

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Сычарева Максима Денисовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 метр

Дата
«25» февраля 2024 года

Подпись участника

$$82 - 60 - 38 - 42$$

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	
8	0	8	12	12	0	12	8	60	

82-60-38-42
(40.36)

Задача

№7.

Доказать, что число $\frac{9 \dots 9}{85}$ соотв. условию задачи.

возьму так. 9-ю по индукции по m .

предположу, что $S(m \cdot \frac{9 \dots 9}{85}) = S(\frac{9 \dots 9}{85})$. 9-ю, см

$$S((m+1) \cdot \frac{9 \dots 9}{85}) = S(\frac{9 \dots 9}{85})$$

База: $m=0$ - очевидно; пусть $m \cdot \frac{9 \dots 9}{85} = A_m$

Предположу, что где A_m верно, то на A_{m+1} тоже верно. где $x_i + x_{85+i}$ справа x_i - i-ая цифра слева x_{85+i} - i-ая цифра справа

и возьму 86 цифру справа, как 0. если $x_{85+i} > 9$ или, то беру x_{85+i} как 0. тогда $A_{m+1} = (m+1) \cdot \frac{9 \dots 9}{85} = m \cdot \frac{9 \dots 9}{85} + \frac{9 \dots 9}{85} = m \cdot \frac{9 \dots 9}{85} + (\frac{9 \dots 9}{85} - 1) =$

$$= A_m + \frac{10 \dots 0}{85} - 1.$$

тогда рассмотрим цифры x_1, x_{86} , где x_1 - первая цифра у A_m справа, x_{86} - 86-ая цифра справа.

тогда по предположе $x_1 + x_{86} = 9$. если $x_1 \neq 0$, то $x_{86} \neq 9$, тогда куда прибавлю $\frac{10 \dots 0}{85}$ и высту 1 сумма этих цифр не изменится, а т.к. какие другие цифры не изменились, то $S(A_{m+1}) = S(A_m) = S(\frac{9 \dots 9}{85})$, и т.д.

тогда x_1 станет 9; x_{86} станет 0; x_2 уйдет на 1; x_{87} уйдет на 1. и теперь можно провести все те же рассуждения для x_2 и x_{87} как и для x_1 и x_{86} , т.к. по предп. индукции $x_2 + x_{87} = 9$.

т.к. число конечно можно чл. изобразить $x_i \neq 0$ и $x_i + x_{85+i} \neq 0$. тогда процесс прекратится и окажется, что $S(A_{m+1}) = S(A_m) = S(\frac{9 \dots 9}{85}) \Rightarrow \forall m \in \mathbb{N} \forall 1 \leq m \leq n S(mn) = S(n)$, где

получим, что $S(A_{m+1}) = S(A_m) = S(\frac{9 \dots 9}{85}) \Rightarrow \forall m \in \mathbb{N} \forall 1 \leq m \leq n S(mn) = S(n)$, где $n = \frac{9 \dots 9}{85}$. 3-ю, 2-ю, 1-ю $\frac{9 \dots 9}{85}$ - канон. 85-знач. число $\Rightarrow \frac{9 \dots 9}{85}$ - ответ на задачу

ответ: $\frac{9 \dots 9}{85}$

Сергиевск.

$S(99\dots 9n) = S(9\dots 9)$

$S(A) = S(9\dots 9)$

$S(A+9\dots 9) = S(9\dots 9)$

Atx $S(A) = S(999)$

$S(A+1000-1) = S(999)$

Atx

$a_1, a_2, \dots, a_x, a_{x+1}, a_{x+2}$
9

$9990 + 999 \cdot 1000 - 1$
 $9989 + 1000 = 10989$

$9989 + 1000$

5.

$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} \cdot xy$

$5 \cdot 20 \cdot 3 = 60 \cdot 5 = 300$

$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \cdot 3 = 45$

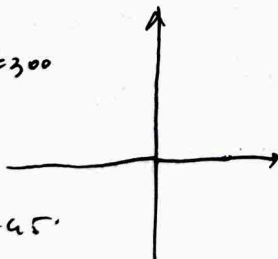
$10 \cdot 6 \cdot 3 = 180$

$5 \cdot 15 \cdot 6 = 30 \cdot 15 = 450$

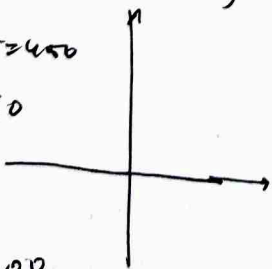
$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} \cdot 3 = 60$

