



54-04-67-73
(40.14)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва
город

время 14ч 50
- 14 50

Лавр

дешифра

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Сурмина Елизавета Александровна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 мет

+1 мет

Дата

«25» сентября 2024 года

Подпись участника

54-04-67-73

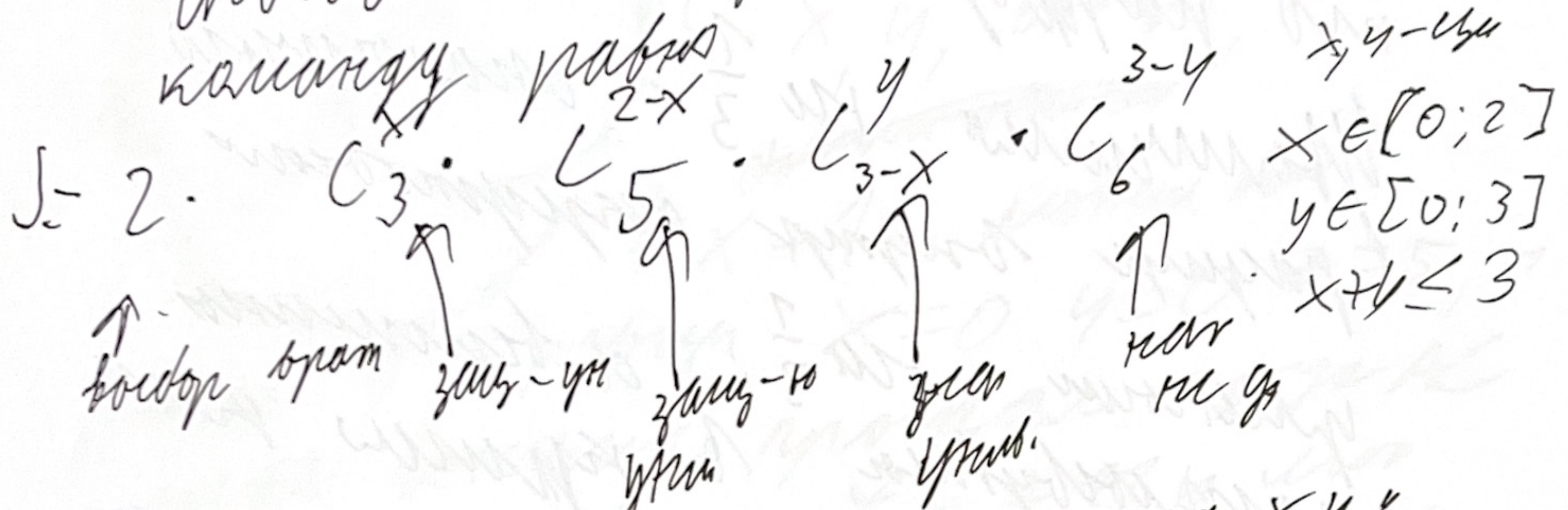
Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
8	4	4	12	12	12	12	4	68

54-04-67-73
(40.14)

Именован $n=1$

~~Именован~~ пусть x универсальное число
на позиции защитника, тогда
защитников число - 2-х, универсальное
числом в нападении и 3-х на поле
причем в нападении. Итого ~~число~~
способов выбрать команду ~~защитников~~



Итерировать все значения для x и y

$x=0$	$y=0$	$S=2 \cdot 10 \cdot 20 = 400$
$x=1$	$y=0$	$S=2 \cdot 3 \cdot 20 = 600$
$x=2$	$y=0$	$S=2 \cdot 3 \cdot 20 = 120$
$x=0$	$y=1$	$S=2 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 15 = 900$
$x=0$	$y=1$	$S=2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 15 = 900$
$x=1$	$y=1$	$S=2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 15 = 90$
$x=2$	$y=1$	$S=2 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 6 = 360$
$x=0$	$y=2$	$S=2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 = 180$
$x=1$	$y=2$	$S=2 \cdot 10 \cdot 3 = 60$
$x=0$	$y=3$	

общ. число способов = $400 + 600 + 120 + 900 + 900 + 90 + 360 + 180 + 60 = 3570$

ответ: 3570

7

22 *шестовка*

дугу. Помогите на внешнюю
 часть. Каждая точка на ней
 находится на $\frac{1}{3}$ от центра
 и точки соединяются на окружности
 по радиусу. Внешней дуге,
 увеличенной на $\frac{1}{3}$ от центра
 радиус внутри окружности
 уменьшен на $\frac{1}{3}$, а внешней
 радиус в $\frac{1}{3}$ в центре как
 на рисунке!

$S_{общ} = S_1 + S_2 + 2 S_k$
 $S_1 = \frac{\pi \cdot (\frac{4}{3})^2}{2} = \frac{8}{9} \pi$
 $S_2 = S_1 - S_d = 1 - \frac{\pi \cdot (\sqrt{2 - \frac{1}{3}})^2}{2} =$
 $= 1 - \frac{2 - \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{9}}{2} = 1 - (1 + \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{18}) =$
 $S_k = \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot (\frac{1}{3})^2 = \frac{\pi}{24}$
 $S_{от} = \frac{8}{9} \pi + \frac{\pi}{12} + 1 - \pi + \frac{\sqrt{2}}{3} \pi - \frac{1}{18}$
 $= \frac{8}{36} \pi + \frac{3}{36} \pi - \pi + \frac{\sqrt{2}}{3} \pi - \frac{2}{36} \pi + 1$
 $1 + \frac{\sqrt{2}}{3} \pi - \frac{3}{36} \pi$ Ответ: $1 + \frac{\sqrt{2}}{3} \pi - \frac{3}{36} \pi$

Шмидт

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{2x}{2} = x$$

$$f(x) = \frac{\frac{x+1}{1-x}}{\frac{x+1}{1-x} + 1} =$$

$$= \frac{1}{\frac{x+1}{1-x} + 1} = \frac{1-x}{2} = \frac{x-1}{2}$$

$$f(f(x)) = \frac{x-1}{2} - 1 = \frac{x-3}{2}$$

$$f(f(f(x))) = \frac{x-3}{2} - 1 = \frac{x-5}{2}$$

Докажем по индукции, что $f^n(x) = \frac{x - 2^n + 1}{2^n}$

$$g(x) = f\left(\frac{x - 2^{n-1} + 1}{2^{n-1}}\right) = \frac{x - 2^{n-1} + 1}{2^n}$$

для $n=9$ $g(x) = \frac{x-511}{512}$ - это прямая

$y = \frac{1}{512}x - \frac{511}{512}$ - это прямая, которая не имеет пересечения с осью y и она равна $\frac{1}{512}$ Ответ: $\frac{1}{512}$

Имитация

Объем:

