0 386813 230002

38-68-13-23
(40.33)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Риве Михаила Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«25» февраля 2024 года

Подпись участника

38-68-13-23 (40.33)

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	±	+	+	+	+	−	∓	72
12	8	12	12	12	12	0	4	

72 (семьдесят два)

Чистовик

№1

Нужно выбрать 1 врат., 2 защ., 3 нап.

Всего – 3 вр., 4 защ., 7 нап. и 3 "унив" "защ./напад.

1) Выбрать лучшего вратаря: $C_3^1 = 3$ варианта

2) Для защ. и нап. рассмотрим 3 случая:

I Выбрано 0 лучших защ. из "унив." →

→ $C_4^2 \cdot C_{10}^3 = \frac{4\cdot 3}{2}\cdot\frac{10\cdot 9\cdot 8}{6} = 720$ вар.

2 из 4 защ   7 нап.+3 унив.

II Выбран 1 лучш. защ. из "унив." →

→ $C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_9^3 = 3\cdot 4\cdot\frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2} = 1008$ вар.

тот самый 1 из 3   1 из 4 нап.   7 нап.+2 ост. "унив."

$\begin{array}{r} 56 \\ \times 18 \\ \hline 448 \\ 56 \\ \hline 1008 \end{array}$

III Выбран 2 лучш. защ. из "унив." →

→ $C_3^2 \cdot C_8^3 = \frac{3\cdot 2}{2}\cdot\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2} = 168$ вар.

2 защ. из "унив."   7 нап.+ 1 ост. "унив."

$\begin{array}{r} 56 \\ \times 3 \\ \hline 168 \end{array}$

I + II + III = 1896 вар.

$\begin{array}{r} 1008 \\ +168 \\ \hline 1176 \end{array}$ $\begin{array}{r} 1176 \\ +720 \\ \hline 1896 \end{array}$

3) $3 \cdot 1896 = 5688$ вар.

вратарь   защ.+напад

$\begin{array}{r} 1896 \\ \times 3 \\ \hline 5688 \end{array}$

Ответ: 5688 вариантов

Чистовик

№3

$$\begin{cases} (xy+3x-2y-6)\cdot|y-x-8| = (x-5)\cdot|xy+3x-2y-6| \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)(y+3)\cdot|y-x-8| = (x-5)\cdot|y+3|\cdot|x-2| \quad (1) \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \quad (2) \end{cases}$$

из (2) $y-4\geq 0 \Rightarrow y\geq 4$, т.к. $\sqrt{\ }\geq 0$

Значит, $y+3\geq 0$

(1) $(y+3)(x-2)|y-x-8| = (x-5)\cdot(y+3)\cdot|x-2|$

$$\left[\begin{array}{l} y=-3 \quad \text{I} \\ (x-2)|y-x-8| = (x-5)\cdot|x-2| \quad \text{II} \end{array}\right.$$

I Подставим во (2) $\rightarrow \sqrt{-x+7} = -7$ не имеет решений

II ~~Разб~~ Равносильно

$$\left[\begin{array}{ll} x=2 & \\ |y-x-8| = x-5 & \leftarrow \text{при } x\geq 2 \\ |y-x-8| = 5-x & \leftarrow \text{при } x\leq 2 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=2 \\ y-x-8=x-5 \\ y-x-8=5-x \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x=2 \\ y=2x+3 \\ y=13 \end{array}\right.$$

$x=2$: $\sqrt{y+8} = y-4$

$$\begin{cases} y+8 = y^2-8y+16 \\ y\geq 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} y^2-9y+8=0 \\ y\geq 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=8 \end{array}\right. \\ y\geq 4 \end{cases}$$

Подходит $(2;8)$

$y=2x+3$: $\sqrt{x+13} = 2x-1$

$$\begin{cases} x+13 = 4x^2-4x+1 \\ x\geq \frac{1}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x^2-5x-12=0 \\ x\geq \frac{1}{2} \end{cases} \qquad D = 25+4\cdot\overset{192}{48} = 217$$

$x = \frac{5\pm\sqrt{217}}{8}$

$\frac{5+\sqrt{217}}{8} > \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{5+\sqrt{217}}{4}+3 = \frac{17+\sqrt{217}}{4}$

