



0 172496 700006

17-24-96-70  
(40.1)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 2

Место проведения Москва  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Потатенко Степана Андреевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата  
«25» февраля 2027 года

Подпись участника  
[Signature]

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	$\Sigma$
12	4	4	12	12	12	0	0	56

56 (пятьдесят шесть) Чистовик

1) ↓

Число способов выбрать 2 змею и 3 кап, так, что среди кап нет универс:

$$(C_4^2 + C_4^1 \cdot C_3^1 + C_3^2) \cdot C_7^3$$

так, что 1 универс:

$$(C_4^2 + C_4^1 \cdot C_2^1 + C_2^2) \cdot C_3^1 \cdot C_7^2$$

так, что 2:

$$(C_4^2 + C_4^1 \cdot C_1^1) \cdot C_3^2 \cdot C_7^1$$

так, что 3:

$$C_4^2 \cdot C_3^3$$

Тогда разн способов выбрать "полевых" - сумма этих. А чтобы выбрать змею и брестарей, то число нужно домножить на  $C_3^1$

$$3 \left( (6 + 4 \cdot 3 + 3) \cdot 35 + (6 + 4 \cdot 2 + 1) \cdot 3 \cdot 21 + (6 + 4 \cdot 1) \cdot 3 \cdot 7 + 6 \cdot 1 \right) =$$

$$= 3(735 + 245 + 210 + 6) = 3 \cdot 1196 = 5688$$

Ответ: 5688 способов

## Частовбак

и пусть  $r_1$  и  $r_2$  - это  $\frac{AB}{2}$  и  $\frac{BC}{2}$  соотв  
 тогда  $\pi r_1 = 15 \text{ км}$      $\pi r_2 = 25 \text{ км}$

тогда  $\pi(r_1 + r_2) = 40 \text{ км}$  - длина окруж. А.

тогда весь маршрут мы можем подить  
 на полные круги и на маршрут ABCA  
 (возможный), т.е. в каждую точку он  
 приехал столько раз, сколько выехал.

при этом, если он ~~не~~ проехал по фр.  
 окр, то считаем за окружность, а если  
 он проехал ~~к~~ раз через точку,  
 изменив окружность, то он проехал  
 по 2 окружностям обоих типов. Тогда

очевидно, что маршрут ABCA был  
 (тоже) (ACBA - одно и то же). Т.е. число  
 минут нечетно  $\Rightarrow 95 - 5 - 13 - 19 = 58$

$$58 = 2(a \cdot 5 + b \cdot 13 + c \cdot 19) \quad 29 = a \cdot 5 + b \cdot 13 + c \cdot 19$$

это уравн имеет 1 реш в цел. числах:  
 $a=2 \quad b=1 \Rightarrow$  кол-во километров - это

