}}$$

$$\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq 2\sqrt{\frac{bc \cdot ca}{a \cdot b}} = 2c \Rightarrow$$

$$\frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq 2a$$

$$\frac{bc}{a} + \frac{ab}{c} \geq 2b \quad A \geq a+b+c - (a+b+c) + 3 = 3$$

$$(x^3 + y^3 - 19) + (x^2y + xy^2 + 6) + \frac{x|y| - y|x| + 2xy}{xy} = 0$$

$$x^3 + y^3 - 19 \geq 0$$

$$x^2y + xy^2 + 6 \geq 0$$

$$\frac{|y|}{y} - \frac{|x|}{x} + 2$$

1) $x \geq 0$
 $y \geq 0$

$$1 - 1 + 2 = 0$$

$$1 + 1 + 2 = 4 \text{ нет}$$

$$-1 - (-1) + 2 = 2 \text{ нет}$$

2) $x < 0$
 $y \geq 0$

$$-1 - 1 + 2 = 0$$

3) $x < 0$
 $y < 0$

4) $x \geq 0$
 $y < 0$

$$\begin{cases} x^3 + y^3 - 19 = 0 \\ xy(x+y) + 6 = 0 \end{cases}$$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) - 19 = 0$$

$$(x+y)((x+y)^2 - 2xy - xy) - 19 = 0$$

$$\begin{cases} u(u^2 - 3v) - 19 = 0 \\ uv + 6 = 0 \end{cases}$$

$$u^3 - 3uv - 19 = 0$$

$$uv + 6 = 0$$

$$uv = -6$$

$$u^3 - 3 \cdot (-6) - 19 = 0$$

$$x+y = 1$$

$$v = -\frac{6}{u}$$

$$u^3 + 18 - 19 = 0$$

$$v = -\frac{6}{1} = -6$$

$$u^3 = 1 \quad (u=1)$$

$$x(1-y) = -6$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{cases} x+y = 1 \\ xy = -6 \end{cases}$$

$$x - xy = -6$$

$$D = 4 + 4 \cdot 6 = 28$$

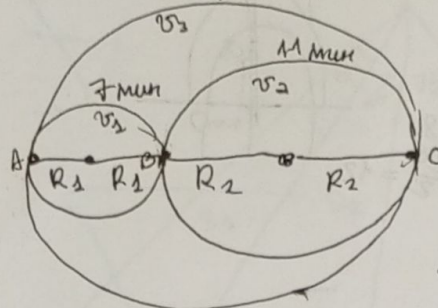
$$x(1-x) = -6$$

$$\sqrt{D} = 2\sqrt{7}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 2\sqrt{7}}{2}$$

31-46-17-83
(39,13)

Черновик 3



AB - 7 мм 15 мм
BC - 11 мм 25 мм
AC - 17 мм

$$\pi R_1 = AB$$

$$\pi R_2 = BC$$

$$\pi(R_1 + R_2) = AB + BC = 40 \text{ мм}$$

$$v_1 = \frac{15 \text{ мм}}{7 \text{ мин}}$$

$$v_2 = \frac{25 \text{ мм}}{11 \text{ мин}} = 2 \frac{3}{11} \frac{\text{мм}}{\text{мин}}$$

$$= 2 \frac{1}{7} \frac{\text{мм}}{\text{мин}} < v_2$$

$$1 \text{ час } 25 \text{ мин} = 85 \text{ мин}$$

$$v_3 = \frac{40 \text{ км}}{17 \text{ мин}} = 2 \frac{6}{17} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$$

