0 967185 960003

96-71-85-96
(40.15)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Прошкова Артёма Викторовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист

Дата

Подпись участника

«25» февраля 2024 года

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	$\mp$	+	+	+	+	0	0	64

96-71-85-96
(40.15)

чистовик

№1

Есть четыре варианта выбора нападающих: когда среди них нет универсалов, когда таких один, два или все трое. В каждом случае независимо можно выбрать вратаря $C_2^1 = 2$ способами, и защитника, в зависимости от кол-ва оставшихся универсалов.

(I) когда 0 универсалов среди лучших нападающих

$A = 2 \cdot C_6^3 \cdot (C_5^2 + C_5^1 \cdot C_3^1 + C_3^2)$. 0 универсалов => все трое нападающие => выбираем C_6^3 способами. Защитников можно выбрать либо среди 5 чистых защитников, либо по одному универсалу и защитнику, либо двух универсалов

(II) ~~В =~~ 1 универсал выбрать нападающим

$B = 2 \cdot (C_6^2 \cdot C_3^1) \cdot (C_5^2 + C_5^1 \cdot C_2^1 + C_2^2)$ аналогичные рассуждения

(III) 2 универсала среди нападающих

$C = 2 \cdot (C_6^1 \cdot C_3^2) \cdot (C_5^2 + C_5^1 \cdot C_1^1)$ остаётся один универсал для выбора защитников

(IV) 3 универсала - нападающих

$D = 2 \cdot (C_6^0 \cdot C_3^3) \cdot (C_5^2)$ защитниками берутся только защитники

A, B, C, D и ~~не за~~ зависят друг от друга, складываем:

$A+B+C+D = 2 \cdot \left(\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot \left(\frac{5 \cdot 4}{2} + 5 \cdot 3 + \frac{3 \cdot 2}{2} \right) + \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{5 \cdot 4}{2} + 5 \cdot 2 + 1 \right) + 6 \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{5 \cdot 4}{2} + 5 \cdot 1 \right) + 1 \cdot 1 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} \right) = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot (5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 3) + 6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot (5 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 1) + 6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (5 \cdot 2 + 5) + 5 \cdot 4 =$

$= 40 \cdot (10 + 15 + 3) + 90 \cdot (10 + 10 + 1) + 36 \cdot (10 + 5) + 20 =$

$= 40 \cdot 28 + 90 \cdot 21 + 36 \cdot 15 + 20 = 1120 + 1890 + 540 + 20 = 3570$

Ответ: ~~3560~~ 3570 способов

чистовик

N5

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}, \quad x \neq -1$

$f\left(1-\frac{2}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}, \quad x \neq -1$

можно подставить вместо x число $\frac{1}{x+1}-1$, т.к. $x \neq -1$, то это можно сделать

$f\left(1-\frac{2}{\left(\frac{1}{x+1}-1\right)+1}\right) = -\frac{1}{\left(\frac{1}{x+1}-1\right)+1}$

$f\left(1-\frac{2}{\frac{1}{x+1}}\right) = -\frac{1}{\frac{1}{x+1}}$

$f(1-2x-2) = -x-1$

$f(-2x-1) = -x-1$

Теперь подставим $x = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ и получим

$f\left(-2\cdot\left(-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)-1\right) = \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}-1$

$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$, $x \neq -1$. Таким образом, $f(x)$ линейная функция во всех точках кроме $x=-1$.

$g(x) = \underbrace{f(f(\ldots f(x)))}_{9}$ Заметим, что композиция функций $f(x)$ n-ого порядка будет вида $\frac{1}{2^n}x+\alpha$, где α - некий свободный член. Это можно док-ть по индукции, база при $n=1$ очевидна, $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$. Пусть

$\underbrace{f(f(\ldots(f(x))\ldots)}_{n} = \frac{1}{2^n}x+\alpha$, то

$\underbrace{f(f\ldots f(x))\ldots)}_{n+1} = f\left(\frac{1}{2^n}x+\alpha\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2^n}x+\alpha\right)-\frac{1}{2} = \frac{1}{2^{n+1}}x+\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2} =$

$= \frac{1}{2^{n+1}}x+\beta$, $(x \neq -1)$

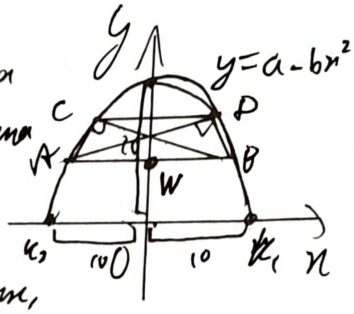
Шаг индукции доказан.