$\frac{5-\sqrt{217}}{8} < 0 \Rightarrow$ не подх

$y=13$: $\sqrt{-x+23} = 9$

$-x+23 = 81 \Rightarrow x=-58$

Ответ: $(2;8)$ $(-58;13)$

Заметим (1):

$(x-2)(y+3)\cdot|y-x-8| = (x-5)\cdot|x-2|\cdot(y+3)$

$(x-2)(2x+6)\cdot|x-5| = (x-5)\cdot|x-2|\cdot(2x+6)$

При $x = \frac{5+\sqrt{217}}{8} < \frac{20}{8} = \frac{15}{4}$

$x-5<0$

$x-2>0 \quad \rightarrow$ не под.

$2x+6>0$

слева >0

справа <0

38-68-13-23 (40.33)

Чистовик

~~№5~~

$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2} \to f\left(1-\frac{2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2}$

Пусть $1-\frac{2}{x+2} = t \Rightarrow -\frac{2}{x+2} = t-1$. Значит,

$f(t) = t-1$ (при $t \neq 1$, т.к. $\frac{2}{x+2} \neq 0 \Rightarrow t-1 \neq 0$, $t \neq 1$)

Значит, $f(x) = x-1$ при $x \neq 1$

Тогда $\underbrace{f(f(f\ldots(x)))}_{11 \text{ раз}} = x-11$ при $x \neq 1; 2; 3; \ldots; 11$

ограничения возникают в связи с тем, что $f(x) \neq 1$ как внутр. для $f(f(x))$

$x-1 \neq 1$
$x \neq 2$

Тогда $g(x) = x-11$

В точке 0 $g'(x) = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ tg угла наклона касательной равен 1

Ответ: 1

№5

$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2}$

$\frac{x-2}{x+2} = 1 - \frac{4}{x+2}$ Пусть $1-\frac{4}{x+2} = t$

$-\frac{4}{x+2} = t-1$

$-\frac{2}{x+2} = \frac{t-1}{2}$

Значит, $f(t) = \frac{t-1}{2}$ при $t \neq 1$, т.к. $-\frac{4}{x+2} = t-1$

$f(f(t)) = \frac{\frac{t-1}{2}-1}{2} = \frac{t-3}{4}$ $\quad -\frac{4}{x+2} \neq 0 \Rightarrow t \neq 1$

Заметим, что коэффициент перед t уменьшается в два раза с каждым разом. $f(t) = kt+b$

$f(f(t)) = \frac{kt+b-1}{2} = \frac{k}{2}t + \frac{b-1}{2}$ коэф. уменьшается в два раза

Следовательно, у $f(f(\ldots f(t))) = \frac{1}{2^{11}}t + b$, где $b \in \mathbb{R}$, какое-то число

$g(x) = f(\ldots f(x)) = \frac{1}{2^{11}}x + b$ при $x \neq 1$, $x \neq 3$, $x \neq 5$, $\vdots$, $x \neq 23$

Огр. возн. при $f(f(t)) \leftrightarrow f(t) \neq 1$

$\frac{t-1}{2} \neq 1$

$t \neq 3$

Аналогично и далее

$t \neq 1+2k$

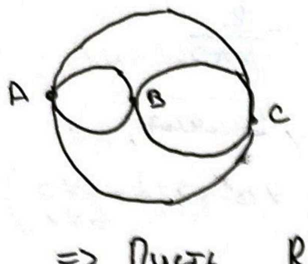
$0 \leq k \leq 11$ $k \in \mathbb{Z}$

Тогда $g'(x) = \frac{1}{2^{11}}$ в $x_0 = 0$, т.е. tg угла наклона равен $\frac{1}{2^{11}}$

Ответ: $\frac{1}{2^{11}}$

Чистовик

№4



$\breve{AB} = 15$ км — t 5 мин

$\breve{BC} = 25$ км — 13 мин

Заметим, что в касающ. окр. AC — диаметр большей окружности $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Пусть R_1 — радиус окр. с д. AB; R_2 — радиус окр. с диам. BC $\Big| \Rightarrow \breve{AB} = \pi R_1$, $\breve{BC} = \pi R_2$