$$7x + 11y + 17z = 85$$

$$17 \cdot 5 = 85 + 35 = 85$$

1) $17z = 85$
 $z = 5$

$$z \leq 5$$

2) $z \neq 5$
 $z = 4$

$$7x + 11y + 17 \cdot 4 = 85$$

$$7x + 11y = 17$$

3) $z = 3$

$$7x + 11y = 34$$

$$y = 0$$

$$y = 1$$

$$y = 0 \text{ нет}$$

$$y = 1 \text{ нет}$$

$$y = 2 \text{ нет}$$

$$y = 3 \text{ нет}$$

$$7x = 17$$

$$7x + 11 = 17$$

$$7x = 6 \text{ нет}$$

4) $z = 2$

$$7x + 11y = 51$$

$$y = 0 \text{ нет}$$

$$y = 1$$

$$y = 2$$

$$y = 3$$

$$y = 4$$

$$7x + 11 = 51$$

$$7x + 22 = 51$$

$$7x + 33 = 51$$

$$7x + 44 = 51$$

$$7x = 51 - 44 = 7$$

$$x = 1 \quad y = 4 \quad z = 2$$

5) $z = 1$

$$7x + 11y + 17 = 85$$

$$y = 1$$

$$y = 2$$

$$y = 3$$

$$y = 4$$

$$y = 5$$