Тангенс угла наклона кас-ой к графику в $x=0$ равен производной $g'(0)$, т.к. $g(x) = \frac{1}{2^9}x+\alpha$, то $g'(x) = \frac{1}{2^9}$, $x \neq -1$, и $g'(0) = \frac{1}{2^9}$

Ответ: $\frac{1}{2^9}$

96-71-85-96
(40.15)

чистовик N6



Во-первых, т.к. $y=a-bx^2$, то картинка полностью симм-на отн-о O_y, ведь вершина параболы лежит на O_y. Во-вторых, ~~т~~ высота туннеля равна a, как ордината вершины параболы, т.е. $a=10$. В-третьих, ветви направлены вниз и есть два корня, $k_1>0>k_2$. По т. Виета $k_1 \cdot k_2 = \frac{a}{-b} = \frac{10}{-b}$. Из-за симметрии $k_2=-k_1$ и т.к. по условию ширина равна 20, то $OK_1=OK_2=10$, $k_1=10, k_2=-10$. Тогда $k_1 \cdot k_2=-100$ и $-100=\frac{10}{-b} \Rightarrow b=\frac{1}{10}$

$y=10-\frac{1}{10}x^2$. $AB \parallel CD \parallel O_x \Rightarrow ACDB$-трапеция. Т.к. $\angle ACB = \angle ADB$, то $ACDB$ вписана в окружность с диаметром AB, и ~~из-за её~~ центр её описанной окружности является серединой AB. Пусть БОО B и D лежат в I четверти $x_1>x_2$, т.к. $\angle ADB=90°$

$B(x_1, 10-\frac{1}{10}x_1^2)$, $D(x_2, 10-\frac{1}{10}x_2^2)$. Из-за симметрии $A(-x_1, 10-\frac{1}{10}x_1^2)$, $C(-x_2, 10-\frac{1}{10}x_2^2)$, $W(0; 10-\frac{1}{10}x_1^2)$

W- ц. опис. окр, то $WB=WD$, или в координатах

$$\left((10-\frac{1}{10}x_1^2)-(10-\frac{1}{10}x_1^2)\right)^2+(x_1-0)^2=\left((10-\frac{1}{10}x_2^2)-(10-\frac{1}{10}x_1^2)\right)^2+$$

$$+(x_2-0)^2$$

$$\left(\frac{1}{10}x_1^2-\frac{1}{10}x_1^2\right)^2+x_1^2=\left(\frac{1}{10}x_1^2-\frac{1}{10}x_2^2\right)^2+x_2^2$$

$x_1^2-x_2^2=\frac{1}{100}(x_1^2-x_2^2)^2$, если обозначить $c=x_1^2-x_2^2$, то

$c=\frac{1}{100}c^2 \Rightarrow c(\frac{1}{100}c-1)=0$, $c \neq 0$, т.к. $x_1^2 \neq x_2^2$, иначе точка ~~A~~ D совпадала с точками A или B, то $c=100$ и $x_1^2-x_2^2=100$

$AB \parallel CD \parallel O_x$, значит расстояние ~~между ними~~ между ними равно ~~разнице ординат этих волн~~, длине отрезка перпендикуляра к ним, он $\parallel O_y$, и т.к. $CD: y=10-0{,}1x_2^2$, $AB: y=10-0{,}1x_1^2$, то длина его равна разнице ординат $10-0{,}1x_2^2-10-0{,}1x_1^2=$
$=0{,}1\cdot(x_1^2-x_2^2)=0{,}1\cdot100=10$

Ответ: расстояние равно 10

чистовик №3

$$\begin{cases}(xy+4x-y-4)|y-x-8|=(x-4)|xy+4x-y-4|\\ \sqrt{y-x+10}=y-3\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-1)(y+4)|y-x-8|=(x-4)|x-1||y+4|\\ y-x+10=y^2-6y+9,\quad \cancel{y-x+10\geq 0}\quad y\geq 3\end{cases}$$