~~R_3~~ $R_1 + R_2$ — радиус окр. с диам. AC $\Rightarrow$

$\Rightarrow \breve{AC} = \pi(R_1 + R_2) = \pi R_1 + \pi R_2 = 40$ км

$\breve{AC} = 40$ км — $t = 19$ мин

Пусть за все время автомобиль прошёл n дуг $\breve{AB}$, m дуг $\breve{BC}$, k дуг $\breve{AC}$

Где $k, m, n \in \mathbb{N}_0$

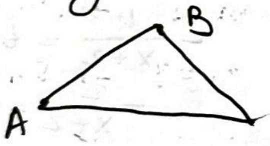
Общее время равно 95 минут $\Rightarrow$

$\Rightarrow 5n + 13m + 19k = 95$

Докажем небольшую лемму. Если k — нечёт, то m и n — нечет

Если k — чёт, то m и n — чёт

Преобразуем изначальный рисунок:



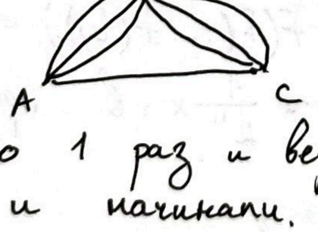
По факту ничего не изм., только теперь можно ходить по рёбрам несколько раз.

~~① Если k-четное, а AB и BC нечетные, то~~

~~то мин пройти нет~~

~~Каким образом мин~~

Пусть рёбер AC k штук, рёбер AB n штук, ребер BC m штук



Теперь нужно пройти по каждому ребру ровно 1 раз и вернуться в ту же точку, откуда мы и начинали. Тогда этот граф является эйлеровым $\Rightarrow$ нужно, чтобы степень каждой точки была четной $\Rightarrow$ $m+n$ — чет.

$m+k$ — чет

$n+k$ — чет.

прод.

38-68-13-23 (40.33)

Чистовик
№4 (прод.)

- k - чет => m и n чёт
- k - нечёт => m и n нечёт, нту

Вернемся к $5n+13m+19k=95$

$19k \le 95$

$k \le 5$

~~Переберем~~: Заметим, что, если k-четное, то m и n - чётные => ~~...~~ $5n+13m+19k \overset{2}{\equiv} m+n+k \overset{2}{\equiv} 0$. А справа стоит $95 \not\vdots 2$ => m, n, k - нечет.

Переберем k:

1) $k=5$ $5n+13m=0$ => $n=0$, $m=0$ — n, m - чет, k - нечет, не подх.

2) $k=3$ $5n+13m=95-57=38$

$13m \le 38$

$m \le 2$

Т.к. m - нечет, то $m=1 \to 5n=25$

$n=5$

Победа!

$k=3$
$m=1$
$n=5$ (V)

3) $k=1$ $5n+13m=95-19=76$

$13m \le 76$

$m \le 5$

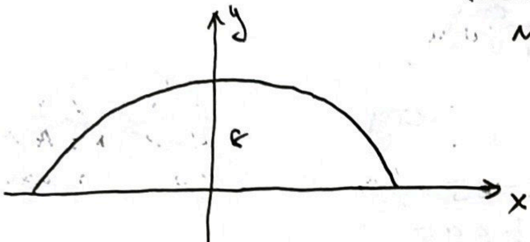
Т.к. m - нечет, то
$m=5 \to 5n=76-65=11$ $n \notin \mathbb{N}_0$
$m=3 \to 5n=76-39=37$ $n \notin \mathbb{N}_0$
$m=1 \to 5n=63$ $n \notin \mathbb{N}_0$

Значит, единственный подходящий вариант: $k=3$, $m=1$, $n=5$. Всего км: $\overset{120}{3\cdot 40}+25+\overset{75}{5\cdot 15}=220$ км

Ответ: 220 км

Чистовик

№6



$y=a-bx^2$

[redacted] В точке x_0: $y=a-bx_0^2$

В точке $-x_0$: $y=a-bx_0^2$

Значит $y(x_0)=y(-x_0)$ =>

=> Парабола симметрична относительно Oy =>

=> Наиб. значение в $x=0$ (т.к. $y=a-bx^2$ $bx^2\geq 0$ => $y\leq a$)