$$y = 6$$

$$7x + 11y + 17 = 85$$

$$7x + 11y = 68$$

$$7x = 17$$

$$7x = 57$$

$$7x = 57 - 44 = 13$$

$$y = 1$$

$$y = 2$$

$$y = 3$$

$$y = 4$$

$$y = 5$$

$$y = 6$$

$$7x + 33 = 68$$

$$7x = 35$$

$$x = 5 \quad y = 3 \quad z = 1 \text{ ОТВ}$$

$$7 \cdot 5 + 11 \cdot 3 + 17 = 35 + 33 + 17 = 85$$

6) $z = 0$

$$7x + 11y = 85$$

$$y = 0 \text{ нет}$$

$$y = 1 \text{ нет}$$

$$y = 2 \text{ нет}$$

$$y = 3 \text{ нет}$$

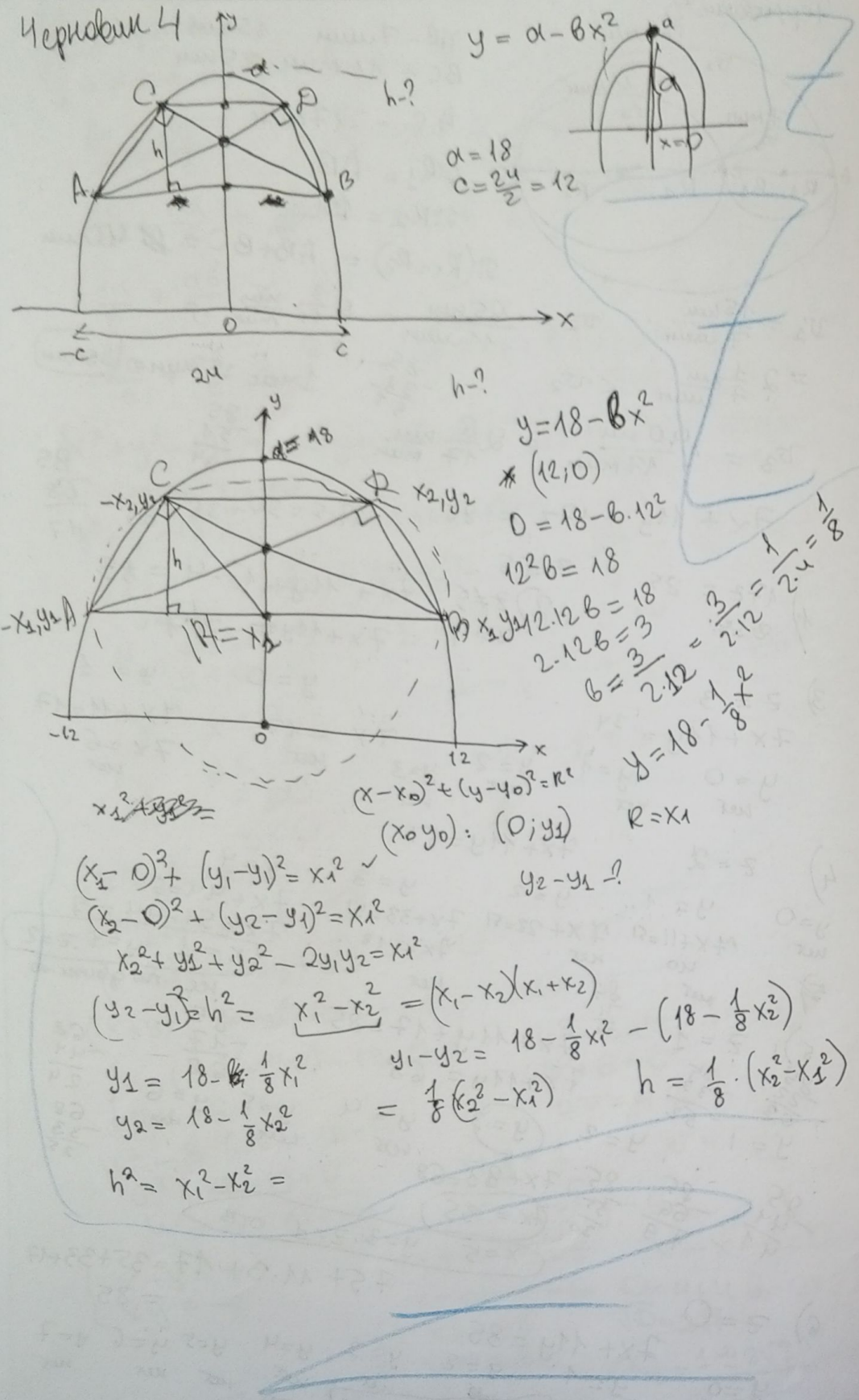
$$y = 4 \text{ нет}$$

$$y = 5 \text{ нет}$$

$$y = 6 \text{ нет}$$

$$y = 7 \text{ нет}$$

Черновик 4



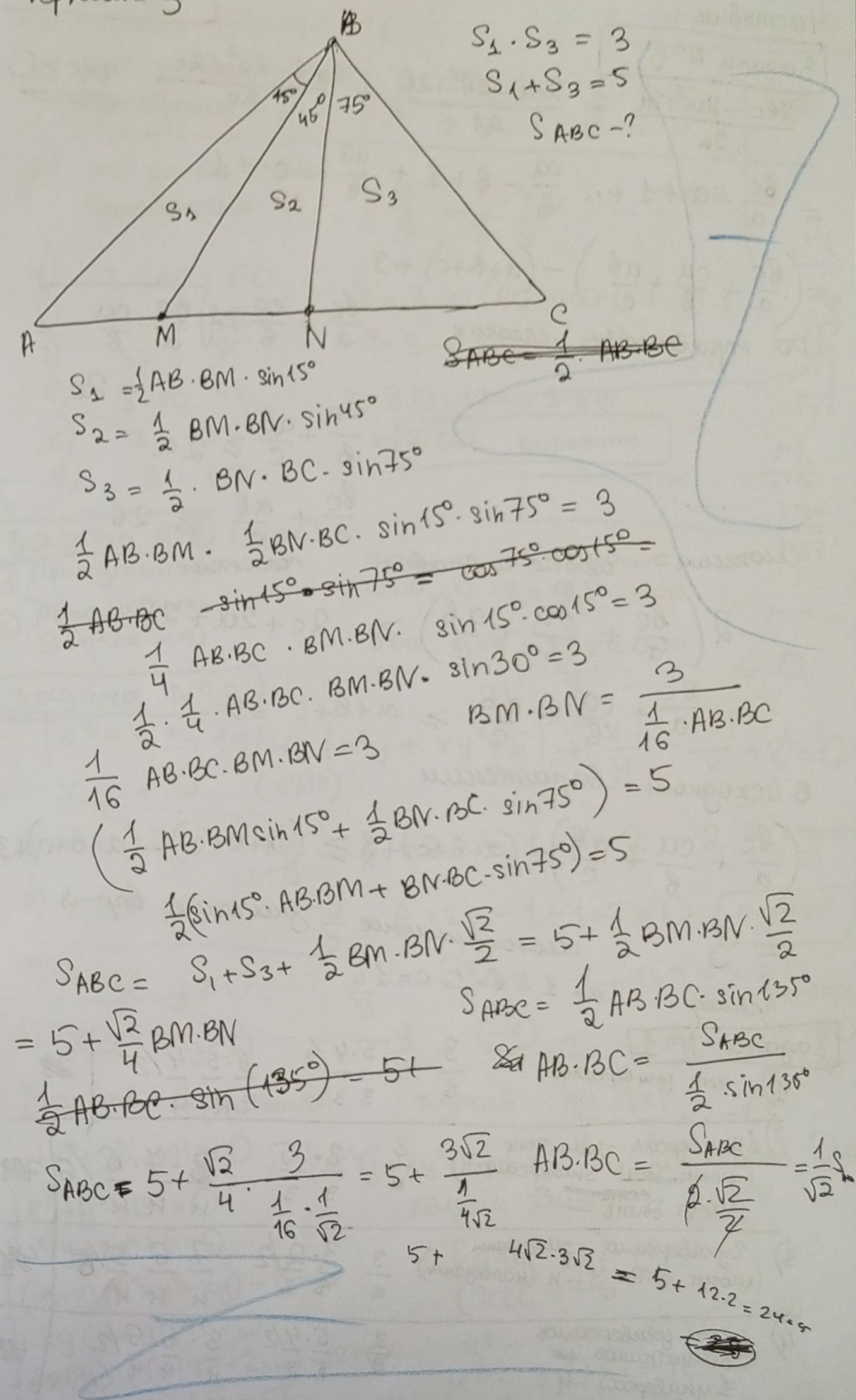
$y = \alpha - \beta x^2$
 $\alpha = 18$
 $c = \frac{24}{2} = 12$