$$5 \cdot 15 + 25 + 3 \cdot 40 = 4 \cdot 40 + 60 = 220 \text{ км}$$

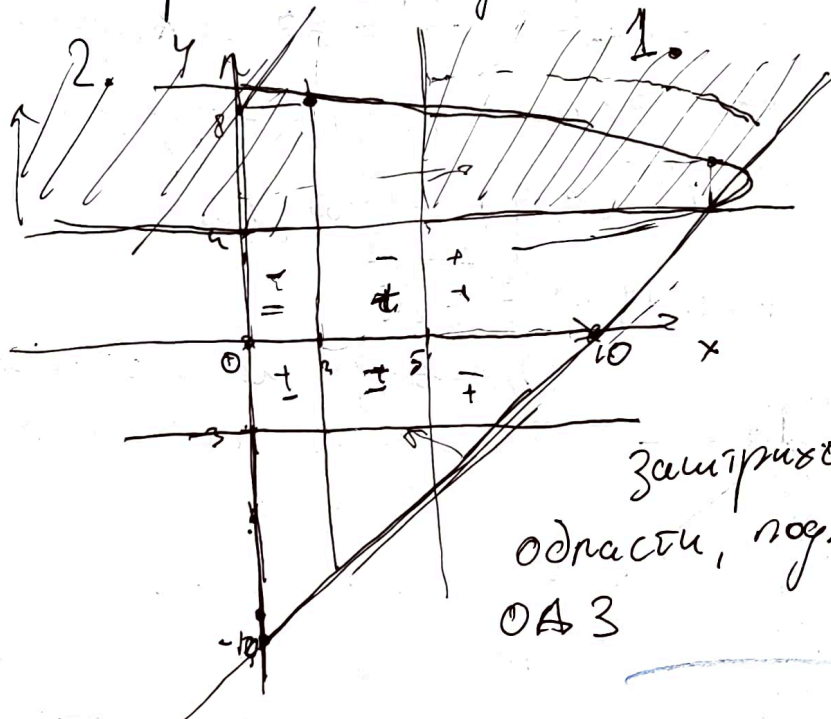
Ответ: 220 км

Чистовик

вз  
 ①  $(xy + 3x - 2y - 6) | y - x - 8 | = (x - 5) | xy + 3x - 2y - 6 |$

②  $\sqrt{y - x + 10} = y - 4$

$(xy + 3x - 2y - 6) = (x - 2)(y + 3) ; y \geq 4$   
 $y \geq x - 10$  } ОДЗ  
 при  $x \geq 5 \rightarrow (x - 2)(y + 3) \geq 0$   
 при  $x \leq 5 \rightarrow (x - 2)(y + 3) \leq 0$



Заштрихованная  
 область, подход по  
 ОДЗ

из ②:  $\sqrt{t - x + 14} = t$   
 $t^2 - t - (14 - x) = 0$   
 $t = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4(14 - x)}}{2}$

$f(x) = y = \frac{9 \pm \sqrt{57 - 4x}}{2}$

при подстановке в  
 $x \neq 4$  корни ч.и.б,  
 при  $x = 2$  корень для  
 ОДЗ = 8.

в 1 части:  $y < 8 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow (y - x - 8) \leq 0 \Rightarrow |y - x - 8| = 8 + x - y = x - 5 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow y \in \mathbb{Z}, \text{ но } y < 8 \Rightarrow$  в 1 части корней нет  
 во 2 части если  $y < 8$ , то  
 $x + 8 - y = 5 - x \Rightarrow y = 2x + 3$ , но при  $x \leq 2$   $y \leq 7$ ,  
 а  $f(x) \geq 8 \Rightarrow$  таких корней нет

# Числован

$$y \geq x + 8 \Rightarrow$$

$$y - x - 8 = 5 - x \Rightarrow y = 13$$

$$\Rightarrow 13 = \frac{9 + \sqrt{57 - 4x}}{2}$$

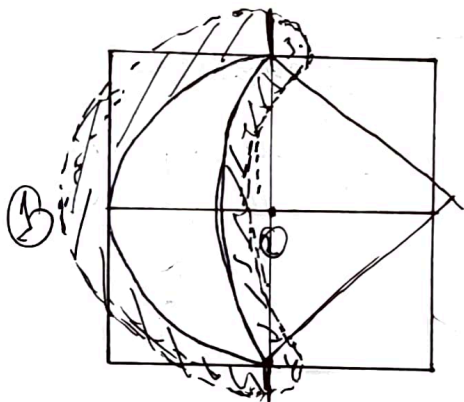
$$17 = \sqrt{57 - 4x} \Rightarrow 289 = 57 - 4x$$

$$\Rightarrow -x = \frac{289 - 57}{4} = 58 \Rightarrow \text{некорень}$$

только один  $(x, y) = (-58; 13)$

Ответ:  $(x, y) = (-58, 13)$

$$\sim 2 \quad \text{Ответ: } 1 + \pi \cdot \frac{417 - 8\sqrt{2}}{1024}$$



Площадь нового месяца - это сумма площадей старого  $\frac{1}{2}$  и частей 1, 2, 3 и 4.

Площадь старого месяца была  $1 + \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{\pi(\sqrt{2})^2}{4} = 1$

Площадь части 1:  $\frac{\pi(1.25)^2}{2} - \frac{\pi \cdot 1^2}{2}$

Площадь 2 части:  $\frac{\pi(\sqrt{2})^2}{4} - \frac{\pi(\sqrt{2} - 0.25)^2}{4}$

А площадь 3 и 4 частей в сумме:  $2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.25^2}{4} = \frac{135}{360} = \frac{3}{8}$

Тогда общая площадь будет:

$$1 + \frac{\pi \cdot 25}{64} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(2 + \frac{1}{16} - 0.5\sqrt{2})}{4} + \frac{3\pi}{64} = 1 + \frac{28\pi - 2\pi + \frac{\pi}{16} - \frac{\pi}{\sqrt{2}}}{64} = 1 + \pi \cdot \frac{417 - 8\sqrt{2}}{1024} = 1 + \pi \cdot \frac{26 \cdot 16 + 1 - 8\sqrt{2}}{64 \cdot 16}$$

## Чистовик

нб

т.к. высота точки  $S_1$   $OS = 8$ .