В т. $x=0$ $y=8=a$ => $y=8-bx^2$

Если у ур-я $a-bx^2=0$ корень x_0, то корень $-x_0$ =>

=> $x_0-(-x_0)=16$ => $x_0=8$ -корень $8-b\cdot 8^2=0$ $b=\frac{1}{8}$

Значит, парабола имеет вид $y=8-\frac{1}{8}x^2$

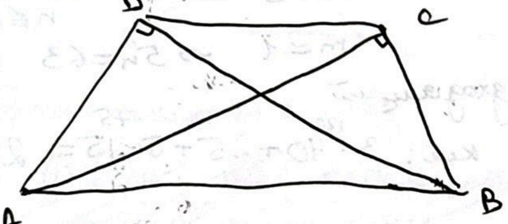
Т.к. $AB\parallel CD$, а $AD\cap BC$, то $\triangle ABCD$ - трапеция

Пусть т. $A\left(-x_0; 8-\frac{1}{8}x_0^2\right)$ => у т. B $y_B=8-\frac{1}{8}x_B^2$ =>

=> $x_B=x_0$, т.к. т.к. т. $B\neq$ т. A

$AB\parallel CD$

Аналогично т. $C\left(x_1; 8-\frac{1}{8}x_1^2\right)$ т. $D\left(-x_1; 8-\frac{1}{8}x_1^2\right)$



Т.к. $\angle ACB=\angle ADB=90°$, то $\angle ADC>90°$ => DC выше AB, см. рис.

По т. Пифагора в $\triangle ABD$

$AB^2=AD^2+BD^2$

$$(x_0+x_0)^2+\left(\cancel{8}-\tfrac{1}{8}x_0^2-\cancel{8}+\tfrac{1}{8}x_0^2\right)^2=(x_0-x_1)^2+\left(\cancel{8}-\tfrac{1}{8}x_0^2-\cancel{8}+\tfrac{1}{8}x_1^2\right)^2+$$

$$+(x_0+x_1)^2+\left(\cancel{8}-\tfrac{1}{8}x_0^2-\cancel{8}+\tfrac{1}{8}x_1^2\right)^2$$

$$4x_0^2=(x_0-x_1)^2+2\cdot\left(\frac{1}{8}(x_1^2-x_0^2)\right)^2+(x_0+x_1)^2$$

$$4x_0^2-x_0^2+\cancel{2x_0x_1}-x_1^2-x_0^2-\cancel{2x_0x_1}-x_1^2=\frac{1}{32}(x_1^2-x_0^2)^2$$

$$2x_0^2-2x_1^2=\frac{1}{32}(x_0^2-x_1^2)^2$$

Пусть $t=x_0^2-x_1^2$

прод.

Чистовик

№6 (прод.)

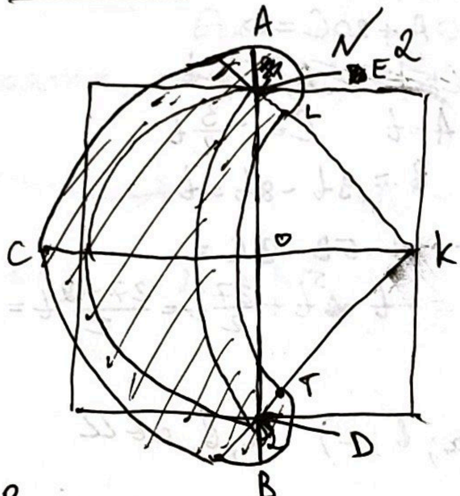
$2t = \frac{1}{32}t^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=64 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_0^2 - x_1^2 = 0 \\ x_0^2 - x_1^2 = 64 \end{array}\right.$ → невозможно, т.к. иначе ABCD был бы пар-мом

$\rho(DC; AB) = y_c - y_B =$

$= 8 - \frac{1}{8}x_1^2 - 8 + \frac{1}{8}x_0^2 = \frac{1}{8}(x_0^2 - x_1^2) = 8$

Ответ: 8

№2



~~$S_1 = S_2 = \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot 0{,}125 = \frac{1}{88}\pi$~~

$S_ф = S_{ABC} + S_{\triangle KDE} + S_{AEL} +$

$+ S_{BDT} - S_{KLT}$

① $S_{ABC} = \pi\cdot(1 + 0{,}25)^2 = \frac{25}{16}\pi$

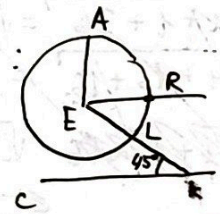
из т. O проводим рад. ⇒ все опр.