$10 \cdot 15 \cdot 3 = 450$

$5 \cdot 20 \cdot 3 = 300$

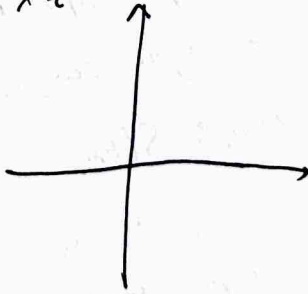


$\begin{array}{r} 111 \\ 1585 \\ \hline 3170 \end{array}$



- 11988
- 12987
- 13986
- 14985
- 15984
- 16983
- 17982
- 18981
- 19980
- 20979
- 21978

xz



$\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

$5 \cdot 6 \cdot 3 = 90$

ABx

$Ax + Cy + z$

$Ax + Ay + C_2 + 120$

~~$-5A - 5B - 5C + 1$~~

$-5A - 5B - 5C + 120$

$A + 3B - 4C + 1 = 0$

$-A - 3B - C + 1 = 0 \cdot 5$

$-5C + 1 = 0$

$-5C = -1$

$C = \frac{1}{5}$

призем.

наша супп

$-5A - 15B - 5C + 5 = 0$

$-5A - 3B - 5C + 1 = 0$

$12B - 4 = 0$

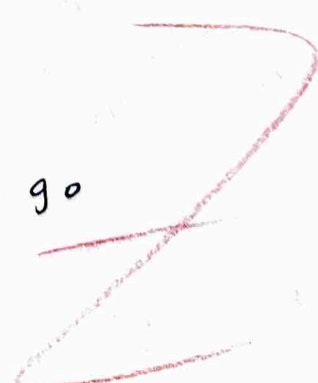
$12B = 4$

$B = \frac{1}{3}$

$A + 1 - \frac{8}{5} + 1 = 0$

$A = 2 \frac{2}{5} - 2$

$A = \frac{2}{5} - \frac{10}{5}$



Герновик

82-60-38-42
(40.36)

в чел 16 23 3н.
вста 26 53 6н 3ун.
или 3, как н.

$$2 - (x-1)^2 \leq y^2 \leq 1 - x^2$$

$$1 - x^2 \geq 2 - (x-1)^2$$

$$1 - x^2 \geq 2 - x^2 + 2x - 1$$

вср на вср → 2.

выбрали 3ун →

3 н.
0 3 → $C_5^2 \cdot C_6^1$
1 2 → $C_5^1 \cdot C_6^2$
2 1 → C_6^2
~~3 0~~

$$y^2 \leq 1 - x^2$$

$$y^2 \geq 2 - (x-1)^2$$

в 2 ун →

0 2 → $C_5^2 \cdot C_6^1$
1 1 → $C_5^1 \cdot C_6^2$
2 0 → C_6^3

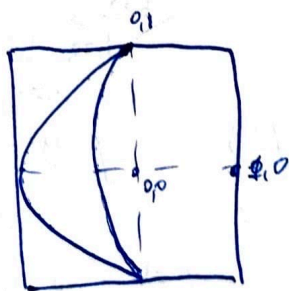
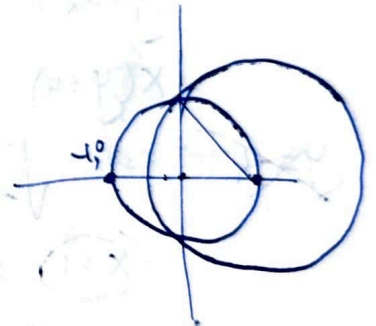
$$x^2 + y^2 \leq 1$$

$$(x-1)^2 + y^2 \geq 2$$

1 ун →

0 1 → $C_5^2 \cdot C_6^2$
1 0 → $C_5^1 \cdot C_6^3$

0 ун → $C_5^2 \cdot C_6^3$



$$x^2 + y^2 \leq 1$$

$$(x-1)^2 + y^2 \leq 2$$

$$(x-1)^2 - x^2 \leq 1$$

$$(x-1-x)(x-1+x) \leq 1$$

$$-1(2x-1) \leq 1$$

$$2x - 1 \geq -1$$

$$2x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$1 - x^2 \geq 2 - (x-1)^2$$

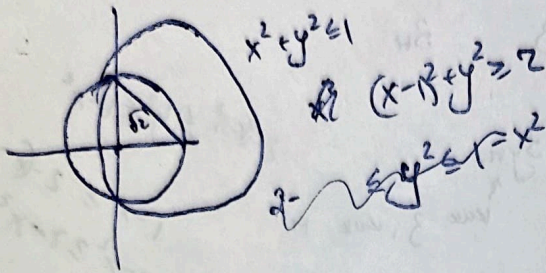
$$(x-1)^2 - x^2 - 1 \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 1 - x^2 - 1 \geq 0$$

$$x \geq 0$$

2

Герников.