$9 \dots 9$

Полюс

в 5 знаков 10^{35} $10^{35} - 1$
 закончился 10^{35} $10^{35} - 1$
 могут 10^{35} $10^{35} - 1$
 от 1 до $9 \dots 9$ $10^{35} - 1$
 $k = a_1 \dots a_t$

$a_1 \dots a_t$ - цифры 1+

$(10^{35} - 1) \cdot k$ $10^{35} - k$

$$X = (k-1) \underbrace{9 \dots 9}_{35-t \text{ циф}} (10^t - k)$$

$$10^t - k = \underbrace{9 \dots 9}_{t \text{ циф}} - (k-1)$$

или $10^t - k = \underbrace{b_1 \dots b_t}_{k-1}$

$$4 \underbrace{9 \dots 9}_t - (k-1) \text{ как } \underbrace{c_1 \dots c_t}_{k-1}$$

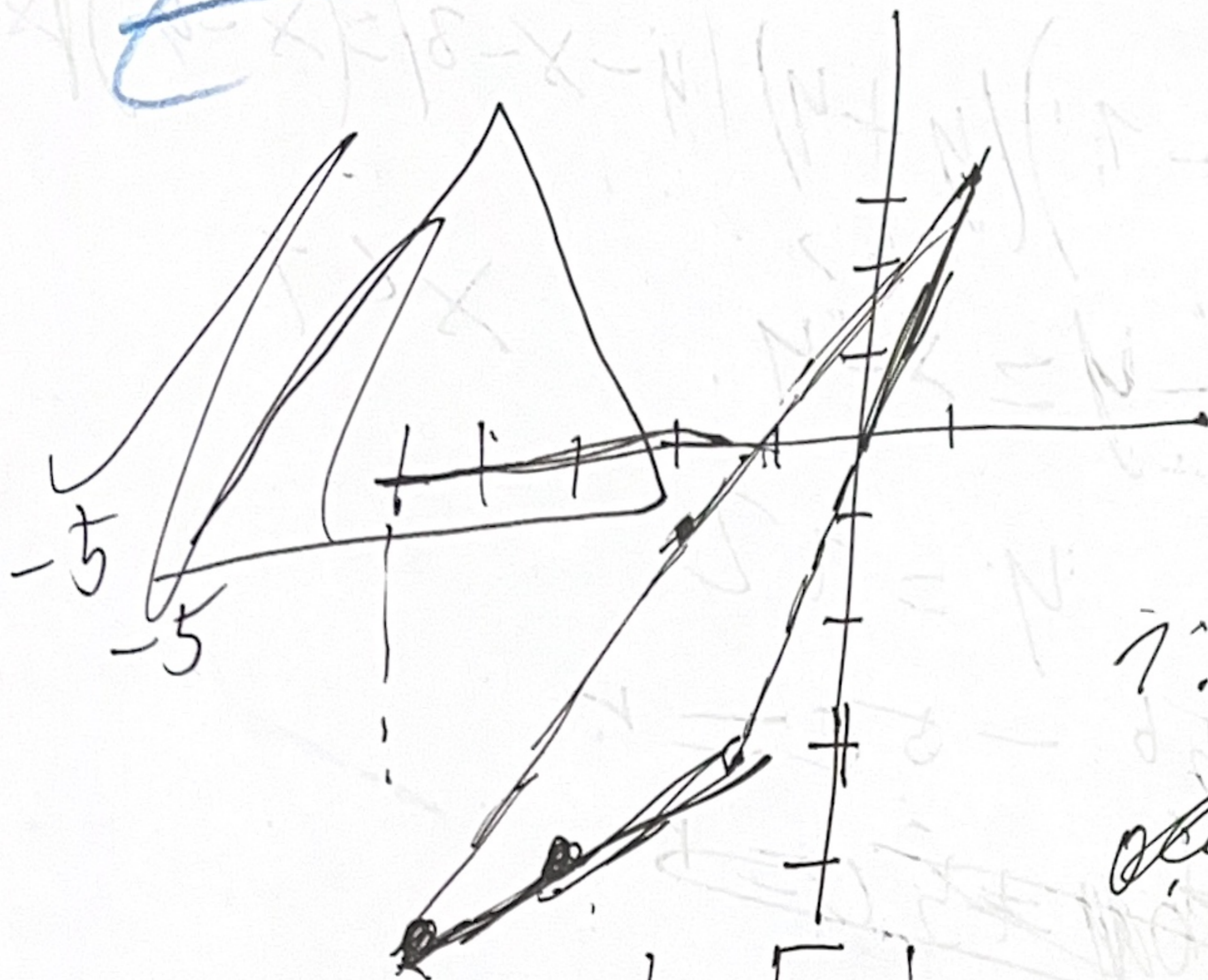
$$b_i + c_i = 9, \text{ то } \underbrace{9 \dots 9}_t - (k-1) = 9 \cdot t - (k-1)$$