А т.к. ширина = 16, то

$$8 - bx^2 = 0, \text{ и } x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{8}{b}} \Rightarrow 2x = 2\sqrt{\frac{8}{b}} = 16$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{8}{b}} = 8 \Rightarrow b = \frac{1}{8}$$

$\Rightarrow$  пусть для т.к. углы  $\angle ACS = \angle ADS = 90^\circ$

то т.к.  $C$  и  $D$  лежат на окр<sup>ж</sup> с диаметром  $AB$ ,  $\Rightarrow$  центр окружности лежит на

оси ординат  $\Rightarrow \frac{1}{2}x^2 = 8 - y$

$\Rightarrow x^2 = 8(8 - y)$  - это квадрат радиуса

окружности, то  $x^2 + \left(-\frac{x^2}{8} + 8 - y\right)^2 = 8(8 - y)$

$$x^2 + \left(\frac{1-x^2}{8}\right)^2 = 1 \quad 64 \geq 1 \geq 0, \text{ так же } x^2 \leq 1$$

$$1 - x^2 = \left(\frac{1-x^2}{8}\right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{1-x^2}{64} \Rightarrow 1-x^2 = 64$$

$$1 - 64 = x^2 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow \text{радиус равен}$$

$\Rightarrow$  расстояние  $AB$  - лежит в центре,  $CD = 8$

$\Rightarrow$  расстояние между ними равно 8.

Ответ: расстояние между  $AB$  и  $CD = 8$

# Чисто бик

15

$$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2}$$

$$f\left(\frac{x-4}{x}\right) = -\frac{2}{x}$$

$$f\left(1 - \frac{4}{x}\right) = -\frac{2}{x}$$

$$f(1+2y) = y$$

$$\Rightarrow f(y) = f(y) = 2x \pm \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$  гна ~~ф~~  $f(y)$  - нулевая

$$f(f(x)) = (k(k(k \dots (kx+b)+b)+b)+b) \dots + b) \dots + b)$$

ты гна нулевая - это значит, что  $k^n x = \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2048}$