$x^2 + y^2 = 1$
 $(x-1)^2 + y^2 = 2$
 $2 - x^2 = x^2 + 2$

$85 - 68 = 17$

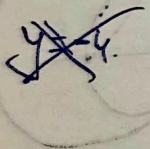
$x_0, y_0 \rightarrow (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = \frac{1}{9}$ $17 \cdot 4 = 68$

$(xy + 4x - y - 4) | y - x - 8 | = (x-4) | xy + 4x - y - 4 |$
 $\sqrt{y-x+10} = y-3$

$xy + 4x - y - 4 = 0$

$xy + 4x = y + 4$

$x(y+4) = y+4$



$\sqrt{-4-x+10} = -7$ W

$(x=1) \Rightarrow$

$\sqrt{y-1+10} = y-3$

$\sqrt{y+9} = y-3 \Rightarrow y-3 \geq 0; y+9 \geq 0$

$y+9 = (y-3)^2$

$y+9 = y^2 - 6y + 9$

$y^2 - 7y = 0$

$y(y-7) = 0 \Rightarrow y=0$

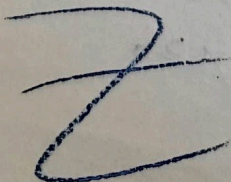
$(y=7) \rightarrow (1; 7)$

- $7a + 11b + 17c = 85$
- $c=5 \Rightarrow 7a + 11b = 0$ W
- $c=4 \Rightarrow 7a + 11b = 17$ W
- $c=3 \Rightarrow 7a + 11b = 34$
- $b=0$ W
- $b=1$ W
- $b=2$ W
- $c=2 \Rightarrow 7a + 11b = 51$
- $b=0$ X
- $b=1$ X
- $b=2$ X
- $b=3$ 18
- $b=4$ 7
- $c=2$
- $7 \cdot 1 + 11 \cdot 4 = 49$
- $a=1; b=4$
- $c=1 \Rightarrow 7a + 11b = 68$
- $b=0$ 68
- $b=1$ 57
- $b=2$ 46
- $b=3$ 35 $\rightarrow a=5$
- $b=4$ 24
- $b=5$ 13
- $b=6$ 2

$7a + 11b = 85$

- $b=0$
- $b=1$
- $b=2$ 63
- $b=3$ 52
- $b=4$ 41
- $b=5$ 30
- $b=6$ 19
- $b=7$ 8

$a=9$



Зерновик

$$xy + 4x - y - 4 \geq 0 \Rightarrow |y - x - 8| = x - 4 \Rightarrow x \geq 4 \Rightarrow y \geq -4$$

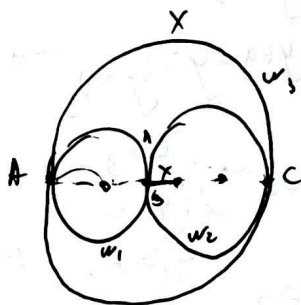
$$\begin{aligned} xy + 4x &\geq 4 + y \\ x(y + 4) &\geq 4 + y \\ (x - 1)(y + 4) &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y - x - 8 = x - 4 \rightarrow \\ y - x - 8 = -x + 4 \rightarrow y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 13 \\ \hline 48 \\ + 16 \\ \hline 208 \\ + 9 \\ \hline 217 \end{array}$$

$$13 \cdot 4 = 52 - 4 = 208$$

$$\begin{array}{r} \times 19 \\ 19 \\ \hline 171 \\ + 19 \\ \hline 361 \end{array}$$



$$P_{1 \cup 2} : \overline{4} r_1 = 13 \rightarrow R_1 = \frac{13}{11}$$

$$P_{2 \cup 3} : \overline{11} \cup R_2 = 21 \rightarrow R_2 = \frac{21}{11}$$

$R_3:$

$$x + 2R_1 = 2R_2 - x$$

$$2x = 2R_2 - 2R_1$$

$$x = R_2 - R_1 = \frac{21}{11} - \frac{13}{11} = \frac{8}{11} \Rightarrow R_3 = 2 \cdot \frac{26}{11} + \frac{8}{11} = \frac{36}{11}$$

$$\Rightarrow AC = 34$$

$(5; 3; 1) \sqrt{}$

$9; 2; 0 \rightarrow 11$

$$V_{AB} = \frac{13}{7}; V_{BC} = \frac{21}{11}; V_{AC} \text{ и } V_{AC} = \frac{34}{12} = 2.8 \text{ (клетки) (к.м./мин.)}$$

a раз AB , b раз BC , c раз $AC \rightarrow$ всего бревенки \rightarrow

$$7a + 11b + 17c = 85 \text{ прояски тогда. } 13a + 21b + 34c = x$$

$2ax + b + c = x$ $c = 5; x$ $(C; a+b)$ $(a+b=?)$
 $c = 4$ $(C; c)$ $a+b = \dots$