$\Downarrow$

$x=-y^2+7y+1$, $y\geq 3$, $\cancel{y-x+10\geq 0}$ $\cancel{y+y^2-7y-1+10\geq 0}$

~~- верно всегда~~

$\cancel{y^2-6y+9\geq 0}$

$\cancel{(y-3)^2\geq 0}$ ~~— верно~~

$$\begin{cases}(x-1)(y+4)|y-x-8|=(x-4)|x-1||y+4|\\ x=-y^2+7y+1\end{cases},\ y\geq 3$$

$\Downarrow$

$(-y^2+7y)(y+4)|y-x-8|=(x-4)|-y^2+7y||y+4|$

(*) $y(7-y)(y+4)|y-x-8|=(x-4)|y|\cdot|7-y|\cdot|y+4|$ —

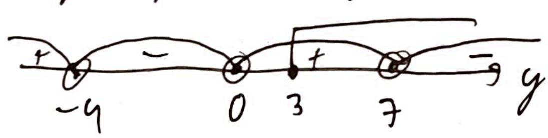
верно если $y=0,7,-4$, но т.к. $y\geq 3$, подходит только $y=7$

~~1) $y=0\Rightarrow x=1$, пара $(1,0)$-решение~~

$y=7\Rightarrow x=-49+49+1=1$, пара $(1;7)$-решение

В ином случае (*) можно раскрыть $y(7-y)(y+4)$ по методу интервалов:

ограничение: $y\geq 3$.



Тогда при $y\in[3;7)$ $y(7-y)(y+4)$ и $|y||7-y||y+4|$ одного знака, а при $y\in(7;+\infty)$ разного

(I) $y\in[3;7)\Rightarrow$

$$\frac{y(7-y)(y+4)}{|y||7-y||y+4|}|y-x-8|=(x-4)$$

$$|y-x-8|=x-4$$

1) $y-x-8\geq 0\Rightarrow \begin{cases}x\leq y-8\\ y-x-8=x-4\end{cases}$ $\begin{cases}x\leq y-8\\ 2x=y-4\end{cases}$ $\begin{cases}x\leq y-8\\ x=\frac{y}{2}-2\end{cases}$

$\cancel{-y^2+7y+1=\frac{y}{2}-2}$ $2y^2-14y-2=-y+4$

$\cancel{2y^2-13y-14=0}$ $\cancel{D=169+4\cdot 2\cdot 14=169+112=281}$

$\cancel{y=\frac{14\pm\sqrt{281}}{4}}$, $\cancel{\sqrt{281}>14}$, ~~то - быть не может, ведь~~ $y\geq 3$,

$\cancel{y=\frac{14+\sqrt{281}}{4}\Rightarrow x=\frac{14+\sqrt{281}}{8}-6}$ иначе $14-\sqrt{281}<0$

$\frac{14+14}{4}=7$, $y>7$, этот случай невозможен чистовик N 3 прод-ие

$\cancel{x \le y-8 \quad \frac{14+\sqrt{281}}{8}-6 \le \frac{14+\sqrt{281}}{4}-8}$

$\cancel{14+\sqrt{281} \le 28+2\sqrt{281}-16}$

$\cancel{\sqrt{281} \le 2\sqrt{281}-2}$

~~$2 \le \sqrt{281}$ – верно, пара $\left(\frac{14+\sqrt{281}}{8}-6; \frac{14+\sqrt{281}}{4}\right)$ подходит~~

2) $\cancel{y-x-8<0} \Rightarrow \begin{cases} x>y-8 \\ 8+x-y=x+4 \end{cases} \Rightarrow y=4 \ge 3$

$\cancel{x \le -4^2+7\cdot 4+1 = -16+28+1=12+1=13}$

~~$x>y-8$ – верно~~, пара $(13; 4)$ подходит т.к. $y\in[3;7)$

~~III $y\in(7;+\infty)$~~

$\cancel{\frac{y(7-y)(y+4)}{|y||7-y||y+4|}}|y-x-8|=x$

$2y^2-13y-6=0 \quad D=169+4\cdot 2\cdot 6=169+48=217$

$y=\frac{13\pm\sqrt{217}}{4}$ $\quad y=\frac{13+\sqrt{217}}{4}>7$ $\quad 13+\sqrt{217}>28$