$y = 18 - \beta x^2$
 $(12, 0)$
 $0 = 18 - \beta \cdot 12^2$
 $12^2 \beta = 18$
 $2 \cdot 12 \beta = 18$
 $\beta = \frac{3}{2 \cdot 12} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

$(x_1 - 0)^2 + (y_1 - 4)^2 = R^2$
 $(x_2 - 0)^2 + (y_2 - 4)^2 = R^2$
 $x_1^2 + y_1^2 + y_2^2 - 2y_1 y_2 = x_1^2$
 $(y_2 - y_1)^2 h^2 = x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$
 $y_1 = 18 - \frac{1}{8} x_1^2$
 $y_2 = 18 - \frac{1}{8} x_2^2$
 $h^2 = x_1^2 - x_2^2 =$

31-46-17-83
(39.13)

Черновик 5



$S_1 \cdot S_3 = 3$
 $S_1 + S_3 = 5$
 $S_{ABC} = ?$

$S_1 = \frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin 15^\circ$
 $S_2 = \frac{1}{2} BM \cdot BN \cdot \sin 45^\circ$
 $S_3 = \frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin 75^\circ$
 $\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin 75^\circ = 3$
 $\frac{1}{4} AB \cdot BC \cdot BM \cdot BN \cdot \sin 30^\circ = 3$
 $\frac{1}{16} AB \cdot BC \cdot BM \cdot BN = 3$
 $BM \cdot BN = \frac{3}{16} AB \cdot BC$
 $(\frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin 15^\circ + \frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin 75^\circ) = 5$

$S_{ABC} = S_1 + S_3 + \frac{1}{2} BM \cdot BN \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 + \frac{1}{2} BM \cdot BN \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 135^\circ$
 $AB \cdot BC = \frac{S_{ABC}}{\frac{1}{2} \sin 135^\circ}$
 $S_{ABC} = 5 + \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{3}{\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = 5 + \frac{3\sqrt{2}}{\frac{1}{4\sqrt{2}}} = 5 + 12 \cdot 2 = 24$

Чистовик

Задача №5

$$\frac{2bc - 2a^2 + 2a}{2a} + \frac{2ca - 2b^2 + 2b}{2b} + \frac{2ab - 2c^2 + 2c}{2c} \quad abc > 0$$

$$= \frac{bc}{a} - a + 1 + \frac{ca}{b} - b + 1 + \frac{ab}{c} - c + 1$$

$$= \left(\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \right) - (a+b+c) + 3$$

по неравенству средних

$$\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq 2\sqrt{\frac{bc}{a} \cdot \frac{ca}{b}} = 2c$$

$$\frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq 2a$$

$$\frac{bc}{a} + \frac{ab}{c} \geq 2b$$

Сложим левую и правую части:

$$2 \left(\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \right) \geq 2c + 2a + 2b$$

$$\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq a+b+c \Rightarrow$$

В исходном выражении

$$\left(\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \right) - (a+b+c) + 3 \geq (a+b+c) - (a+b+c) + 3$$

$$= 3 \quad \text{— минимальное значение выражения}$$

пример $a=1 \quad b=1 \quad c=1$

Задача №1

1) нет универсалов	$\frac{3}{B}$	$\frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 3}$	$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{H \cdot H \cdot H}$	н
2) 1 универсал — защитник (могут дать универсалитет Н) (могут дать есть)	$\frac{3}{B}$	$\frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 3}$	$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{H \cdot H \cdot H}$	н
3) 2 универсала — защитники (могут дать у — н (кападаочи))	$\frac{3}{B}$	$\frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 3}$	$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{H \cdot H \cdot H}$	н
4) нет универсалов — защитников, 1 универсал — н	$\frac{3}{B}$	$\frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 3}$	$\frac{3 \cdot 6 \cdot 5}{H \cdot H \cdot H}$	н

Чистовик

продолжение задачи №1

5) нет универс. — защит. 2 универсала — н	$\frac{3}{B}$	$\frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 3}$	$\frac{3 \cdot 2 \cdot 6}{H \cdot H \cdot H}$	н
---	---------------	-------------------------------	---	--------------

6) нет универс. — защит. 3 универсала — н	$\frac{3}{B}$	$\frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 3}$	$\frac{1 \cdot 8 \cdot 1}{H \cdot H \cdot H}$	н
---	---------------	-------------------------------	---	--------------