② $S_{\triangle KDE} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 1$

(т.к. $\angle EKD = 90°$, а $KE = KD = \sqrt{2}$ диаг.кв.

Все точки BTD и AEL удалены на 0,25 лишь от т. D и т. E соот.

③ S_{AEL}:



равны $\frac{1}{4}$ → дуга окр. с рад. $\frac{5}{4}$

т.к. $\angle EKC = 45°$, то

→ $\angle REL = \angle EKC = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AEL = 135°$

$\Rightarrow S_{AEL} = \frac{135}{360}\cdot\pi\cdot\frac{1}{16} =$

$= \frac{3}{8}\cdot\pi\cdot\frac{1}{16} =$

$= \frac{3}{128}\pi$

④ $S_{BTD} = S_{AEL} = \frac{3}{128}\pi$

⑤

Если соединить любую точку исходной дуги ED, то получится, что дуга LT тоже - часть окр. с центром в т. K и радиусом $\sqrt{2} - \frac{1}{4}$

$\angle LKT = 90° \Rightarrow S_{LKT} = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot\left(\sqrt{2} - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}\pi\left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{16}\right) =$

$= \frac{1}{2}\pi - \frac{\sqrt{2}}{8}\pi + \frac{1}{64}\pi$

$S_ф = \frac{25\pi}{16} + 1 + \frac{3}{64}\pi - \frac{1}{2}\pi + \frac{\sqrt{2}}{8}\pi - \frac{1}{64}\pi =$

$= \frac{25 - 8}{16}\pi + 1 + \frac{1}{32}\pi + \frac{\sqrt{2}}{8}\pi = \frac{34 + 1 + 4\sqrt{2}}{32}\pi + 1 = \frac{35 + 4\sqrt{2}}{32}\pi + 1$

Ответ: $\frac{35 + 4\sqrt{2}}{32}\pi + 1$

Чистовик

№ 8

$M(-7;4;3)$

$N(1;5;9)$

$K(-5;8;7)$

$\alpha: Ax+By+Cz+D=0$

$$\begin{cases} -7A+4B+3C+D=0 \\ A+5B+9C+D=0 \\ -5A+8B+7C+D=0 \end{cases}$$

① - ② $8A+B+6C=0 \Rightarrow B=-6C-8A$

② - ③ $6A-3B+2C=0$

$6A+18C+24A+2C=0$

$30A+20C=0$

~~$C=t \quad A=-\frac{3}{2}t$~~

$A=t \quad C=-\frac{3}{2}t$

$B=9t-8t=t$

$D=-A-5B-9C=$

$=-t-5t+\frac{27}{2}t=\frac{27-12}{2}t=\frac{15}{2}t$

$x+y-\frac{3}{2}z+\frac{15}{2}=0$

$\alpha: 2x+2y-3z+15=0$

Пусть подходит точка $(a;b;c)$ $a,b,c\in\mathbb{Z}$

$2a+2b-3c+15=0$

~~$MN=\sqrt{64+1+36}=\sqrt{101}$~~

~~$NK=\sqrt{4+16+16}=6$~~

~~$MK=\sqrt{36+9+4}=7$~~

~~Пусть $\angle MKN=\alpha$~~

~~По т. кос.~~

~~$MN^2=MK^2+KN^2-2\cdot KN\cdot MK\cdot\cos\alpha$~~

~~$101=\underbrace{36+49}_{85}-2\cdot 42\cdot\cos\alpha$~~

~~$16=-2\cdot 42\cdot\cos\alpha$~~

~~$\cos\alpha=-\frac{4}{21}$~~

~~α - тупой~~

~~$\sin\alpha=\sqrt{\frac{441-16}{441}}=\sqrt{\frac{425}{441}}=\frac{5}{21}\sqrt{17}$~~

• Чтобы точка была внутри $\triangle$:

$-7\le a\le 1$

$4\le b\le 8$

$3\le c\le 9$

Заметим, что по ур-ю c - нечет.