$$S(X) = S(k-1) + S(9 \dots 9 - (k-1))$$

$$9 \cdot (35 - t) = 9 \cdot 35 = S(9 \dots 9)$$

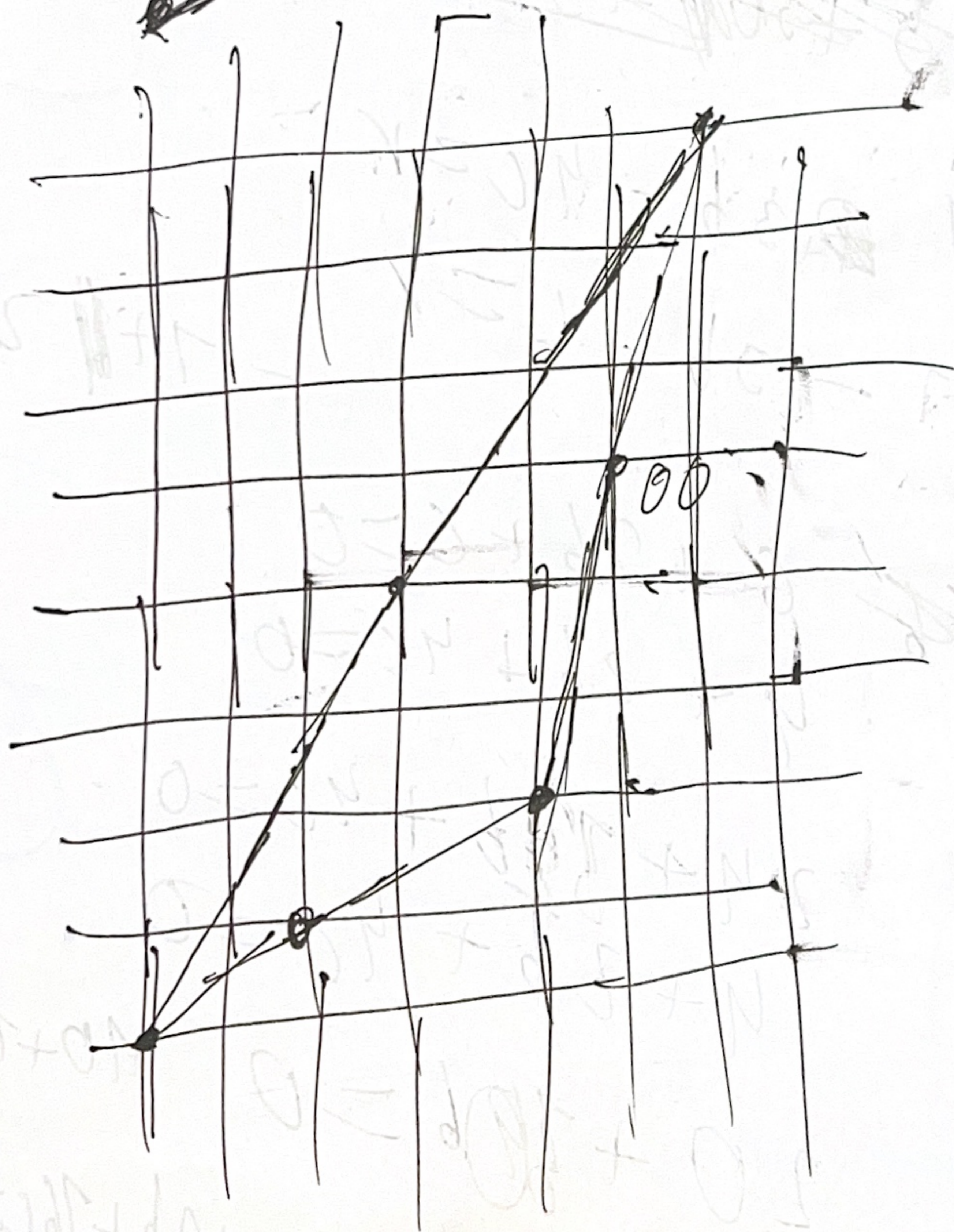
\Rightarrow условие выполнимо
 что нам было и нужно

Чертежи



$\gamma: 3 \quad 0; 1$

~~0; 1~~



00

Черновик

~~(x-1)(y+4) | 4-x-3 | = (x-4) | x-4~~

$x+3-y = x-4 \quad x < 7$

$y = 7$

$-5 - 3b - 5c = r$

~~$-5 - 3b - 5c = 5$~~

$1 + 3b - 4c = r$

$-1 - 3b - c = r$

$-1 + 2 + \frac{2}{3}$

~~$6 + 3b + c = 0$~~

$4 + 2b + 4c = 0$

$24 + 32b + 4c = 0$

$4 + 2b + 4c = 0$

$20 + 20b = 0$

$10 + 15c = 6$

$26 + 2b + 16c = 0$

$12 \quad 16$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$

~3

~~или $x^2 + 4x - 4 - 4 = 0$, то~~

$-|4 - x - 3| = x - 4$

или $4 - x - 3 \geq 0$, то

~~$4 - x - 3 = x - 4$~~ $x - 4 + 3 = x - 4$

$y = 12$

$(4x + 4x - 4 - 4) = (4 + 4)(x - 1)$

$4 + 4 < 0 \Rightarrow x - 1 < 0 \Rightarrow x < 1$

$\sqrt{4 - x + 70} = 4 - 3$

$\sqrt{22 - x} = 9$

$x = -59$

$x < 1$

$4 - x - 3 \geq 0 \Rightarrow$

$(-59; 12) - \text{ис}$

или $4 - x - 3 \leq 0$, то

$4 - x - 3 = x - 4 \Rightarrow x - 2x - 3 = 0$

$y = 2x + 3$

$\sqrt{2x + 3 - x + 70} = 2x + 3$

$\sqrt{x + 73} = 2x + 3$

$x + 73 = 4x^2 + 10x + 25$

$4x^2 + 9x + 7 = 0$

дискриминант $81 - 112 < 0 \Rightarrow$ решений нет

итого
 $x^2 + 4x - y - 4 \geq 0$, тогда

$|y - x - 3| = (x - 4)$

или $x^2 - x - 3 \geq 0$, и

$y - x - 3 = (x - 4)$

~~или~~ $y = 2x + 3$

$\sqrt{2x+3} + 10 = 2x+5$ - ответ и решение

~~или~~ или $y - x - 3 < 0$

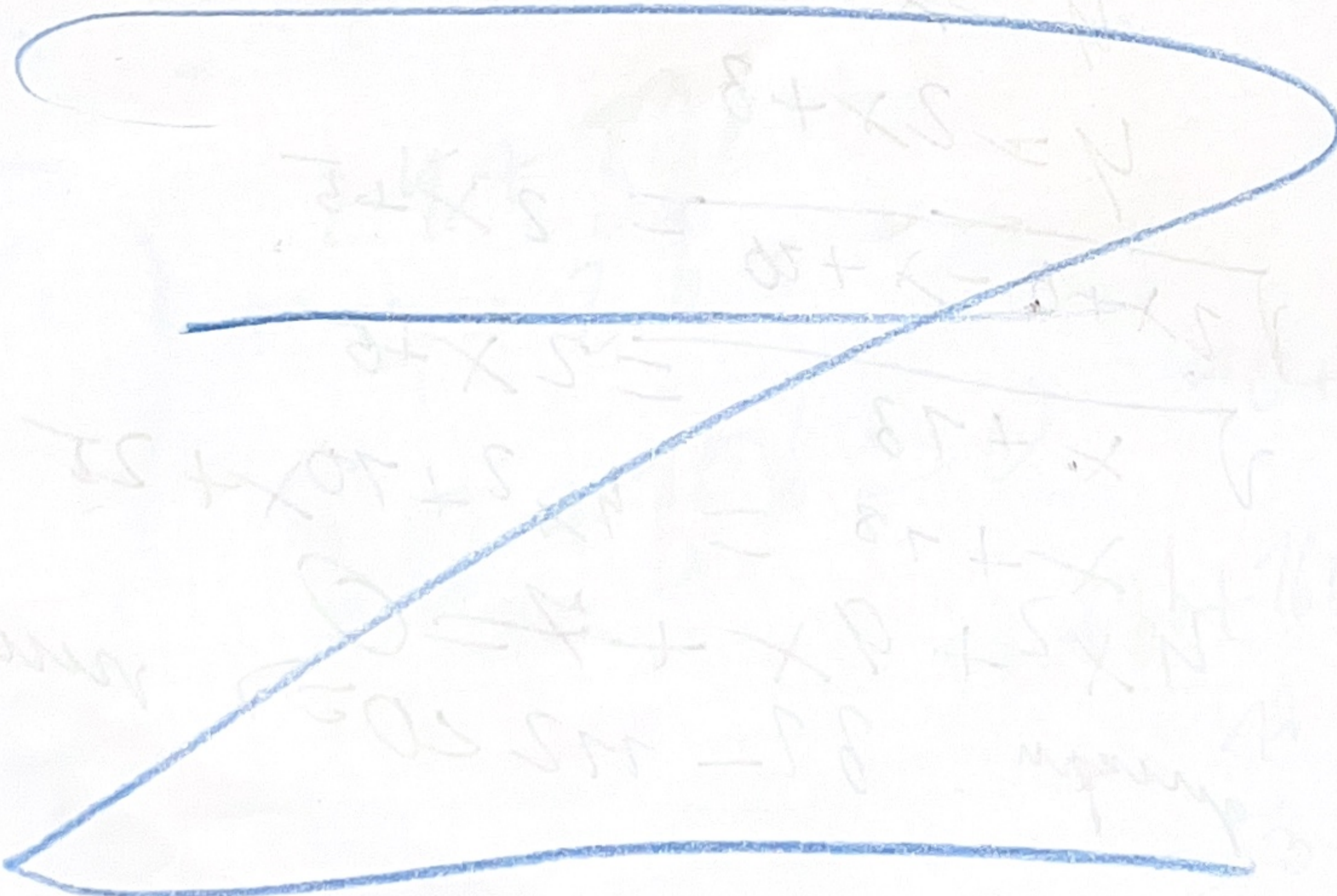
$y - x - 3 = 4 - x$ $y = 7 \Rightarrow x = 1$