- $3 \cdot 10 \cdot 60$
- $3 \cdot 15 \cdot 56$
- $3 \cdot 3 \cdot 35$
- $3 \cdot 10 \cdot 45$
- $3 \cdot 10 \cdot 18$
- $3 \cdot 10$

$$S = 3 \cdot 10 (60 + 45 + 18 + 1) + 3 \cdot 3 \cdot (35 + 5 \cdot 56) = 30 \cdot 124 + 9 \cdot 315 = 7565 \text{ вариантов}$$

Задача №8 (уген)

- Присутствует 9: $900 \dots 0 \cdot 1 = 9000 \dots 0$
 $900 \dots 0 \cdot 2 = 18 \dots 000$
- рассмотреть $S(n^2) = S(n)$
 $900 \dots 0 \cdot 3 = \frac{272000}{9} \leq 0$

Задача №3

$$|x^3 + y^3 - 19| + |x^2y + xy^2 + 6| + \left(\frac{|y|}{y} - \frac{|x|}{x} + 2 \right) = 0$$

$x, y \neq 0$ (0/03)

- $x, y \geq 0$ $\frac{y}{y} - \frac{x}{x} + 2 = 1 - 1 + 2 = 2$ не подходит (≥ 0)
- $x \geq 0, y < 0$ $-\frac{y}{y} - \frac{x}{x} + 2 = -1 - 1 + 2 = 0$ подходит
- $x < 0, y \geq 0$ $\frac{y}{y} - \frac{(-x)}{x} + 2 = 1 + 1 + 2 = 4 \geq 0$ не подх.
- $x < 0, y < 0$ $-\frac{y}{y} - \frac{(-x)}{x} + 2 = -1 + 1 + 2 = 2 \geq 0$ не подх.

Единств. возможный случай $\frac{|y|}{y} - \frac{|x|}{x} + 2 = 0$

$$|x^3 + y^3 - 19| \geq 0; |x^2y + xy^2 + 6| \geq 0 \text{ и их сумма } 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^3 + y^3 - 19 = 0 \\ x^2y + xy^2 + 6 = 0 \end{cases}$$

введем замену $u = x+y$
 $v = xy$

$$\Rightarrow \begin{cases} u(u^2 - 3v) - 19 = 0 \\ v(u - 6) = 0 \end{cases}$$

$$u^3 - 3uv - 19 = 0$$

$$u^3 - 3 \cdot (-6) - 19 = 0$$

$$\Rightarrow u = 1 \quad v = \frac{-6}{1} = -6$$

Чистовик
Продолжение задачи №3

стр. 3

$u = 1 \quad v = -6$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ xy=-6 \\ x(1-x)=-6 \\ x-x^2+6=0 \\ x^2-x-6=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \\ x=-2 \\ y=3 \end{cases} \quad (\text{симметричная система})$$

По ограничению $x \geq 0 \quad y < 0 \quad x=3; y=-2$ подходит

$(3^3 + (-2)^3 - 19) = (27 - 8 - 19) = 0$ ($x \neq 0; y \neq 0$)

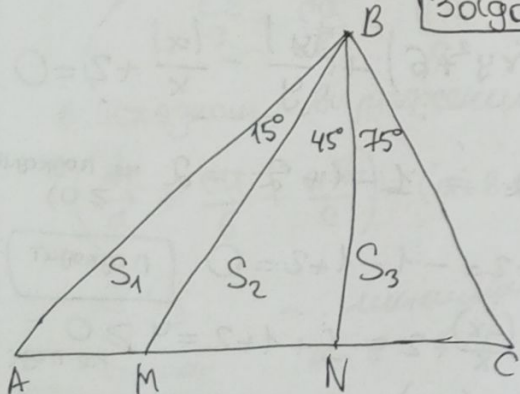
$|3 \cdot 4 + (-2) \cdot 9 + 6| = |12 - 18 + 6| = 0$

$\frac{3 \cdot 2 - (-2) \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot (-2)}{3 \cdot (-2)} = \frac{6 + 6 - 2 \cdot 6}{-6} = \frac{12 - 12}{-6} = 0$

Верно

Ответ: $x=3; y=-2$

Задача №4



$S_1 + S_3 = 5$
 $S_1 \cdot S_3 = 3$
 $S_{ABC} = ?$

$S_1 = \frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin 15^\circ$

$S_2 = \frac{1}{2} BM \cdot BN \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4} BM \cdot BN$

$S_3 = \frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin 75^\circ$

$S_1 \cdot S_3 = 3$

$\frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin 15^\circ \cdot \frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin 75^\circ = 3$

$\frac{1}{4} AB \cdot BM \cdot BN \cdot BC \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ = 3$