если $y=\frac{13-\sqrt{217}}{4}$, то <0, ведь $13<\sqrt{217}$

То $y=\frac{13+\sqrt{217}}{4} < 7$ и $x=\frac{13+\sqrt{217}}{8}-2$

≥ 3

$\frac{13+\sqrt{217}}{8}-2 \le \frac{13+\sqrt{217}}{4}-8$

$13+\sqrt{217} \le 26+2\sqrt{217}-48$

$0 \le \sqrt{217}+13-48$

$\sqrt{217} \ge 48-13=25$ – неверно, т.е. эта пара не подходит

2) $y-x-8<0 \Rightarrow \begin{cases} x>y-8 \\ y-x-8=4-x \end{cases} \Rightarrow y=12>7$, не подходит

III $y\in(7;+\infty)$

$\frac{y(7-y)(y+4)}{|y||7-y||y+4|}|y-x-8|=x-4$

$|y-x-8|=4-x$

1) $\begin{cases} y-x-8\ge 0 \\ y-x-8=4-x \end{cases}$ $\begin{cases} x\le y-8 \\ y=12>7 \end{cases}$ $\quad x=-12^2+7\cdot 12+1=-144+84+1=-60+1=-59$

$-59 \le 12-8$ – верно, пара $(-59; 12)$ – решение чистовик N3 прод-ие 2

2) $\begin{cases} y-x-8<0 \\ y-x-8=x-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x>y-8 \\ 2x=y-4 \end{cases}$

$2y^2-14y-2=-y+4$

$2y^2-13y-6=0$

$y=\frac{13\pm\sqrt{217}}{4}$; если $y=\frac{13+\sqrt{217}}{4}<7$

$13+\sqrt{217}<28$

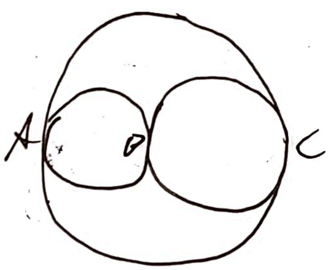
если же $y=\frac{13-\sqrt{217}}{4}<0$, $\sqrt{217}<15$ – верно, не подходит

не подходит

Все случаи разобраны

Ответ: $(-59;12)$, $(1;7)$

N4



1ч25мин = 85 мин, пусть автомобиль проехал x раз по AB, y – ~~по~~ BC и z по AC, то $x,y,z \in \mathbb{N}$

$7x+11y+17z=85$

$7x+11y+17z=5\cdot17$
$\vdots 17 \quad \vdots 17$, тогда $7x+11y \vdots 17$

остатки по модулю 17 числа $7x$ зацикливаются с периодом 17, но $x<17$, т.к. иначе в л.ч. число $\geq 7\cdot17>5\cdot17$.

Тогда определённый остаток у $7x$ встретится единожды при $x\in[0;16]$.

x	$7x$
0	0
1	7
2	14
3	4
4	11
5	1
6	8
7	15
8	5
9	12
10	2
11	9
12	16
13	6
14	13
15	3
16	10
17	0

I $y=0 \Rightarrow 7x \vdots 17 \Rightarrow x=0$;
$17z=5\cdot17 \Rightarrow z=5$, тройка $(0;0;5)$ возможна

II $y=1 \Rightarrow 7x+11 \vdots 17 \Rightarrow 7x \underset{17}{\equiv} 6 \Rightarrow x=13$,
$\underbrace{7\cdot13+11}_{85+11}+17z=5\cdot17$
>85, невозможно

III $y=2 \Rightarrow 7x+22 \vdots 17 \Rightarrow 7x \underset{17}{\equiv} 12 \Rightarrow x=9$,
$7\cdot9+22+17z=5\cdot17$
$85+17z=85 \Rightarrow z=0$, тройка $(9;2;0)$

IV $y=3 \Rightarrow 7x+33 \vdots 17 \Rightarrow 7x \underset{17}{\equiv} 1 \Rightarrow x=5$,
$7\cdot5+33+17z=5\cdot17$
$68+17z=5\cdot17$, $z=1$, тройка $(5;3;1)$

чистовик N 4 прод-ие

V $y=4 \Rightarrow 7x+44 \vdots 17 \Rightarrow 7x \underset{17}{\equiv} 7 \Rightarrow x=1$

$7+44+17z=5\cdot17$, $z=2$, тройка $(1;4;2)$

VI $y=5 \Rightarrow 7x+55 \vdots 17 \Rightarrow 7x \underset{17}{\equiv} 13$, $x=14$,