Ответ:  $xy = \frac{1}{2048} = 2^{-11}$



Исходник

a, b

линейная комбинация векторов  
 $(1 - (-7), 5 - 4, 9 - 3) = (8, 1, 6)$

и  $(-5 - (-7), 8 - 4, 7 - 3) = (2, 4, 4)$

засякают все точки, лежащие  
 в нулевой плоскости

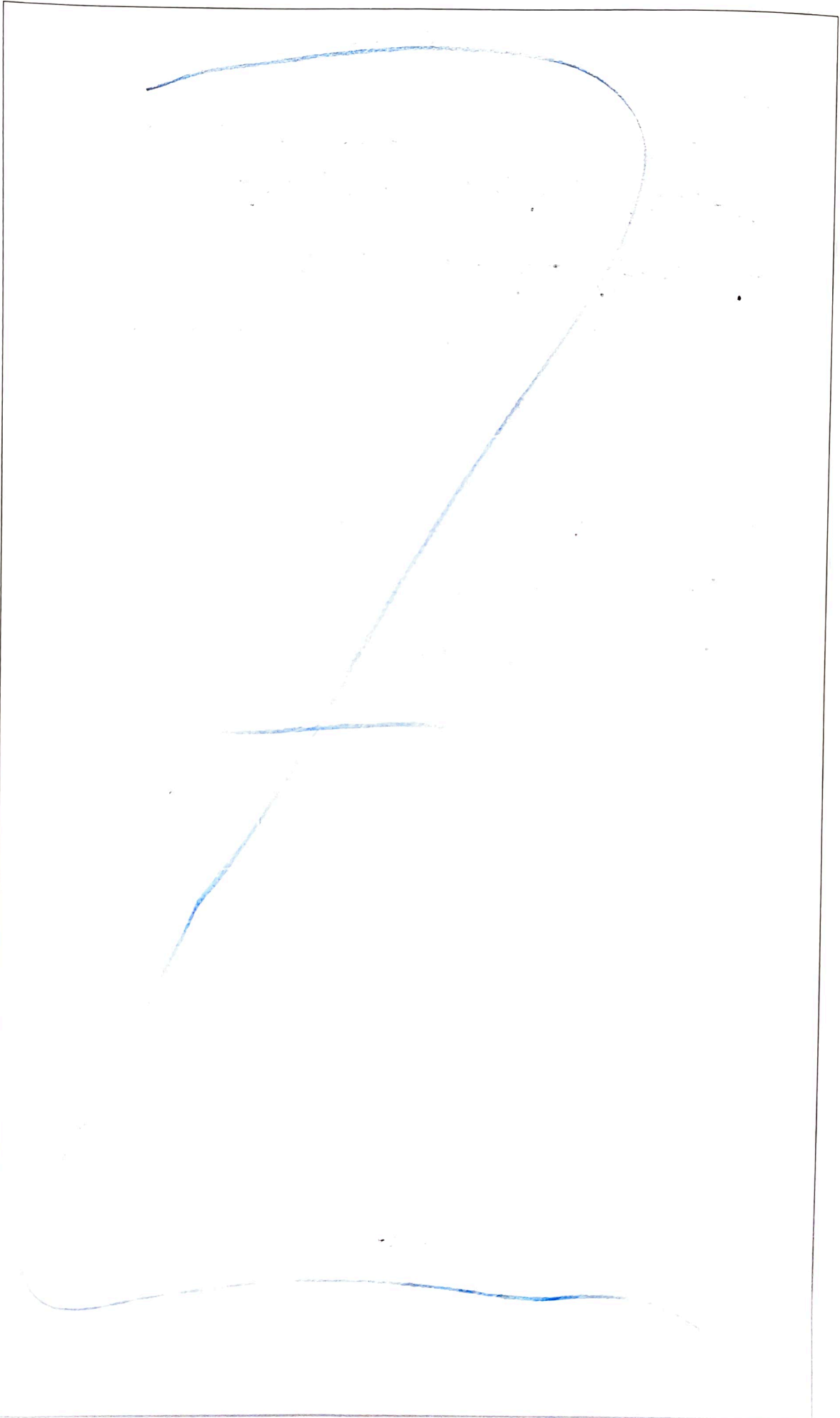
$$x = -7 + a \cdot 8 + b \cdot 2 = x$$

$$y = a \cdot 1 + b \cdot 4 = y \Rightarrow a \in \mathbb{R}$$

$$z = a \cdot 6 + b \cdot 4 = z$$

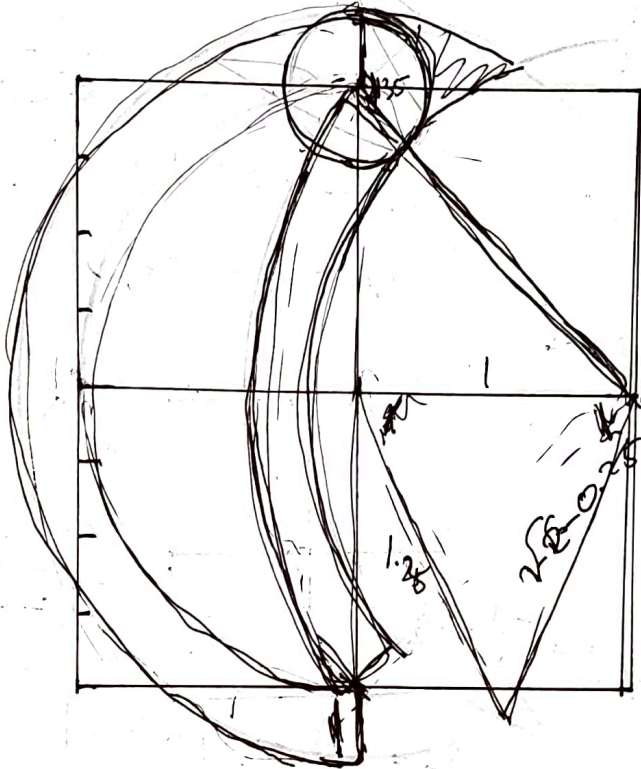


ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



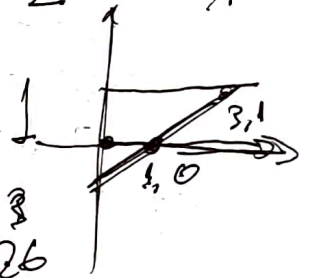
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чертежи