Систовик.

$$\begin{cases} \sqrt{3} \\ (xy+4x-y-4)|y-x-8| = (x-4)|xy+4x-y-4| & \textcircled{1} \\ \sqrt{y-x+10} = y-3 & \textcircled{2} \end{cases}$$

I $xy+4x-y-4=0$

$xy+4x=y+4$

$x(y+4)=y+4 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$ рассмотрим второе

уравнение:

$\sqrt{y-x+10} = y-3 \Rightarrow y-3 \geq 0 \Rightarrow y \geq 3 \Rightarrow y = -4$ не подходит.

Тогда $x=1$. Подставлю в $\textcircled{2}$:

$\sqrt{y-1+10} = y-3 \Leftrightarrow \begin{cases} y-3 \geq 0 \\ y+9 \geq 0 \\ (y+9) = (y-3)^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y \geq 3 \\ y+9 = y^2 - 6y + 9 \end{cases} \rightarrow$

$\begin{cases} y \geq 3 \\ y^2 - 7y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y \geq 3 \\ y = 0 \\ y = 7 \end{cases}$ т.к.

$y \geq 3 \Rightarrow$ подходит только $y=7$.

Тогда тут корни $(x, y) = (1, 7)$. Подставив их, проверим верную систему.

II. $xy+4x-y-4 \geq 0$

$x(y+4) - (y+4) \geq 0$

$(x-1)(y+4) \geq 0$ $\textcircled{3}$

$|xy+4x-y-4| = xy+4x-y-4$.

тогда т.к. преобразов $xy+4x-y-4 \neq 0$, то $\textcircled{1}$

$\begin{cases} |y-x-8| = x-4 \Rightarrow \\ \begin{cases} y-x-8 = x-4 \\ y-x-8 = -x+4 \end{cases} \Rightarrow \\ x \geq 4 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = 12 \\ x \geq 4 \end{cases}$

З-у, это при $x \geq 4$ в обоих случаях $y \geq 4 \Rightarrow$ пер. в $\textcircled{3}$

Верно. подставлю $y=12$ в $\textcircled{2}$: $\sqrt{12-x+10} = 12-3=9$

$\sqrt{22-x} = 9 \rightarrow 22-x = 81 \rightarrow x = 22-81 < 0 < 4 \rightarrow$ такого нет

№3 продолж.

предположим теперь $y = 2x + 4$:

$\sqrt{2x+4-x+10} = 2x+4-3 = 2x+1$. т.к. $x \geq 4$, то $2x+1 \geq 0$
и $x+14 \geq 0$. тогда

$\sqrt{x+14} = 2x+1$

$x+14 = 4x^2+4x+1$

$4x^2+3x-13=0$

$D = 9 + 4 \cdot 16 \cdot 13 = 217 \rightarrow$

$x = \frac{-3 + \sqrt{217}}{16}$

$x = \frac{-3 - \sqrt{217}}{16}$ ← не подходит, т.к. он < 0 , а должно ≥ 4 .

тогда $\frac{-3 + \sqrt{217}}{16} \geq 4 \rightarrow -3 + \sqrt{217} \geq 64$

$\sqrt{217} \geq 67 \rightarrow 217 \geq 67^2 \rightarrow$ не правда \rightarrow

II нет корней.

III

$xy + 4x - y - 4 < 0 \rightarrow |xy + 4x - y - 4| = -(xy + 4x - y - 4) \Rightarrow$
 (4) $(x-1)(y+4) < 0$ ① преобраз. в $|y-x-8| = -(x-4) \Rightarrow$

$\begin{cases} y-x-8 = -(x-4) & \rightarrow y-x-8 = -x+4 \\ y-x-8 = x-4 & \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x+4 \\ y = 12 \\ x \leq 4 \end{cases}$

$\begin{aligned} -(x-4) &\geq 0 \\ x-4 &\leq 0 \\ \underline{x \leq 4} &\Rightarrow \end{aligned}$

3-у, это для таких же у уже проверялись значения в

II. причем при $y=12$ имеем, что $x = 22-8 = -6$, что $\leq 4 \rightarrow$ подходит, и не-бо (4) выполняется

при $y = 2x+4$. имеем корень $x = \frac{-3 - \sqrt{217}}{16} < 0 \leq 4 \rightarrow$ тоже подходит.