① $c=3 \rightarrow 2a+2b=-6$

$a+b=-3$

$a=-7 \rightarrow b=4$ ✓

$a=-6 \rightarrow b=3$ ×

$a=-5 \rightarrow b=2$ ×

$a=-4 \rightarrow b=1$ ×

$a=-3 \rightarrow b=0$ ×

⋮

$a=1 \rightarrow b\rightarrow -4$ ×

1шт

② $c=5$ $2a+2b=-15+3c=0$

$a=-b$

$a=-7 \quad b=7$ ✓ $\quad a=-4 \quad b=4$ ✓

$a=-6 \quad b=6$ ✓ $\quad a=-3 \quad b=3$ ×

$a=-5 \quad b=5$ ✓ $\quad$ ⋮

$a=1 \quad b=-1$ ×

4шт

→ прод

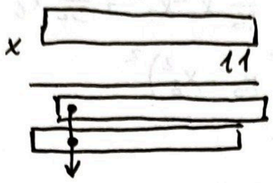
Чистовик

№7

Пусть $n = a_{74} \cdot 10^{74} + a_{73} \cdot 10^{73} + \ldots + a_0$

$S(n) = a_{74} + a_{73} + \ldots + a_0$

Заметим, что при $m = 11$:



Если ни одна сумма не переходит через десяток, то $S(11n) = S(n) + S(n) = 2S(11)$

№8 (прод.)

$c = 7$ $2a + 2b = -15 + 3c = 6$

$a + b = 3$ $b = 3 - a$

$a = -7$ $b = 10$

$a = -6$ $b = 9$

$a = -5$ $b = 8$

$a = -4$ $b = 7$

$a = -3$ $b = 6$

$a = -2$ $b = 5$

$a = -1$ $b = 4$

5шт

$c = 9$ $2a + 2b = -15 + 3c = 12$

$a + b = 6$

$b = 6 - a$

$a = -7$ $b = 13$

$a = -6$ $b = 12$

$\vdots$

$a = -2$ $b = 8$

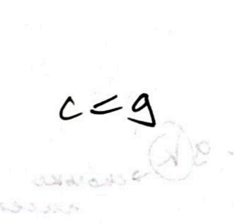
$a = -1$ $b = 7$

$a = 0$ $b = 6$

$a = 1$ $b = 5$

4шт.

Всего 15шт



Ответ: 15 штук

Черновик

$4x_0^2 = (x_B - x_0)^2 + \frac{1}{32}(x_0^2 - x_B^2)^2 + (x_B + x_0)^2$

$= \frac{1}{32}(x_0 + x_B)^2 + (x_B - x_0)^2$

$4x_0^2 = x_0^2 - \cancel{2x_0x_B} + x_B^2 + \frac{1}{32}x_0^4 - \frac{1}{16}x_0^2x_B^2 + \frac{1}{32}x_B^4 + x_B^2 + \cancel{2x_0x_B} + x_0^2$

$2x_0^2 - 2x_B^2 = \frac{1}{32}(x_0^2 - x_B^2)^2$

$2t = \frac{1}{32}t^2$

$t = 0 \quad t = 64$

$x_0^2 = x_B^2 + 64$

$8 - \frac{1}{8}x_B^2 - 8 + \frac{1}{8}x_0^2 = \frac{1}{8}(x_0^2 - x_B^2) = 8$

$S(n)$

75 зн. $\qquad \forall m \quad 1 \le m \le n$

$S(mn) = S(n)$

$\cancel{a_{75} \cdot 10^{75}} \quad a_{74} \cdot 10^{74} + a_{73} \cdot 10^{73} + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0$

$2a_{74} \cdot 10^{74} + 2 \cdot a_{73} \cdot 10^{73},$

$2a_{74} + 2 \cdot a_{73} + \ldots + 2a_1 + 2a_0$

$Ax + By + Cz + D = 0$

$-7A + 4B + 3C + D = 0 \rightarrow 8A + B + 6C = 0 \rightarrow B = -8A - 6C$

$A + 5B + 9C + D = 0$ $\qquad 16$

$-5A + 8B + 7C + D = 0$ $\qquad 1 + (2a_{74} - 10)$

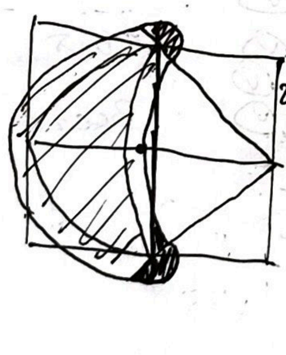
$6A - 3B + 2C = 0$ $\qquad 2a_{74} - 9$

$6A -$

$a_0 + a_1 + \ldots + a_{74} = m \cdot (a_0 + \ldots + a_{74}) - 9k$ → сколько чисел может перейти через разр.