$7\cdot14+55+17z>5\cdot17$, тройки нет

VII $y=6 \Rightarrow 7x+66 \vdots 17 \Rightarrow 7x \underset{17}{\equiv} 2$, $x=10$:

$7\cdot10+66+17z>5\cdot17$, невозможно

VIII $y=7 \Rightarrow 7x+77 \vdots 17$ ~~, $x<2$, но 7~~ $7x \underset{17}{\equiv} 8 \Rightarrow x=6$

$6\cdot7+77>5\cdot17$

$y\geq8$ быть не может, т.к. тогда $11y>85$

Тройки $(0;0;5)$, $(9;2;0)$, $(5;3;1)$, $(1;4;2)$

~~Найдём~~ первой быть не может, т.к. тогда автомобиль 5 раз проехал по дуге AC, но из-за нечётности он бы оказался в точке C, а не A. Вторая тройка аналогично, проехав 2 раза подряд по BC (иначе никак), автомобиль будет в точке B и ещё чётное число раз проедет по AB, т.е. окажется в B. Четвёртая тройка тоже не подходит по такой причине. С точкой A связано 3 проезда: 1 по AB, 2 по AC. $1+2 \not\vdots 2$, нечётное число, ~~т.е. сколько раз~~ а нужно, чтобы автомобиль вернулся в A, т.е. сколько раз выехал, столько же раз въехал в A, т.е. $x+z \vdots 2$.

Аналогично можно док-ть, что 1 и 2 тройка невозможны

Тогда $(5;3;1)$. Найдём длину дуги AC.

Формула полуокружности: $\pi R = l$, l - длина дуги в 180°.

То $\frac{AB}{2}=\frac{13}{\pi}$, $\frac{BC}{2}=\frac{21}{\pi}$.

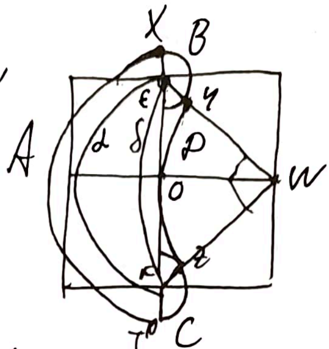
Тогда ~~радиус~~ диаметр $AC = AB+BC$, а радиус $=\frac{AB}{2}+\frac{BC}{2}$, или же $\frac{13+21}{\pi}=\frac{34}{\pi}$. Тогда длина дуги $AC=\frac{34}{\pi}\cdot\pi=34$ км

Автомобиль проехал $S=5\cdot13+3\cdot21+1\cdot34=65+63+34=128+34=$

$=162$ км

Ответ: 162 км

Чистовик №2



Пусть дуга окр-ти с ц. $(0;0)$ это α, а ц. $(1;0)$ – ~~β~~ δ.

Проведём полуокр-ть с ц. $(0;0)$ и радиусом $\frac{4}{3}$, назовём её A.

(стоит ~~отметить~~, т.к. дуга α проходит через $(0;1)$, то её радиус равен 1. Аналогично радиус $\delta = \sqrt{2}$)

~~через~~ с ц. $(1;0)$ проведём дугу D радиуса $\sqrt{2} - \frac{1}{3}$, и дуги B и C с ц. $(0;1)$ и $(0;-1)$ соотв-нно, с радиусами $\frac{1}{3}$.

Пусть $A \cap B = X$, $A \cap C = T$, $D \cap B = Y$, $D \cap C = Z$.

~~Докажем~~, что фигура, огр-нная $AXBYDZCT = \Phi$ – искомая.

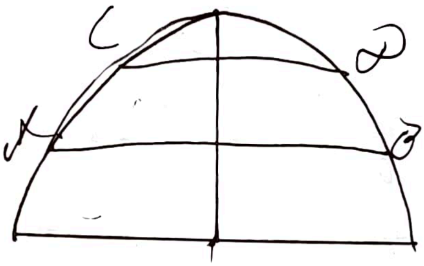
$X(0; \frac{4}{3})$ и $T(0; -\frac{4}{3})$, что очевидно.