ответ и $\sqrt{2x-3} = 9$, $x = -39$, но

~~или~~ $x = 1$ тогда $< 0 \Rightarrow$ решение

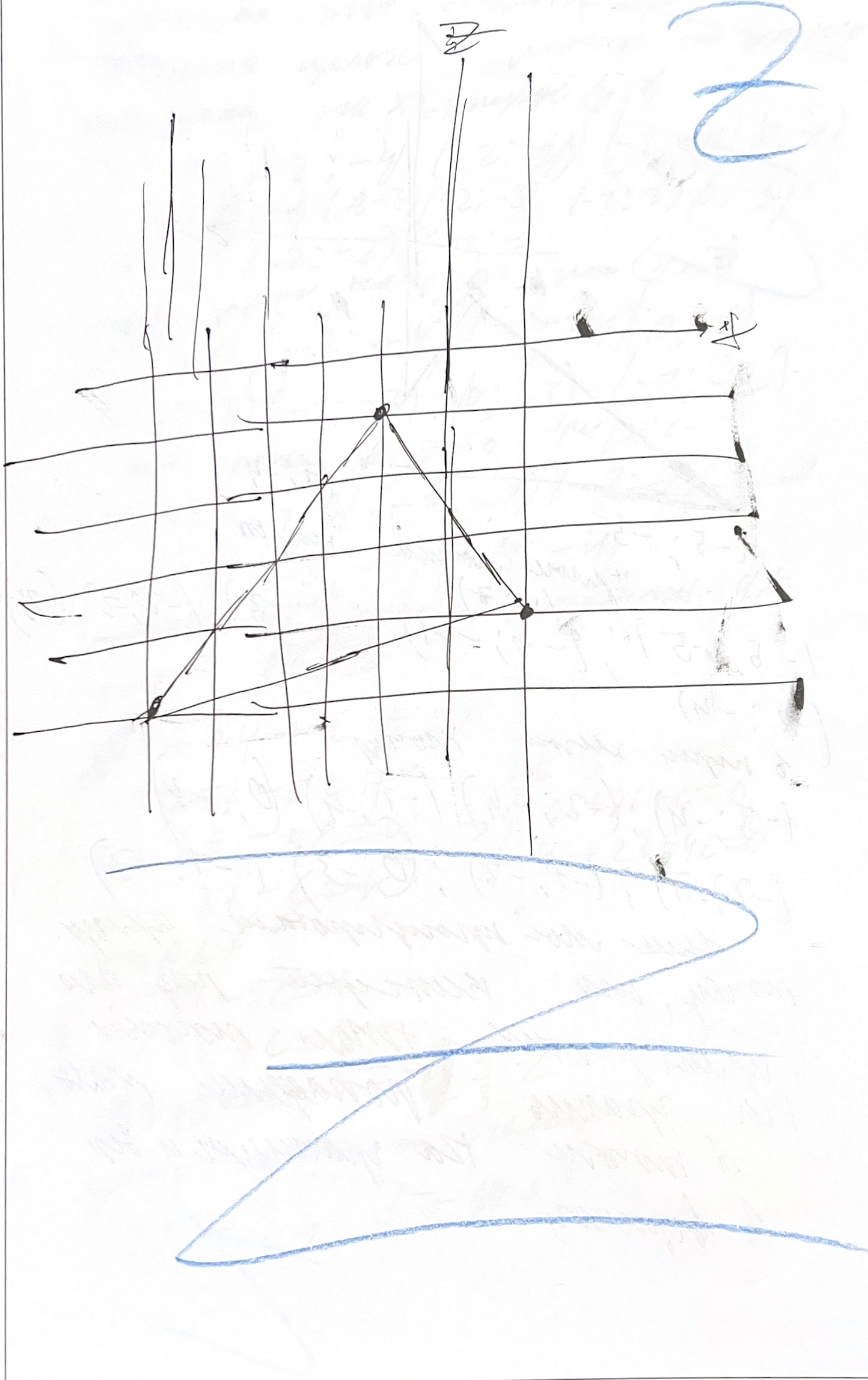
и там ничего не надо

Ответ: $(-39; 7)$



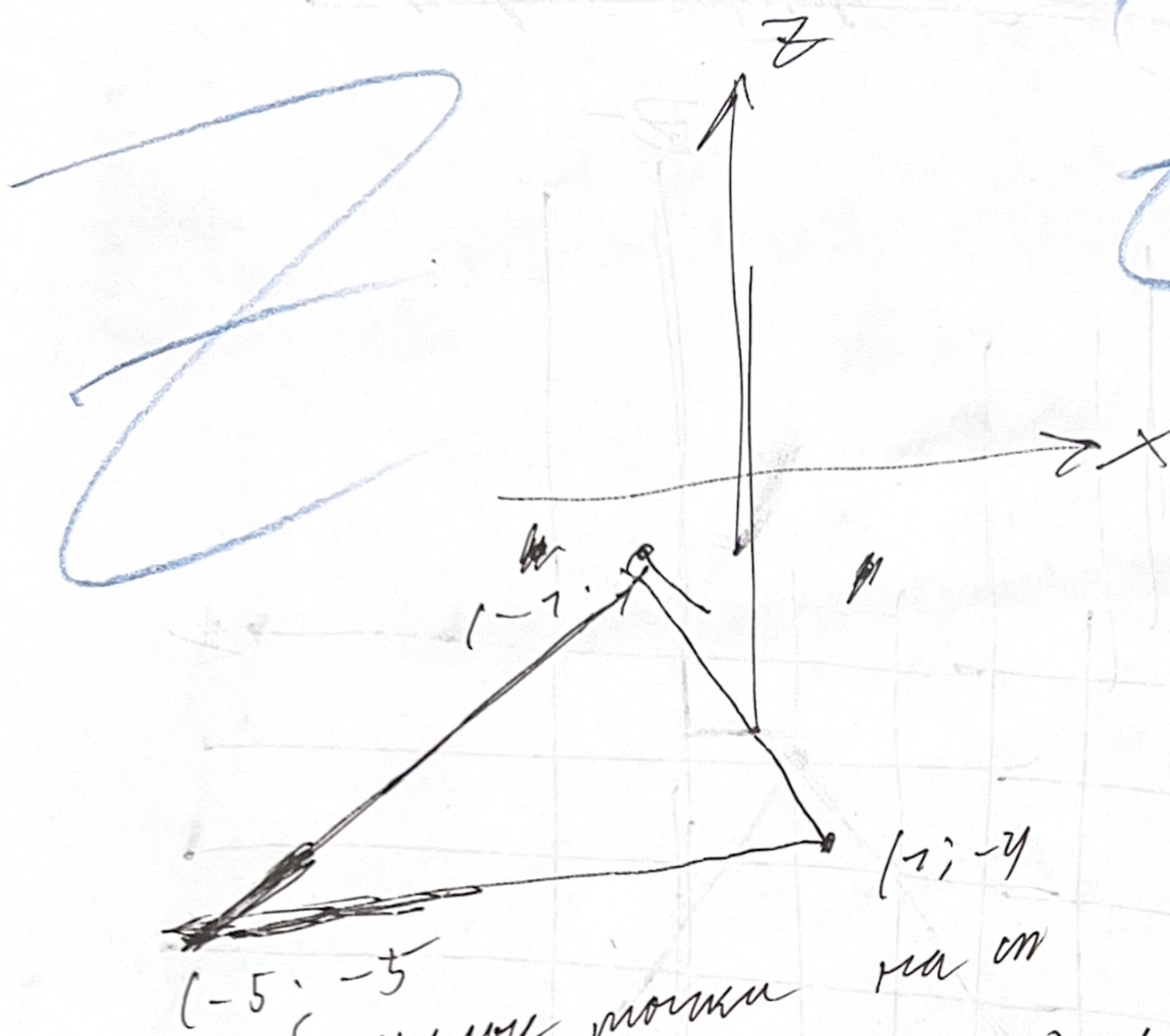
54-04-67-73
(40.14)

~~Иванов И.И. Чернов~~
~~И.И. Иванов~~
~~И.И. Иванов~~



структурный

в 3 проектах рисовать
на плоск $y=0$



целые точки на от
 $(-5; -5); (-4; -4); (-3; -3); (-2; -2); (-1; -1)$

$(-1; -4)$

в этих местах точки
 $(-3; -4); (-2; -4); (-1; -4); (0; -4)$

$(-2; -3); (-1; -3); (0; -3); (-1; -2)$

т.к. мы процировали эту
 точку, то вместе с ней еще

целые, при этом точки
 на границе попадают на

А точки на границе и вер
 в вершину

как мы можем увидеть,
 при $x=0$ целое множество
 точек - это только берем
 мы еще целое множество на y и z
 при $x=1$ паре $(y; z)$