$\frac{1}{8} AB \cdot BM \cdot BN \cdot BC \cdot \sin 30^\circ = 3$

$\frac{1}{16} AB \cdot BC \cdot BM \cdot BN = 3 \quad (1)$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin(15^\circ + 45^\circ + 75^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{4} AB \cdot BC \quad (2)$

$S_{ABC} = S_1 + S_2 + S_3 = 5 + S_2 = 5 + \frac{\sqrt{2}}{4} BM \cdot BN \quad (3)$

Чистовик
Продолжение задачи №4

стр. 4

Решим систему (1), (2), (3):

из (1) $BM \cdot BN = \frac{3}{\frac{1}{16} AB \cdot BC}$

из (2) $AB \cdot BC = \frac{S_{ABC} \cdot 4}{\sqrt{2}}$

$BM \cdot BN = \frac{16 \cdot 3}{AB \cdot BC} = \frac{16 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}}{4 S_{ABC}} = \frac{12\sqrt{2}}{S_{ABC}}$

В (3) $S_{ABC} = 5 + \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{S_{ABC}} = 5 + \frac{24}{4 S_{ABC}} = 5 + \frac{6}{S_{ABC}}$

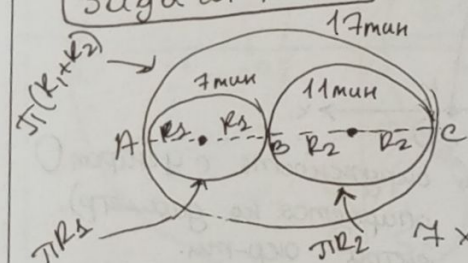
$S_{ABC}^2 = 5 S_{ABC} + 6$

$S_{ABC}^2 - 5 S_{ABC} - 6 = 0$

$D = 25 + 4 \cdot 6 = 49 \quad \sqrt{D} = 7 \quad S_{ABC} = \frac{5 \pm 7}{2} = 6 > 0$
 $= -1$

Ответ: $S_{ABC} = 6$

Задача №6



$AC = AB + BC = 40$ км
Общее время 85 мин

Пусть x, y, z - полуокружностей вида AB, BC, AC есть в пути - автомобиля
Общее время составит

$7x + 11y + 17z = 85$

Заметим, что $0 \leq z \leq 5$ ($17 \cdot 5 = 85$)

Рассмотрим все возможные случаи
1) $z=5 \Rightarrow x=0 \quad y=0$ не возможно (нечетное число) из условий движения

2) $z=4 \quad 7x + 11y = 17$
 $y=1 \quad y=2 \quad y=3 \quad y=4 \quad y=5 \quad y=6$

2) $z=4 \quad 7x + 11y = 17 \quad y=1 \quad y=0$

3) $z=3 \quad 7x + 11y = 34 \quad y=0 \quad y=1 \quad y=2 \quad y=3$

4) $z=2 \quad 7x + 11y = 51 \quad y=0 \quad y=1 \quad y=2 \quad y=3, 4, 5$

$\forall y=4 \quad x=1 \quad z=2$

5) $z=1 \quad 7x + 11y = 68 \quad x=5 \quad y=3 \quad z=1 \quad y=0 \quad y=1 \quad y=2 \quad y=3, 4, 5, 6$

Чистовик
продолжение задачи №6

стр. 5

6) $z=0$ $7x+11y=85$

$y=0$ $y=1$ $y=2$ $y=3$ $y=4$ $y=5$ $y=6$ $y=7$

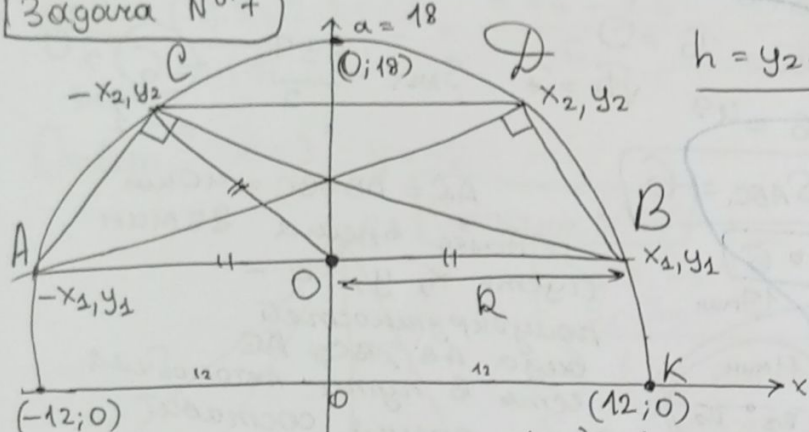
$y=2$ $x=9$ $z=0$

Все варианты

$x=9$ $y=2$ $z=0$	невозможен по усл. движения
$x=5$ $y=3$ $z=1$	$5 \cdot 15 + 3 \cdot 25 + 1 \cdot 40 = 190$ км
$x=1$ $y=4$ $z=2$	невозможен по условиям движения