$$\frac{\pi \cdot 1.25^2}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$2 + \frac{\pi \cdot 1.25^2}{2} = \frac{\pi \cdot 2}{4}$$



$$\frac{\pi \cdot 2.25^2}{4} = \frac{\pi \cdot 26}{16} = \frac{15.6}{4} = 3.9$$

$$f(x,y) = 3 + \frac{\pi(1.25)^2}{2} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi(2.25)^2}{4} - \frac{\pi(2.25-0.25)^2}{4}$$

$$f\left(\frac{x-4}{x}\right) = -\frac{2}{x}$$

$$f(1+2y, y)$$

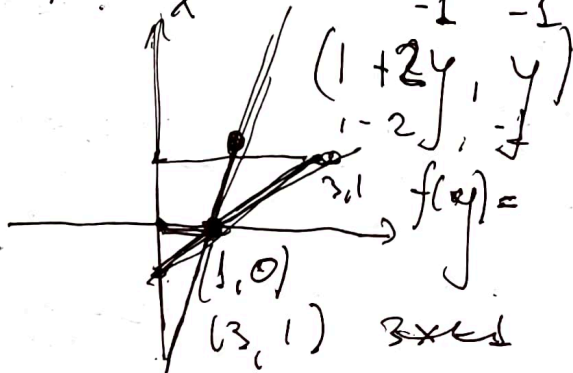
$$f(y) = f\left(1 - \frac{4}{x}\right) = -\frac{2}{x} \quad \left(1 - \frac{4}{x}; -\frac{2}{x}\right)$$

$$\left(1 + 2y, y\right)$$

$$x =$$

$$1 - 2y = x$$

$$f(x) = y$$



$$f(y) =$$

3x+1

Черновик

$$f(0) = -1/2$$

$$f(-1/2) = -3/4$$

$$f(-3/4) =$$

$$\frac{x-2}{x+2} = -1/2$$

$$f\left(\frac{1}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2} \rightarrow$$