$(-4; -4) (-3; -4) (-2; -4) (-1; -4) (0; -4)$

$(1; -4) (2; -4) (3; -4) (-2; -3) (-1; -3) (0; -3)$

$(1; -3) (-2; -2) (-1; -2)$ или $(x; z)$

при $y=0$ на $x=0$ или $(x; z)$
 $(-3; -4) (-2; -4) (-1; -4) (0; -4)$

$(-2; -3) (-1; -3) (0; -3) (-1; -2)$

при $z=0$ на $(x; y)$

$(0; 1) (-1; 0) (-1; -1) (-1; -2) (-2; -2)$

$(-2; -3) (-3; -3) (-4; -4)$

записываем уравнение плоскости q_0
 ~~$3x + 2y + z = 6$~~

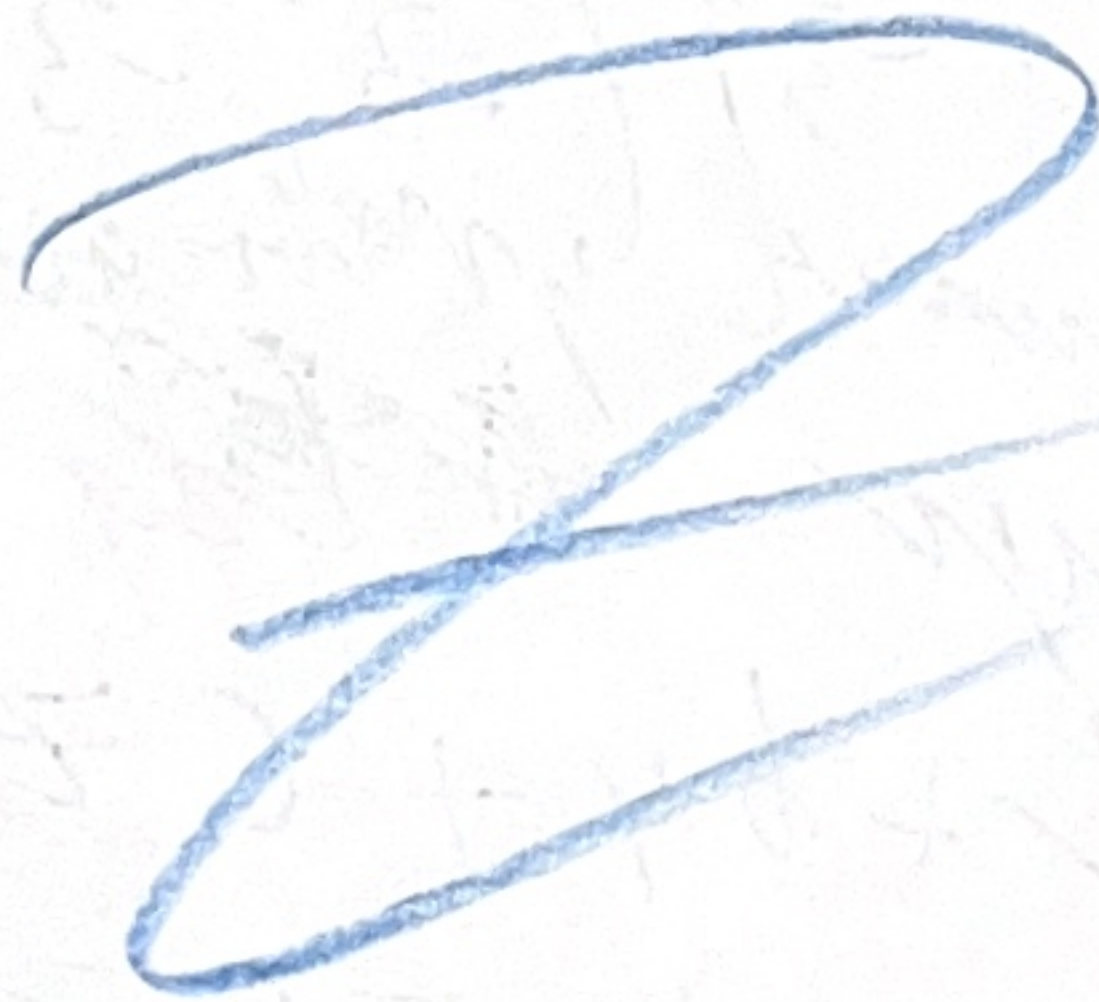