для $x-1 < 0$, тогда $y+4 > 0$. т.е. $2x+8 > 0 \rightarrow x+4 > 0 \rightarrow x > -4$. тогда

$\frac{-3 - \sqrt{217}}{16} > -4 \rightarrow -3 - \sqrt{217} > -64 \rightarrow 3 + \sqrt{217} < 64 \rightarrow \sqrt{217} < 61$, это верно

такой x и y подходят. теперь $x = \frac{-3 + \sqrt{217}}{16}$ уже было проверено, что

не правда, это он не больше или равен 4 $\rightarrow \frac{-3 + \sqrt{217}}{16} \leq 4$. 3-у, то

$-3 + \sqrt{217} < 16$. т.к. $\sqrt{217} < 19 \Rightarrow x < 1 \rightarrow x-1 < 0 \rightarrow y+4 > 0$ (4) (4) \rightarrow

$2x+8 > 0 \rightarrow x > -4$ $\frac{-3 + \sqrt{217}}{16} > -4 \rightarrow -3 + \sqrt{217} > -64 \rightarrow \sqrt{217} > -61$. это верно

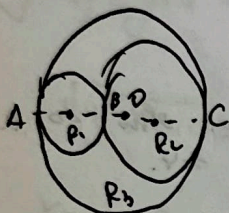
Систовим

№3 продолж.
 Тогда в III такие корни: $(-59; 12); (-\frac{3-\sqrt{217}}{16}; 2 \cdot \frac{-3-\sqrt{217}}{16} + 4)$ и $(-\frac{3+\sqrt{217}}{16}; 2 \cdot \frac{-3+\sqrt{217}}{16} + 4)$.

Тогда:

Ответ: ~~в~~ $(1, 7); (-59, 12); (-\frac{3-\sqrt{217}}{16}; 2 \cdot \frac{-3-\sqrt{217}}{16} + 4); (-\frac{3+\sqrt{217}}{16}; 2 \cdot \frac{-3+\sqrt{217}}{16} + 4)$.

№4.



Обозначу радиусы в порядке возрастания:

R_1, R_2, R_3

$AA = 13 \Rightarrow \pi \cdot R_1 = 13 \Rightarrow R_1 = \frac{13}{\pi}$

$BC = 21 \Rightarrow \pi \cdot R_2 = 21 \Rightarrow R_2 = \frac{21}{\pi}$

Пусть O - центр самой большой окр. Это, это центр всех трех окр. на одной прямой и O лежит в середине по ради.

$AB \Rightarrow 2R_1 + x = 2R_2 - x$ (так как $R_3 = R_3$) $\rightarrow 2x = 2R_2 - 2R_1 \Rightarrow$

$R_3 = 2R_1 + x = \frac{26}{\pi} + \frac{8}{\pi} = \frac{34}{\pi} \Rightarrow AC = 34$

Пусть по полуокружности окр с R_1 пересекали с R_3 по полуокружности с R_2 - b раз; по полуокружности с R_1 - a раз \Rightarrow

всего врезка потрачено $\rightarrow 7a + 11b + 17c = 85$ (12 25 см)

З-2у, то тогда всего км врезка - $13a + 21b + 34c$, это есть $(7a + 11b + 17c) \cdot 2 - (a+b) = 85 \cdot 2 - (a+b) = 170 - (a+b)$

нужно найти $a+b$.

построю таблицу:

c	7a	11b	7a+11b
5	0	0	0
4	6	11	17
3	14	0	14
	23	11	
	12	22	
2	51	0	51
	40	11	
	29	22	
	18	33	
	7		

и будем подбирать (перепробуем с от 5 до 0 и b от 1 до макс $\lfloor \frac{85-17c}{11} \rfloor$)

C	7a	11b	7a+11b
1	68	0	68
	57	11	
	46	22	
	35	33	
	24	44	
	13	55	
0	2	66	65
	75	0	
	64	11	
	53	22	
	42	33	
	31	44	
	20	55	
9	66		
8	77		

если, то $7a$
 если, то $7a:7 \Rightarrow$
 может только
 такие тройки
 $(a, b, c): (0, 0, 6) 1)$
 $(5, 3, 1) 2)$
 $(1, 4, 2) 3)$
 $(9, 2, 0) 4)$