~~Y~~ (Если взять любую точку внутри $\alpha\delta$, она будет внутри Φ, что и нужно. Отметим точки $(0;1) = E$, $(0;-1) = F$, $(0;0) = O$, $(0;1) = W$. Если точка T внутри фигуры $AXE\alpha FT$, то можно провести прямую OT, она пересечёт α в точке T_1. $T_1T < \frac{1}{3}$, и T лежит внутри круга с ц. в T_1 и радиусом $\frac{1}{3}$, что и нужно. Любая точка внутри $YE\delta FZD$; $XEYB$ и $FTCZ$ аналогично подходит. EYW и FZW лежат на одной прямой, т.к. $EY = \frac{1}{3}$, $YW = \sqrt{2} - \frac{1}{3}$ и $EW = \sqrt{2}$, $EW = EY + YW$ и Y т. пересеч. Если T внутри сектора $YDZW$, то ~~она~~ при проведении $WT \cap \delta = T_1$, $T_1T > \frac{1}{3}$ и T не лежит в круге $(T_1; \frac{1}{3})$. Аналогично никакие другие иные точки плоскости не входят в Φ, что и нужно. Достаточно найти S_Φ.

черновик

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{x-1}{x+1}-\frac{1}{2}=\frac{x-1-x-1}{2(x+1)}=\frac{-2}{2(x+1)}=-\frac{1}{x+1}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{2}=$$



Черновик

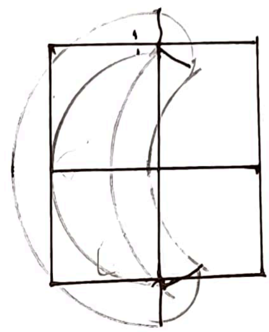
Написал
2 ✓
3 ✓ написал
4 ✓
5 ✓ написал
6 ✓ написал
7
8

$S(n)$ $\quad x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{-2} = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2}$

$-y^2 + 7y - 3$

$D = 49 - 12 = 37$

$S(n^2) = S(n)$



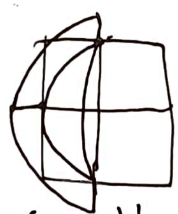
$+ \quad - \quad + \quad -$

$-4 \quad 0 \quad 7 \quad y$

$\parallel$

$x \le y + 10$

$y - x \geq -10$



$\begin{cases} (xy + 4x - y - 4)|y - x - 8| = (x-4)|xy + 4x - y - 4| \\ \sqrt{y - x + 10} = y - 3 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-1)(y+4)|y - x - 8| = (x-4)|x-1||y+4| \\ \sqrt{y - x + 10} = y - 3 \end{cases}$

$y - x + 10 = y^2 - 6y + 9$

$y - x = y^2 - 6y - 1$

$(x-1)(y+4)|y^2 - 6y - 9| = (x-4)|x-1||y+4|$

$y - x + 10 = y^2 - 6y + 9$

$x = -y^2 + 7y + 1$

(I) $y \in (-\infty; -4) \cup (0; 7)$

$\cancel{|y^2 - 6y - 9| = -y^2 + 7y - 3}$

$\cancel{16}$ $|y - x - 8| = (x - 4)$

$16+$ (I) $y-$

$36 + 36 = 72$ (I) $y - x - 8 \geq 0$

$y - x - 8 = x - 4$

(II) $y - x - 8 < 0$

$x + 8 - y = x - 4$

$y = 12$

$-9 + 21 + 1 = 22 - 9 = 13$

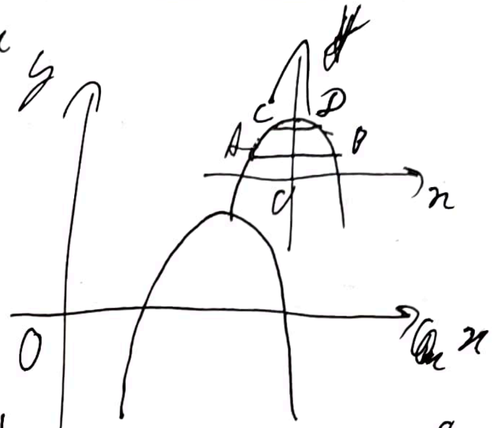
$-y^2 + 7y + 1 \le y + 10$

$y^2 - 6y + 9 \geq 0$ Верно всегда

$(-y^2 + 7y)(y+4)|y + y^2 - 7y - 1 - 8| = (-y^2 + 7y - 3)|-y^2 + 7y||y+4|$

$\cancel{y(y}$ $y(7-y)(y+4)|y^2 - 6y - 9| = (-y^2 + 7y - 3)|y||7-y||y+4|$

черновик



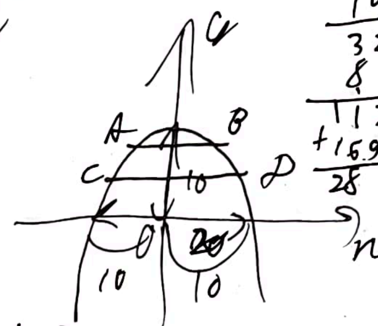
$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$