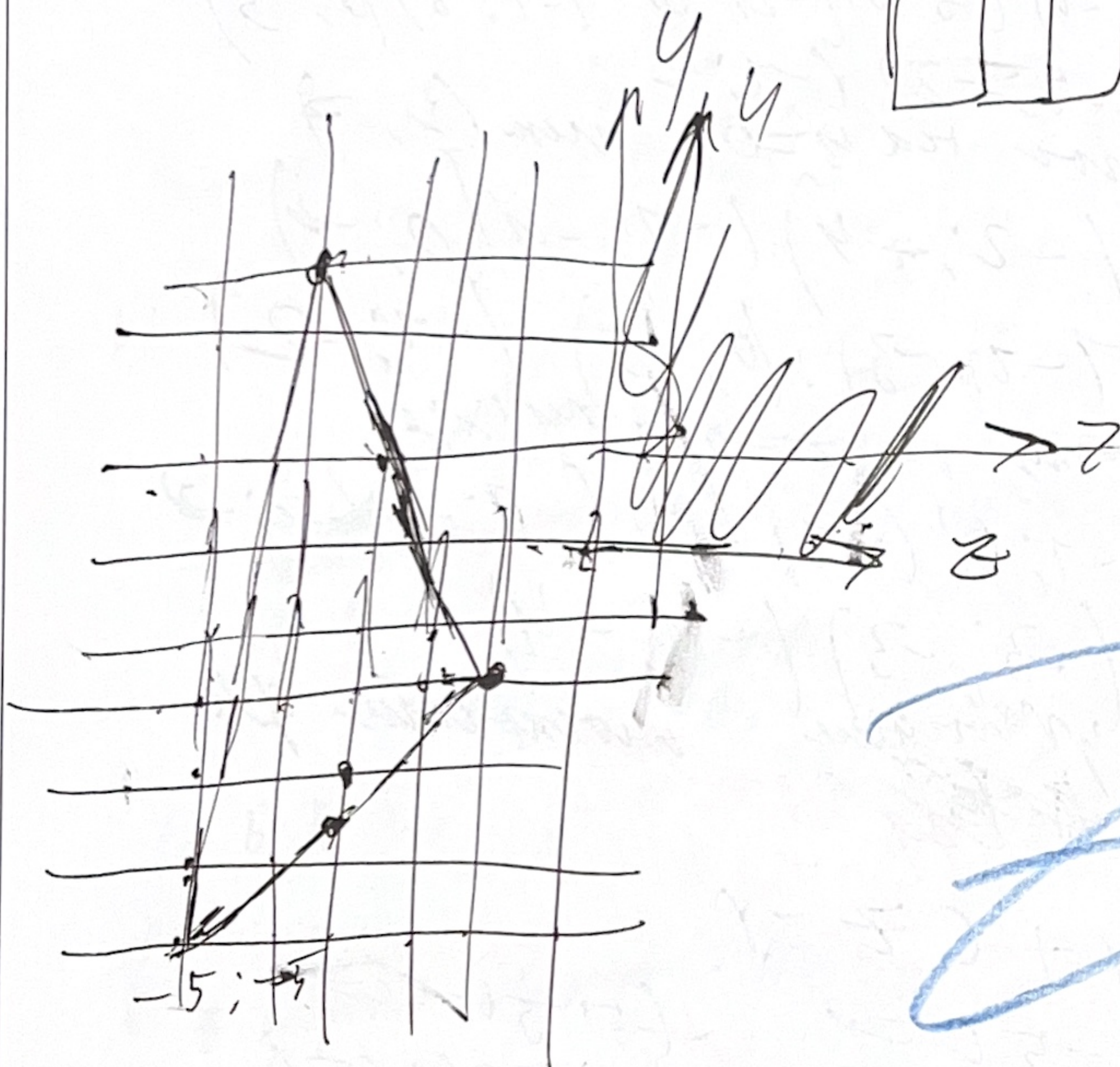
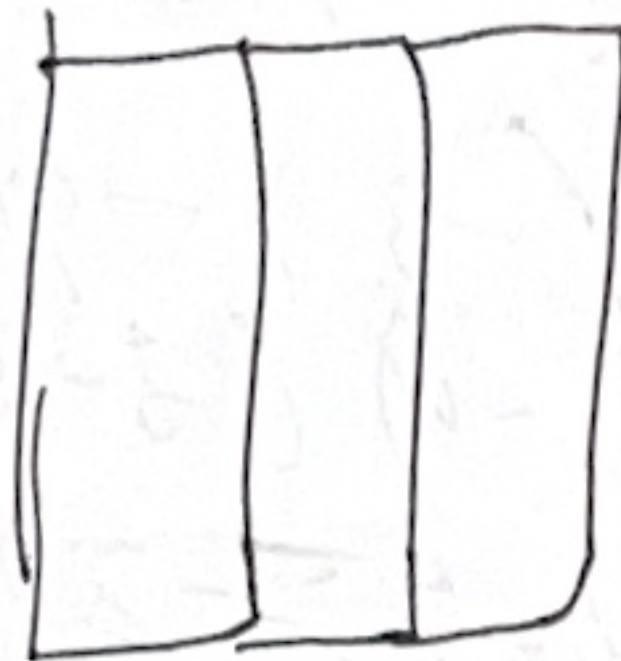
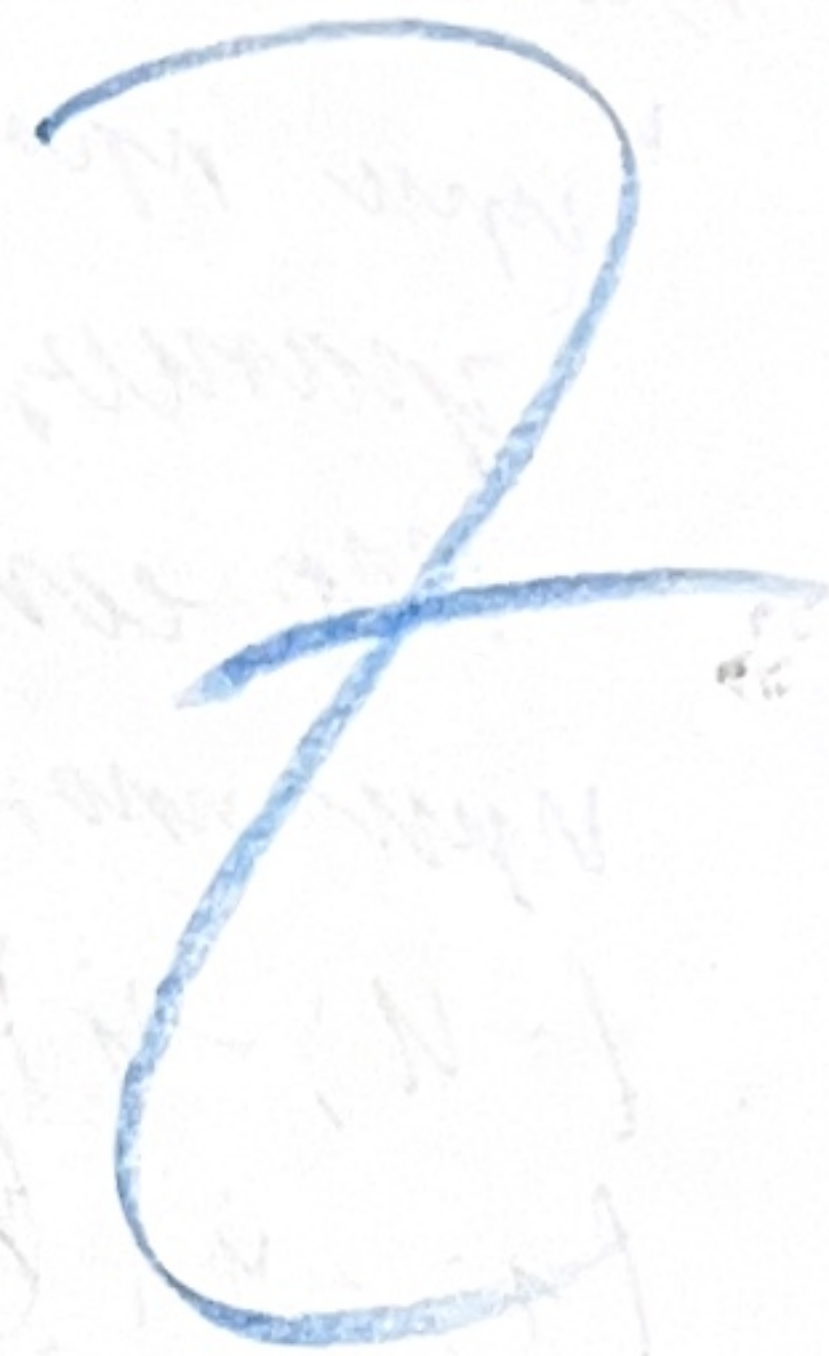
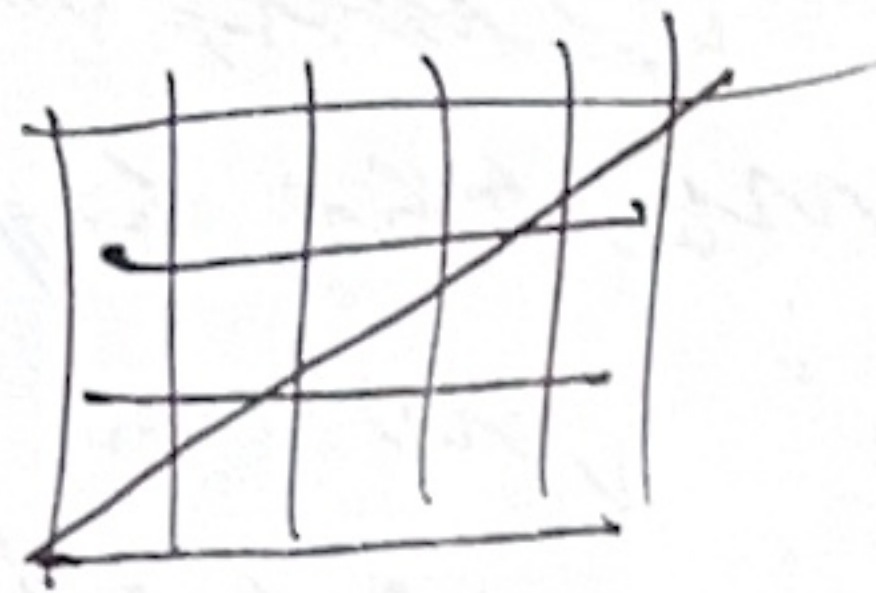
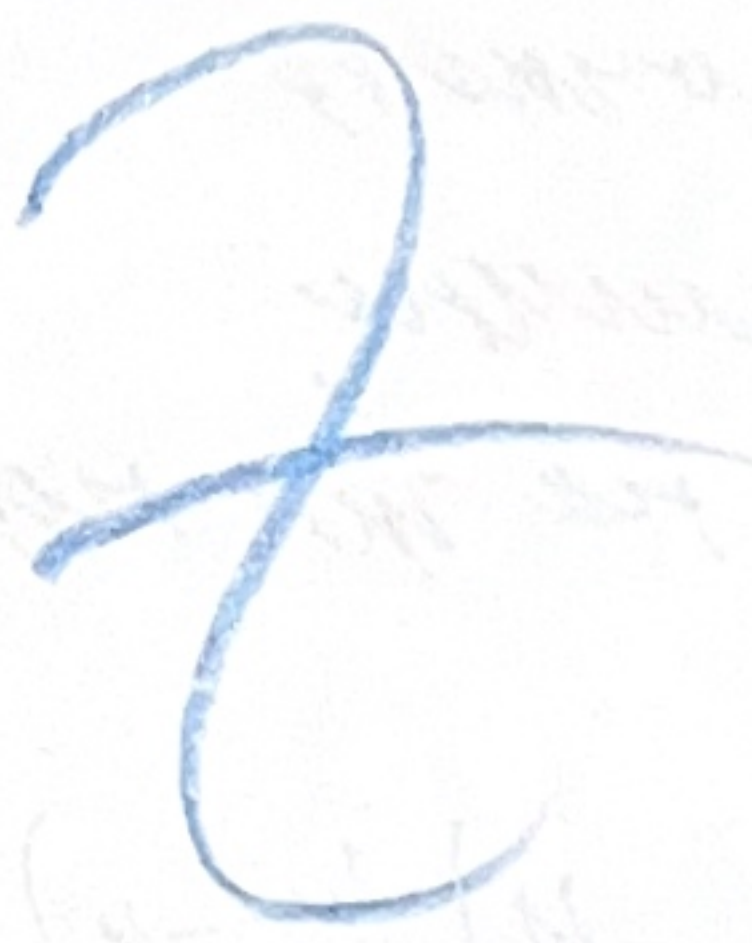
$$\begin{cases} x + 6y + 3z = 6 \\ -5 - 5b - 5c = v \\ 2 + 3b - 4c = v \\ -1 - 3b - c = v \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5 - 5b - 5c = v \\ 0 + 3b + c = 0 \\ 4 + 2b + 4c = 0 \end{cases}$$