~~Видно, что может только~~

- 1) не подходит, так как кол-во мон (5) меньше по А, чем по В, значит $7a < 11b$
 - 2) подходит: сначала идет 5 ходов по Окр с $R_1 \rightarrow$ переходят в В. затем 3 по Окр с $R_2 \rightarrow$ переходят в С. и одним ходом в А.
 - 3) 3-2у, 200 $C=0 \rightarrow$ не могут болшой не ходят \rightarrow когда из А ходят в В, то следом 2 хода по Окр с R_2 могут только вернуться в В. то. иначе, следом после 1 Окру пришлось бы идти по самой большой Окр. но тогда число за нее кол-во ходов по меньшей Окружность вернуться в А \ll
 - 3) 3-2у, что если в какой-то момент из А вышел по Окр с R_1 , то за 1 ход я гарантирую Окру в В. из В и вернуться по Окр с R_1 не могу ($7a > 11b$) \rightarrow иду в С. но для этого нужно не кол-во ходов \Rightarrow либо либо в В уже до этого был по тогда бы и пришлось пройти по Окр с $R_1 \rightarrow$ и не предполагая, что рассуждая так быть не может, т.к. проходить по той самой Окру 1 раз либо еще вернуться в В. но 3-2у, что C -значит \rightarrow из С в А по Окру R_2 попасть можно только за не кол-во ходов \rightarrow вернуться из С в С \rightarrow \ll
- \Rightarrow ед. вариант: $(a, b, c) = (5, 3, 1) \Rightarrow a+b=8 \Rightarrow 170-8=162$. Ответ: 162.



Зерновик.

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1} \quad (x \neq -1)$$

$$f\left(\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1} \quad x=0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = 2 \frac{x}{x+1}$$

$$f(0) = -1 \quad f(-1) = -1$$

$$\frac{\frac{x-1}{x+1} - 1}{2} = \frac{2}{x+1-x-1} = \frac{2}{-2}$$

$$f(f(x)) = \frac{-\frac{1}{x+1} - 1}{-\frac{1}{x+1} + 1} = \frac{-1-x-1}{x+1} = \frac{-x-2}{x}$$

$$f(f(f(x))) = \frac{\frac{-x-2}{x} - 1}{-\frac{x-2}{x} + 1} = \frac{-x-2-x}{x} = \frac{-2x-2}{x} = -\frac{2x+2}{x}$$

$$f(f(f(f(x)))) = \frac{-x-1-1}{-x-1+1} = \frac{-x-2}{-x} = \frac{x+2}{x}$$

$$f\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right) = f\left(\frac{\frac{x_1-1}{x_1} - 1}{-\frac{x_1-1}{x_1} + 1}\right) = f\left(\frac{-x_1-1-x_1}{-x_1-1+x_1}\right) = f(-2x_1)$$

$$5 \cdot 20 \cdot 3 = 150 \quad f(2x+1) = x \quad f(2x+1) = x$$

$$x = -1 \quad 2x+1 = x \quad x = -1$$

$$f(-2+1) = -1$$

$$f(-1) = 1$$

$$10 \cdot 15 \cdot 3$$

$$\frac{x-1}{x+1} = 2t+1 \rightarrow \frac{1}{x+1} = t \quad x = 2t+1$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{9} \cdot 3$$

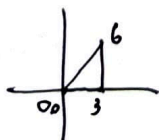
$$\frac{x-1}{x+1} = -\frac{2}{x+1} + 1 = -2 + x+1 \quad \frac{x-1}{2} = t$$

$$\frac{8 \cdot 5 \cdot 4}{6} \cdot 3$$

$$= 60$$

$$f(x) = \frac{x-1}{2} \quad 5 \cdot 15 \cdot 6 = 30 \cdot 15 = 450$$

$$f(f(x)) = f\left(\frac{x-1}{2}\right) = \frac{\frac{x-1}{2} - 1}{2} = \frac{x-1-2}{4} = \frac{x-3}{4}$$



$$(2) \quad y = kx$$

№5.

3-2y, что $x \neq -1$,

рассмотрим все возможные значения ~~$f(f(x))$~~ $f(f(x))$

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1} = x_0$$

$$f\left(\frac{x_0-1}{x_0+1}\right) = \frac{-1}{x_0+1} =$$

$$= \frac{-1}{-\frac{1}{x+1} + 1} = \frac{-1}{\frac{-1+x+1}{x+1}} = \frac{-x-1}{x} = x_1$$

$$f\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right) = \frac{-1}{x_1+1} = \frac{-1}{-\frac{x-1}{x} + 1} = \frac{-1}{\frac{-x-1+x}{x}} = x$$

тогда, так $x_1 = \frac{-x-1}{x}$, то $f\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right) = f\left(\frac{\frac{-x-1}{x}-1}{\frac{-x-1}{x}+1}\right) = f(2x+1) \Rightarrow$

$$f(2x+1) = x.$$

тогда \forall я рассмотрю какойнибудь x_2 :

пусть $x_2 = 2t+1 \rightarrow t = \frac{x_2-1}{2} \Rightarrow f(x_2) = \frac{x_2-1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{x-1}{2}$

тогда $f(f(x)) = f\left(\frac{x-1}{2}\right) = \frac{\frac{x-1}{2}-1}{2} = \frac{x-1-2}{4} = \frac{x-3}{4}$

$$f(f(f(x))) = f\left(\frac{x-3}{4}\right) = \frac{\frac{x-3}{4}-1}{2} = \frac{x-3-4}{8} = \frac{x-7}{8}$$

знаменатель каждый раз увеличивается в 2 раза; а коэф при x в числ - не изменяется.