$169 + 48 = 209$, $209 + 8 = 217$

$f\left(1 - \frac{2}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$

$x = \frac{1}{x+1} - 1$

$f\left(1 - \frac{2}{\frac{1}{x+1}}\right) = -\frac{1}{\frac{1}{x+1}}$



$8 \cdot 14 = 112$, $112 + 169 = 281$

$f\left(1 - 2(x+1)\right) = -(x+1)$

$f(-2x-1) = -x-1$

$x = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$10 - bx^2$

$D = 40b$

$a = 10$

$17 \cdot 17$: 49, 7, 17, 289

$f(f(x)) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}x - -$

$\alpha x + \beta y + \gamma z + \delta = 0$ $\quad x_1^2 - x_2^2 = 100$ $\quad -\frac{3}{5}\delta x + \frac{2}{5}\delta y + \frac{2}{5}\delta z + \delta = 0$

$\boxed{-3x + 2y + 2z + 5 = 0}$

$$\begin{cases} -5\alpha - 5\beta - 5\gamma + \delta = 0 \\ \alpha + 3\beta - 4\gamma + \delta = 0 \\ -\alpha - 3\beta - \gamma + \delta = 0 \end{cases} +$$

$-5\gamma + 2\delta = 0$

$a \cdot \frac{1}{100}$

$(-x_1, 10 - 0{,}1x_1^2)$

$(x_1, 10 - 0{,}1x_1^2)$

$-4\alpha - 2\beta - 4\gamma = 0$

$x_1 =$

$a = 100$

$-2\delta - 2\delta + \delta = 0$

$2\alpha + \beta + 2\gamma = 0$

-5δ

$(x_2, 10 - 0{,}1x_2^2)$

$a = 0{,}01a^2$

$-5\delta + 3\delta = 0$

$-2{,}5\beta + \delta = 0$

$\cancel{a = 0{,}01}$

$(0; 10 - 0{,}1x_1^2)$ 5α

$10 - 0{,}1x^2$

$-\frac{5}{2}\beta = -\delta$

$$\begin{cases} \beta = \frac{2}{5}\delta \\ \gamma = \frac{2}{5}\delta \end{cases}$$

$\cancel{10 - 1000}$

$\cancel{\alpha + 0{,}5\beta - 4\gamma + 2\delta = 0}$

$\alpha = -\frac{3}{5}\delta$

$x_1 = \sqrt{x_2^2 + (10 - 0{,}1x_2^2 - 10 + 0{,}1x_1^2)^2}$

$b = 0{,}1$

$20 = \sqrt{x_2^2 + 0{,}01(x_1^2 - x_2^2)^2}$

$\frac{10}{b} = \cancel{b = 1000} = x_1 \cdot x_2 = -100$

$x_1^2 = x_2^2 + 0{,}01(x_1^2 - x_2^2)^2$

черновик

$7x+11$

~~$7+11y$~~

~~$7+11y$~~

~~$11y\ y\vdots 17$~~

$x\cdot 7$

$y\cdot 11$

$z\cdot 17$

$2\cdot C_5^2\cdot C_6^3$

$2\cdot 3\cdot 5\cdot C_6^3$

$2\cdot C_3^2\cdot C_6^3$

$C_6^3\cdot 2\cdot\left(C_5^2+C_3^2+3\cdot 5\right)$

$+C_6^2\cdot 3\cdot 2\cdot\left(\right.$

$85=5\cdot 17$

$7x+33$

$7x-6y\ \vdots\ 17$

$7x+22$

17, 34, 51, 68, 85

$33+7\cdot 5=$
$=33+35=68$

$40\cdot 28=1120$

1 AC

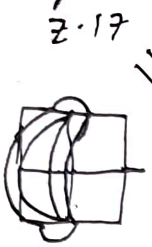
5 AB

~~$7\cdot 7+22=49+22=$~~

3 BC

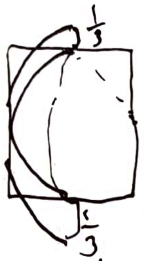
$85:5=17$

$90\cdot 21=1890$



$7x+11y\ \vdots\ 17$

~~$7x$~~ $\vdots\ 17$



$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$

$36\cdot 15=540$

n	ост. n
1	7
2	14
3	4
4	11
5	1
6	8
7	15
8	5
9	12
10	2
11	9
12	16
13	6
14	13
15	3
16	10
17	0
18	7