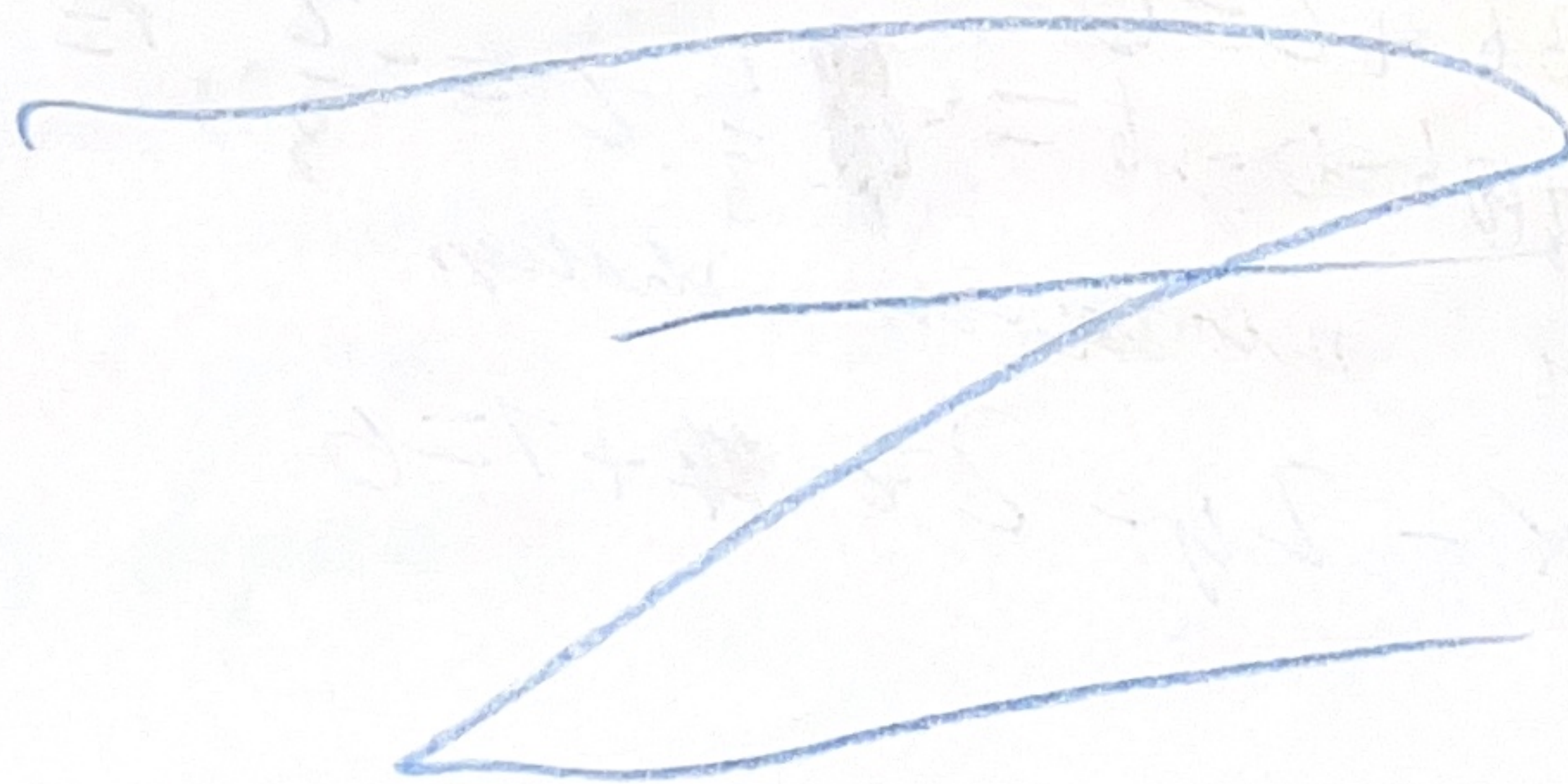
$$\begin{cases} -5 - 5b - 5c = v \\ 0 + 3b + c = 0 \\ 20 + 30b = 0 \Rightarrow b = -\frac{2}{3} \quad c = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