$(m-1) \cdot \underbrace{(a_0 + \ldots + a_{74})}_{\vdots 9 \;=\; 9t} = 9k \qquad 0 \le t \le 74$

$(m-1) \cdot t = k$



$2 \cdot 9 \ldots 9 = 1 \ldots 98 \qquad 64$

217

$3 \cdot 9 \ldots 9 =$

$9 \ldots 9 \cdot k =$

$\cancel{111}$

$S(n) + S(n) = S(n)$

$S(n) + S(n) =$

$= S(n) - 10^{73}$

$a_{74} \cdot 10^{74} + a_{73} \cdot 10^{73} + a_{72} \cdot 10^{72} + \ldots + a_0 =$

85

$a_{74} + a_{73} + \ldots$

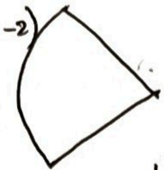
$101 = 36 + 49 - 2 \cdot 42 \cdot \cos\alpha$

$=$

Черновик

$|13+58-8|=|63|$

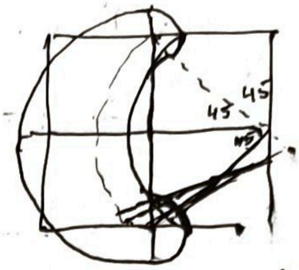
$(y+3)(x-2)$



$f(t)=\frac{t-1}{2}$

$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right)=$

$1-\frac{4}{x+2}$



$y=2x+3$

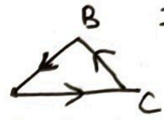
$(y+3)(x-2)\cdot|y-x-8|=$

$=(2x+6)(x-2)\cdot|x-5|$

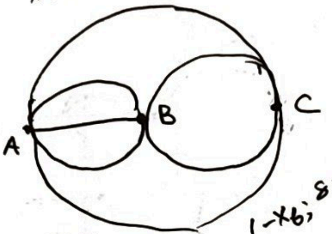
$(x-5)\cdot|(2x+6)(x-2)$

$(2x+6)(x-2)(x-5)\geq 0$

$-\ \ +\ \ -\ \ +$; -6, 2, 5, x



$4x_0^2=(x_6-x_0)^2+\left(8-\frac{1}{8}x_6^2-8+\frac{1}{8}x_0^2\right)^2+$
$+(x_6+x_0)^2+(\ \ )$