$$\begin{cases}(xy+4x-y-4)|y-x-8|=(x-4)|xy+4x-y-4|\\ \sqrt{y-x+10}=y-3\end{cases}$$

$y-x-8=a$

$$\begin{cases}(xy+4x-y-4)|a|=(x-4)|xy+4x-y-4|\\ \sqrt{a+16}=y-3\end{cases}$$

$1120+1890=3010$

$3010+540=3550$

$y-x+10=y^2-6y+9$

$xy+4x-y-4=x(y+4)-(y+4)=$
$=(x-1)(y+4)$

$x-1=a$

$y+4=b$

$$\begin{cases}ab|b-a-13|=(a-3)|ab|\\ \sqrt{b-a+5}=b-7\end{cases}$$

~~$7\cdot 8+22=$~~
~~$=56+22=78$~~

$a\in(-\infty;0)$

$7\cdot 9+11\cdot 2=$
$=85$

$y-x+10\geq 0$

чистовик N2 (прод-ие)

$S_{TAX} = \frac{\pi\cdot OX^2}{2} = \frac{\pi\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^2}{2} = \frac{\pi\cdot\frac{16}{9}}{2} = \frac{8\pi}{9}$

Т.к. EYW - одна прямая, то $\angle XEY = 135^\circ$ и:

$S_{XEYB} = \frac{\pi\cdot EX^2\cdot\frac{3}{4}}{2} = \pi\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{3}{8} = \frac{8\pi\cdot\frac{1}{9}}{3} = \frac{8\pi}{27}$

Аналогично $S_{TFZC} = \frac{8\pi}{27}$

Площадь трапеции $EFZY = \frac{EF+YZ}{2}\cdot h$

высота h равна абсциссам Y и Z, их абсциссы равны

$\frac{1}{3}\cdot\sin 45^\circ = \frac{1}{3\sqrt{2}}$ и $S_{EFZY} = \frac{EF+YZ}{2}\cdot h =$

$= \frac{2+EF-2\cdot\frac{1}{3}\cdot\cos 45^\circ}{2}\cdot\frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{4-\frac{2}{3\sqrt{2}}}{2}\cdot\frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{4-\frac{2}{3\sqrt{2}}}{6\sqrt{2}} =$

$= \frac{12\sqrt{2}-2}{36} = \frac{6\sqrt{2}-1}{18}$

Т.о. $S_\Phi = S_{AXBYZCT} - S_{\text{сегмента } YPZ} =$

$= S_{TAX} + S_{XEYB} + S_{TFZC} + S_{EFZY} - \left(\pi\cdot\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)^2\cancel{2}\right) - \left(\frac{\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)^2}{2}\right)$

$= \frac{8\pi}{27}\cdot 2 + \frac{8\pi\cdot 3}{27} + \frac{6\sqrt{2}-1}{18} - \pi\cdot\left(2-\frac{4}{3}+\frac{1}{9}\right) +$

$+ \frac{2-\frac{4}{3}+\frac{1}{9}}{2} = \frac{8\pi\cdot 5}{27} + \frac{6\sqrt{2}-1}{2} - \frac{18-12+1}{9}\pi +$

$+ \frac{\frac{18-12+1}{9}}{2} = \frac{40\pi}{27} + \frac{6\sqrt{2}-1}{2} - \frac{7}{9}\pi +$

$+ \frac{7}{18} = \frac{(40-21)\pi}{27} + 3\sqrt{2} - \frac{1}{2} + \frac{7}{18} =$

$= \frac{19}{27}\pi + 3\sqrt{2} - \frac{1}{9}$

Ответ: $\frac{19}{27}\pi + 3\sqrt{2} - \frac{1}{9}$

В обозначениях фигур: если идёт дуга, то она ограничивает фигуру, если две точки - то это отрезок

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