уравнение плоскости q_0
 $3x - 2y - 2z + 1 = 6$

Меркури



$(-4; -4)$ $(-3; -4)$ $(-2; -4)$
 $(-1; -4)$ $(0; -4)$



Для каждой точки z $y=0$ найдем
поиск y , чтобы точка z лежала на z

~~$x = -3$~~ ~~$z = 4$~~

$3 \cdot (-3) - 2y - 2 \cdot (-4) + 7 = 0$
поиск y $(3; 0; -4)$

$-2y = 0 \quad y = 0$

~~поиск y , чтобы точка z лежала на z~~

$x = -2 \quad z = 4$

$3 \cdot (-2) - 2y - 2 \cdot (-4) + 7 = 0$

$-2y + 3 = 0 \quad y = 1.5$

$x = -1 \quad y = 4$

$3 \cdot (-1) - 2y - 2 \cdot (-4) + 7 = 0$

$-2y + 6 = 0$

$y = 3$
 ~~$z = -4$~~ ~~поиск y~~

$x = 0 \quad z = -4$

$3 \cdot 0 - 2y - 2 \cdot (-4) + 7 = 0$

$-2y + 9 = 0 \quad y = 4.5$

$x = -2 \quad z = 3$

$3 \cdot (-2) - 2y - 2 \cdot (-3) + 7 = 0$

$1 - 2y = 0 \quad y = 0.5$

$x = -1 \quad z = 3$

$3 \cdot (-1) - 2y - 2 \cdot (-3) + 7 = 0$

$4 - 2y = 0 \quad y = 2$ ~~поиск~~

$x = 0 \quad z = -3$

$3 \cdot 0 - 2y - 2 \cdot (-3) + 7 = 0$

$4 - 2y = 0 \quad y = 2$ ~~поиск~~

$x = -1 \quad z = -2$

$3 \cdot (-1) - 2y - 2 \cdot (-2) + 7 = 0$ $y = 1$ ~~поиск~~
Итого: z