тогда у $g(x) = f(\dots f(x))$ коэф при x будет $\frac{1}{2^n}$. причем

ясно, что функция - линейна \Rightarrow тангенс касат равен $\frac{1}{2^9}$.

проверю, что $f(x) = \frac{x-1}{2}$ подходит. $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{\frac{x-1}{x+1}-1}{2} = \frac{x-1-x-1}{2(x+1)} = \frac{-1}{x+1}$.

Ответ: $\frac{1}{2^9}$

это и нужно
было.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

1.1.

Экзотик

выбра 1/2 6 2/5 3 3/6 н.

3-й, это где братья ровно 2 варианта.

где в подсети кол-во вар братья остиплан и проки

каждо варианта относительно того, сколько универсалов я выберу

тогда нарисуем таблицу от количества χ братьев универсалов

и куда они пошли:

кол-во χ	пошло в 3	пошло в 6 или	кол-во вариантов
3	0 1 2	3 2 1	$C_5^2 \cdot C_6^1$ (C_5^2 -братья ост = 10 там, C_6^1 -братья ост там) $C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^2$ (C_3^2 -братья χ и χ) $C_6^2 \cdot C_3^2 = 45$
2	0 1 2	2 1 0	$C_5^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2$ (C_3^2 -братья 2/3 χ) $C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^2 \cdot 2 = 150$ (2-братья χ и χ куда отправит) $C_6^3 \cdot C_3^2 = 60$
1	0 1	1 0	$C_5^2 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1 = 450$ $C_5^1 \cdot C_6^3 \cdot C_3^1 = 1500$
0	0	0	$C_5^2 \cdot C_6^3$

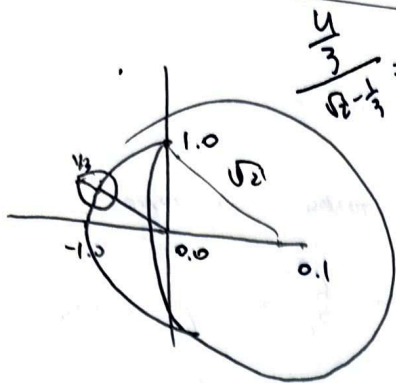
тогда всего: $2 \cdot (10 + 90 + 45 + 180 + 450 + 60 + 450 + 1500)$

$= 2 \cdot 2895 = 5790$

$= 11580$

или $1585 \cdot 2 = 3170$

ответ: 3170

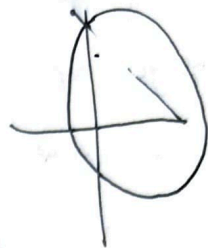


$$\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{4}{3\sqrt{3}-1} = \frac{4}{4(3\sqrt{3}+1)} = \frac{1}{3\sqrt{3}+1}$$

$$= \frac{12\sqrt{3}+4}{17}$$

$$\sqrt{3} - \frac{1}{3} = \sqrt{3} \cup \frac{1}{3}$$



A+99
92

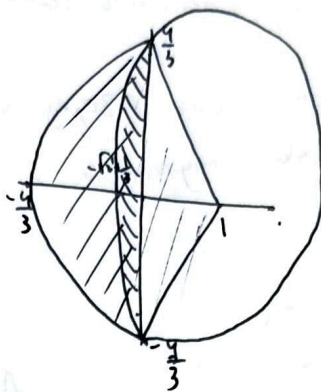
$$x^2 + y^2 \leq (1 + \frac{1}{3})^2$$

9+
9

$$A = \frac{10 \dots 0}{f+1}$$

9-18

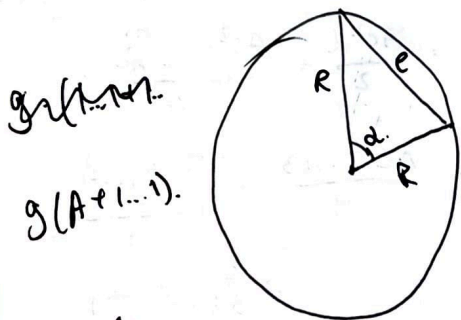
$$A = \frac{1000 \dots 1}{f+1}$$



9001234

999-123
122877

9 * y, 200 9... 9 999



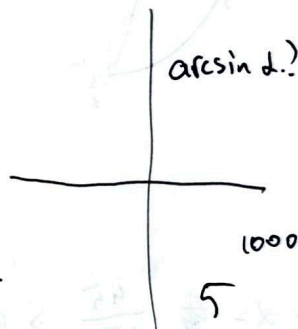
9(1...1)
9(A+1...1)