$$\rightarrow f(y) \rightarrow -\frac{2y}{x-2}$$

$$|4y - 3x - 2y - 6| =$$

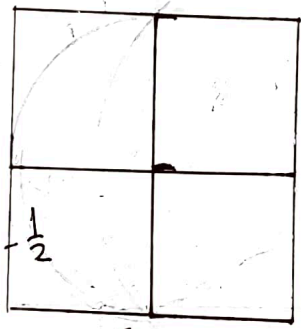
$$= (x-2)(y+3)$$

$$x-2 = -0.5x \rightarrow$$

$$1.5x = 2$$

$(-58; 13)$

$$x = \frac{2}{1.5} = \frac{4}{3}$$



$$\sqrt{y-x+10} =$$

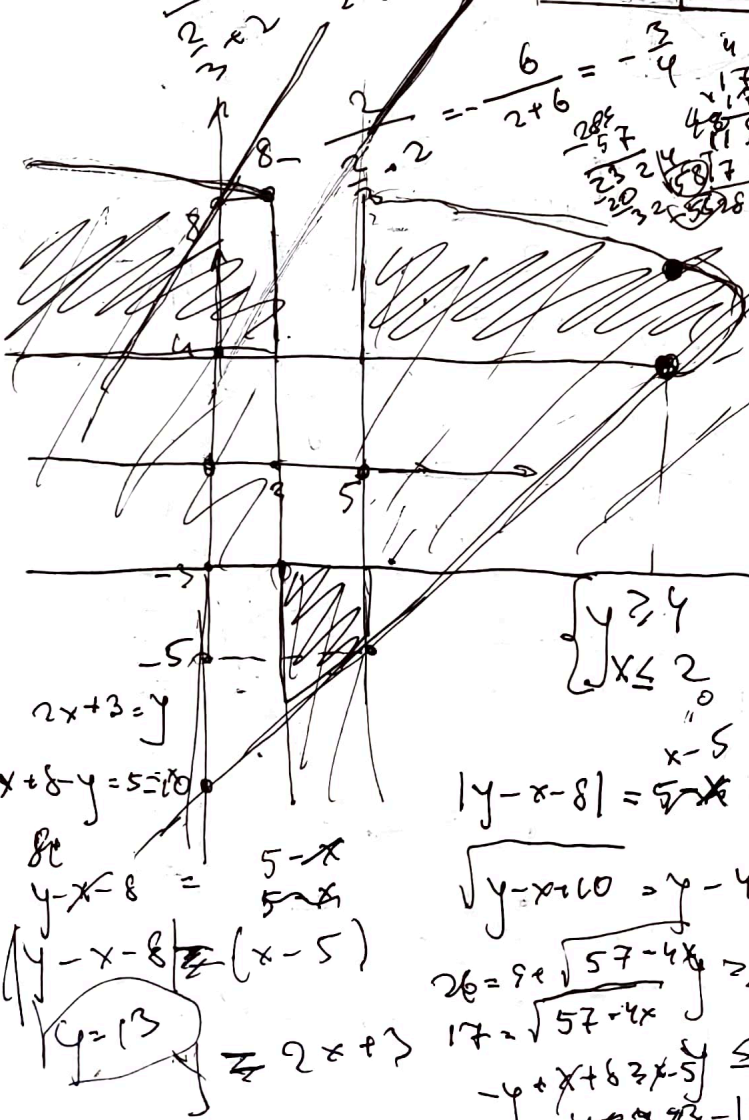
$$y-4$$

$$\sqrt{y-x+10+4} =$$

$$y-4$$

$$\frac{2-2}{2+2} = \frac{2-6}{2+6} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{2+6} = -\frac{3}{4}$$



$$\sqrt{-x+14} =$$

$$56 + \sqrt{-x+14} = 2$$

$$\sqrt{-x+14} = 0$$

$$-x+14 = 0$$

$$x = 14$$

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1+57-4x}}{2}$$

$$\begin{cases} y \geq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 4 \\ y \geq x-10 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

$$|y-x-8| = 5$$

$$\sqrt{y-x+10} = y-4$$

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{57-4x}}{2}$$

$$26 = 9 + \sqrt{57-4x} \Rightarrow x \geq 8$$

$$17 = \sqrt{57-4x}$$

$$-y + x + 8 \geq x - 5$$

$$\frac{9 \pm \sqrt{57-20}}{2}$$

$$\frac{9 + \sqrt{37}}{2}$$

$$2x+3=y$$

$$x+8-y=5 \Rightarrow 0$$

$$y-x-8 = 5-x$$

$$|y-x-8| \geq (x-5)$$

$$y=13$$

$$\geq 2x+3$$

$$y \geq x-13$$

# Чертежник

$$y = a - bx^2$$

$$a = 8$$

$$8 - bx^2$$

$$8 = bx^2$$

$$8 = x^2$$

$$8 - \frac{x^2}{8} = 0$$

$$x^2 + 64y^2 + \frac{x^4}{64} - 16y - 2x^2 +$$

$$x^2 + 64y^2 + \frac{x^4}{64} - 16y - 2x^2 +$$

$$y^2 - 8y + \frac{x^4}{64} - x^2 + \frac{x^2y}{4} \geq 0$$

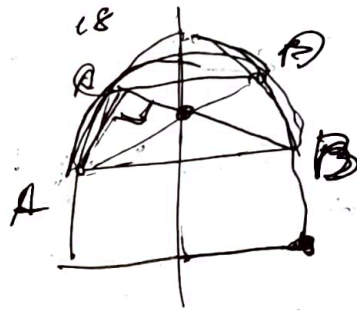
$$\begin{array}{r} 909 \\ \times 1109 \\ \hline 15181 \\ 909 \\ \hline 100081 \end{array}$$

$$|sm \leq n$$

$$S(mn) = S(n)$$

$$x_1 - x_2 = 16$$

$$-8 \quad ; \quad +$$



$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 17 \\ \hline 153 \end{array}$$