Ответ: 190 км

Задача №7



$h = y_2 - y_1 - ?$

1) $ACDB$ - впис. $(\angle ACB = \angle ADB)$ в окружность с центром O радиусом $R = x_1$ (прямой угол опирается на диаметр) и $O: (0; y_1)$ - координаты центра окр-ти

2) $y = a - bx^2$ $a = 18$
 $y = 18 - bx^2$ $K(12;0): 0 = 18 - b \cdot 12^2$
 $y = 18 - \frac{1}{8}x^2$ $\Rightarrow b = \frac{12^2}{18} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4}{18} = 8$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2): y_1 = 18 - \frac{1}{8}x_1^2$ $\frac{1}{b} = 8 \Rightarrow b = \frac{1}{8}$
 $y_2 = 18 - \frac{1}{8}x_2^2$
 $y_2 - y_1 = 18 - \frac{1}{8}x_2^2 - (18 - \frac{1}{8}x_1^2) = \frac{1}{8}x_1^2 - \frac{1}{8}x_2^2 = \frac{1}{8}(x_1^2 - x_2^2)$

3) $D(x_2, y_2) \in$ окружности с центром O и $R = x_1$

Чистовик
продолжение задачи №7

стр. 6

$(x_2 - 0)^2 + (y_2 - y_1)^2 = x_1^2$

$(y_2 - y_1)^2 + x_2^2 = x_1^2$

$(y_2 - y_1)^2 = x_1^2 - x_2^2$

из пункта 2

//

h

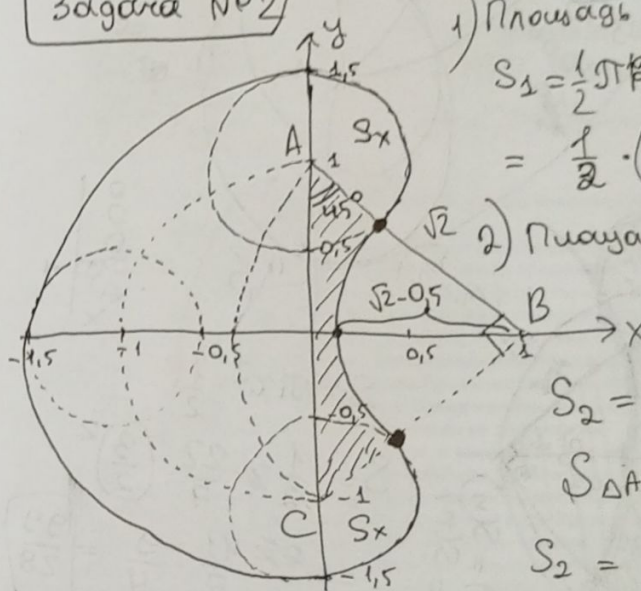
$x_1^2 - x_2^2 = \frac{y_2 - y_1}{1} \cdot 8$

$h^2 = x_1^2 - x_2^2 = \frac{h}{1} \cdot 8 = 8h$

$h^2 = 8h \Rightarrow h = 8$

Ответ: $h = 8$

Задача №2



1) Площадь фигуры слева от Oy

$S_1 = \frac{1}{2} \pi R^2 = \pi \cdot (1,5)^2 \cdot \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \pi = \frac{9}{8} \pi$

2) Площадь заштрихов. части

$S_2 = \frac{1 \cdot 2}{2} - \frac{1}{4} \pi \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)^2$

$S_2 = 1 - \frac{1}{4} \pi \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)^2$

S_x - площадь доли круга радиусом 0,5

$\frac{S_x}{\pi \cdot 0,5^2} = \frac{135^\circ}{360^\circ} = \frac{45 \cdot 3}{45 \cdot 8} = \frac{3}{8}$