$\pi R_1=15$

$\pi R_2=25$

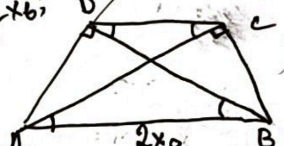
AB : 15км 5мин n

BC : 25км 13мин m

AC : 40км 19мин k

$5n+13m+19k=95$

$95=5\cdot 19$



$(-x_0;8-\frac{1}{8}x_0^2)$

$(x_0;8-\frac{1}{8}x_0^2)$

$f(t)=\frac{t-1}{2}$

$k\leftrightarrow m+n$

$k=4$ 76

$5n+13m+19k$

$57+5+65$

$5m+13n=19$

$n=1$ ⓧ

ⓧ

$k=3$

$5m+13n=38$

$n=2$ $5m=12$

$n=1$ $5m=25$

$m=5$

$k=2$

$5m+13n=57$

$n=4$ $m=1$ →

$n=3$ $5m=18$

$n=2$ $5m=31$

$n=1$ $5m=$

$86+60+25=$
$=165$

120
15
125
240

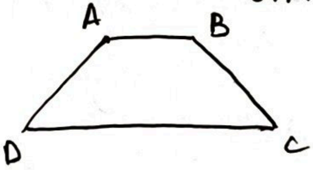
ⓧ $57+13+25=$
$=95$

$k=0$

$m+n+k$
$2n$
$2n+2m$
$2k$

$k=1$

$5n+13m=95-19=76$



$m=5$ $5n=76-65$

$m=4$ $5n=76-52$

$m=3$ $5n=76-39=37$

$m=2$ $5n=76-26=56$

$n=10$

$\times\frac{56}{3}$
168

$5m+13m=95$

$m=7$ $5m=4$

$m=6$ $5n=17$

$m=5$ $5n=30$

$n=6$

$\times\frac{56}{18}$
448
56
1008

$+\frac{1008}{168}$
1176
$+720$
1896

4
3
2
1

43
56
69
82
95

ⓧ $n=19$

21
1896
$\times$ 3
5688

$m+n\overset{?}{=}k$

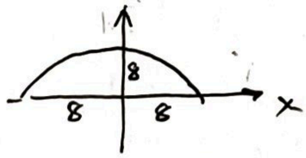
$f\left(1-\frac{2}{x+2}\right)=-\frac{2}{x+2}$

$f(t)=t-1$

$k=0$ $n=2$ $m=0$

$k=0$ $n=2$ $m=2$

$k=0$ $n=$



$a=8$ ~~$a=b$~~ $8-bx^2=0$

$bx^2=8$

$x=8$ $b=\frac{1}{8}$

k – чет. → m и n – чет.

k – нечет. → m и n – неч.

$y=8-\frac{1}{8}x^2$

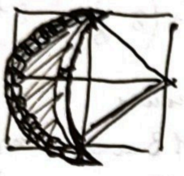
Черновик

3 врат.
4 защ.
7 нап.

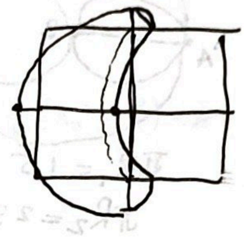
1 врат. $\to 3$
2 защ. $\to$ 0 $C_4^2 \cdot C_{10}^3 = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{6} = 720$
3 нап. 1 $3 \cdot 4 \cdot C_9^3 =$
2 $C_3^2 \cdot C_8^3$

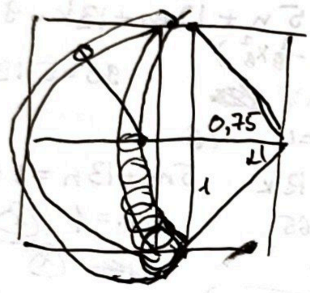
3 "универс" = защ // нап.

$3 \cdot ($

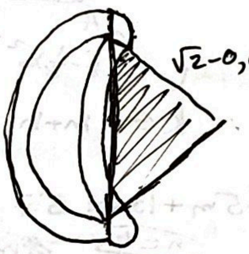


$r_1 = 1$
$r_2 = 1{,}25 \to \pi \cdot r_2^2 = \pi \cdot 1{,}25^2$
$R_1 = \sqrt{2}$
$R_2 = \sqrt{2} - 0{,}25$





$tg\,\alpha = \frac{4}{3}$



$$\begin{cases} (xy + 3x - 2y - 6) \cdot |y - x - 8| = (x - 5) \cdot |xy + 3x - 2y - 6| \\ \sqrt{y - x + 10} = y - 4 \end{cases}$$

$y \geq x - 10$

$x(y+3) - 2$

$$\begin{cases} (x-2)(y+3) \cdot |y - x - 8| = (x-5) \cdot |(\ )(\ )| \\ \sqrt{y - x + 10} = y - 4 \end{cases}$$

$y \geq 4$

$(x-2) \cdot (y+3) \cdot |y - x - 8| = (x-5) \cdot (y+3) \cdot |x-2|$

$\cdot\ y = -3$ $\otimes$

$(x-2) \cdot |y - x - 8| = (x-5) \cdot |x-2|$

$y - x + 10 \geq 0$
$x \leq y + 10$

$x \leq 2 \to x \leq 5$

① $x - 2 \geq 0$
$x \geq 2$

$y - x + 10 = y^2 - 8y + 16$

$x = 2$ $|y - x - 8| = x - 5$

$x = -y^2 + 9y - 4$

$$\left[\begin{array}{l} y - x - 8 = x - 5 \\ y - x - 8 = 5 - x \end{array}\right.$$

$\sqrt{x + 13} = 2x - 1$
$x + 13 = 4x^2 - 4x + 1$
$4x^2 - 5x - 12 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} y = 2x + 3 \\ y = 13 \end{array}\right.$$