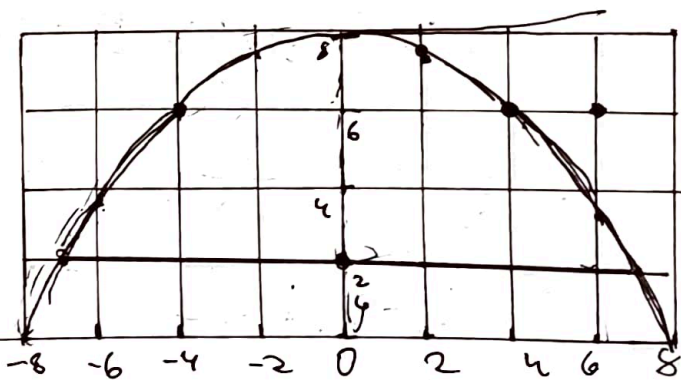
$$8 - \frac{x^2}{8} = \frac{6}{14}$$

$$\begin{array}{r} 127 \\ \times 9 \\ \hline 1143 \end{array}$$

$$8 - \frac{4^2}{8}$$

$$8 - \frac{2^2}{8} = 8 - \frac{1}{2} = 7.5$$

$$127 - 8 = 119 \quad ; \quad 8 - \frac{6^2}{8} = 8 - \frac{9}{2} = 3.5$$



$$8 - \frac{x^2}{8} = y$$

$$\sqrt{8(8-y)} = x$$

$$x^2 + (8 - \frac{x^2}{8} - y)^2$$

$$y = 8 - \frac{x^2}{8} = y$$

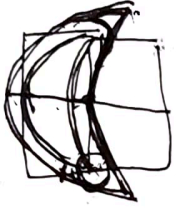
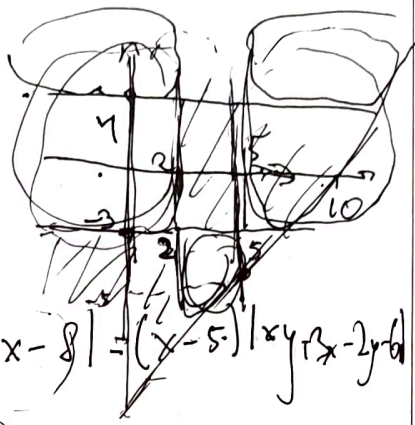
$$x = \sqrt{8(8-y)}$$

$$8 - y < \sqrt{8(8-y)}$$

Черновик

30 (727 + 9010)

$3 \cdot C_3^2 \cdot C_3^3 + C_3^0 = 11$



$(xy + x - 2y - 6) |y - x - 8| = (x - 5) |xy - 2y - 6|$   
 $\sqrt{y - x + 10} = (y - 4) \geq 0$

$x(y + 3) - 2(y + 3) = (x - 2)(y + 3)$

Handwritten calculations and notes on the left side, including numbers like 45, 21, 26, 35, 735, 945, 1680, 218, 18962, 5688, and some symbols like  $\pi$ .

$|y - x - 8| = (x - 5)$   
 $\sqrt{y - x + 10} = y - 4$

$7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$   
 $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$   
 $\frac{7 \cdot 6}{7} = 21$

$15 = \pi R_1$   
 $25 = \pi R_2$

$\pi(R_1 + R_2) = 40 \rightarrow 15 \text{ mm}$

$40 \cdot 2 + 15 \cdot 2 = 15 \cdot 2$   
 $(40) \cdot 15 + 25$   
 $37 \quad 58 \quad 40$

$13 + 5 + 19 = 37$

$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2}$

$f\left(\frac{2-2}{2+2}\right) = -\frac{2}{4}$

$f(-3) = 2$

$f(0) = \frac{1}{2}$

$f(2) = 0$

$f(-3) = -2$

$f(4) = -\frac{2}{4}$

$f(-\frac{1}{3}) = -\frac{2}{3}$

$f(3) = 1$

$y = \frac{x-2}{x+2} \Rightarrow y \rightarrow \infty$   
 $x \rightarrow -2 \Rightarrow f(y) \rightarrow$

$\Rightarrow f(y) \rightarrow -\infty$

$C_1^1 \cdot C_3^2 = \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot 1$   
 $+ C_4^2 \cdot C_3^3 + C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 + C_4^2 \cdot C_3^2 \cdot C_2^1 + C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^2 + C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^2 + C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^2 + C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^2 + C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^2 + C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^2 + C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^2$