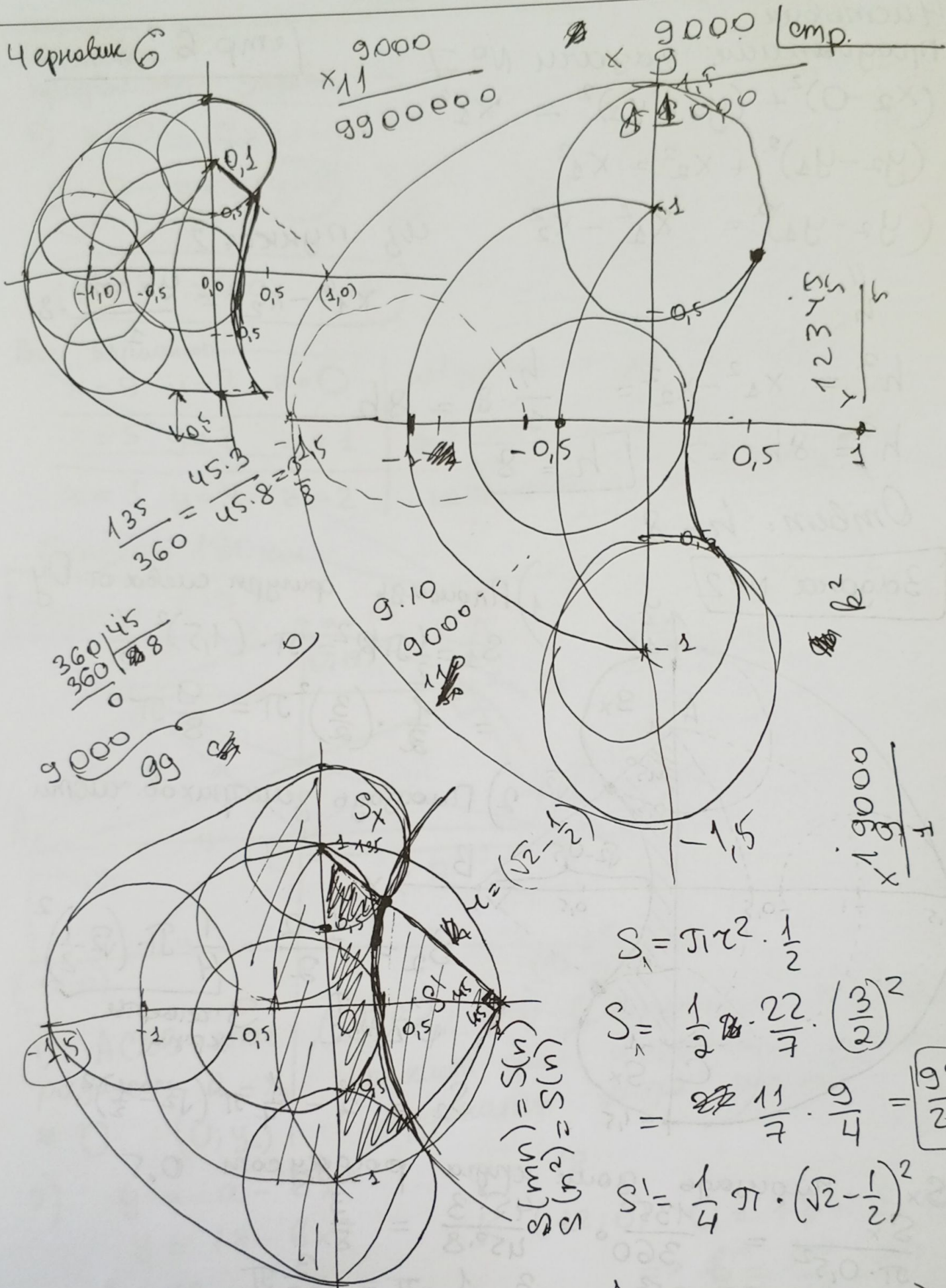
$S_x = \frac{3\pi \cdot 0,5^2}{8} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi = \frac{3}{32} \pi$

$S_{\text{фигуры}} = S_1 + S_2 + 2S_x = \frac{9}{8} \pi + 1 - \frac{1}{4} \pi \left(2 + \frac{1}{4} - \sqrt{2}\right)$

$+ 2 \cdot \frac{3}{32} \pi = \frac{29}{28} \pi + 1 - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{16} - \frac{\pi \sqrt{2}}{4} + \frac{3}{16} \pi$

$= \frac{21}{16} \pi + \frac{15}{16} - \frac{\pi \cdot 8}{2 \cdot 8} - \frac{\pi \sqrt{2} \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{(13 - 4\sqrt{2})\pi + 15}{16}$

Черновик 6



$S_{11} = 1 - \frac{1}{4} \pi \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)^2$

$S_0 = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$

$S_x = \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot 0.5^2 = \frac{3}{8} \pi \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{32} \pi$

$S(mn) = S(n)$

$S(n^2) = S(n)$

$S(mn) = S(n)$
 $S(2n) = S(n)$

99
 2
 1800
 2700

9000
 9000
 99
 36

44444
 999999
 9000000