$$2u \rightarrow \pi R^2$$

$$d \rightarrow x$$

$$\frac{2u}{d} = \frac{\pi R^2}{x}$$

$$\frac{2}{d} = \frac{R^2}{x}$$



$$1000 + 9 - 1 = 1008$$

$$5 + 99 = 104$$

10 12300

$$x + \frac{100-1}{x}$$

$$S(m \cdot n) = S(n)$$

$$99 \cdot k \rightarrow 99 \cdot (k+1)$$

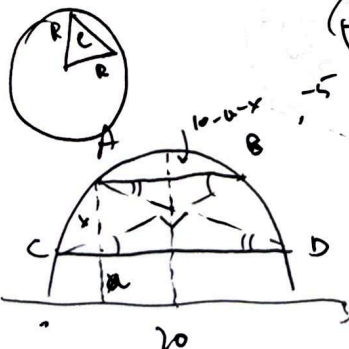
$$\frac{\pi - 2R}{d - e}$$

$$\frac{\pi}{d} = \frac{2R}{e} \quad 798 + 9$$

$$d = \frac{\pi e}{2R} \dots$$

$$100 \cdot 2 - 2$$

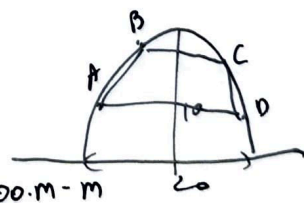
$$99 \cdot 3 = 100 \cdot 3 - 3$$



$$768 + 99 = 777$$

$$99 \cdot m$$

$$100 \cdot m - m$$



$$99 \cdot 2 =$$

$$= 90 \cdot 2 + 9 \cdot 2 = 180 + 18 = 198$$

$$99 \cdot 33$$

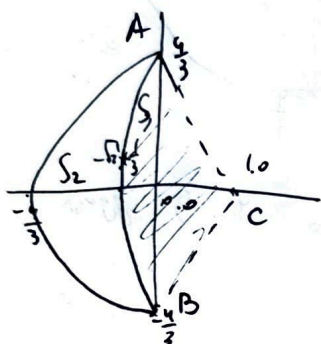
$$99 \cdot (30+3) =$$

$$100 \cdot 33 - 33 = 3300 - 33 = 3267$$

$$99 \cdot 32$$

№2 Систовик.

З-2у, это сдвинутые на $\frac{1}{3}$ каждой точки это тоже самое, это радиус окр с центром 0,0 увелич на $\frac{1}{3}$; а окр с центром (1,0) ~~уменьши~~ уменьши на $\frac{1}{3}$. тогда, так вторая окружность с центром (1,0) прох через (0,1) то ее рад $\sqrt{2}-\frac{1}{3}$ \rightarrow стал $\rightarrow \sqrt{2}-\frac{2}{3}$. у ~~всех~~ окружности с цент (0,0) радиус равно ~~свои~~ $\frac{4}{3}$



$$AB = \frac{8}{3}; AC = \sqrt{2} - \frac{1}{3} = BC.$$

$$\angle ACB = \frac{\pi \cdot AB}{2 \cdot AC} \approx \alpha = \frac{\pi \cdot \frac{8}{3}}{2(\sqrt{2} - \frac{1}{3})} = \frac{\frac{4}{3}\pi}{\sqrt{2} - \frac{1}{3}} \Rightarrow$$

$$S_{ACB(\text{секс})} = \frac{AC^2 \alpha}{2} = \frac{AC^2 \cdot \frac{\pi \cdot AB}{2 \cdot AC}}{2} =$$

$$= \frac{AC \cdot \pi \cdot AB}{4} = \frac{(\sqrt{2} - \frac{1}{3}) \cdot \frac{8}{3}}{4} =$$

$$= \frac{2}{3} (\sqrt{2} - \frac{1}{3})$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{4\pi}{3\sqrt{2}-1} \Rightarrow S_{ACB} = \text{Sind} \cdot \frac{AC^2 \cdot AB}{2}$$

$$S_1 = S_{ACB(\text{секс})} - S_{\Delta ACB} = \frac{2}{3} (\sqrt{2} - \frac{1}{3}) - \text{Sind} \cdot \frac{(\sqrt{2} - \frac{1}{3})^2}{2}$$

S_2 : полу круг с рад $\frac{4}{3}$ и центр 0,0 - $S_1 \Rightarrow$

$$\text{Ответ: } S_2 = \frac{\pi \cdot (\frac{4}{3})^2}{2} - \left(\frac{2}{3} (\sqrt{2} - \frac{1}{3}) - \text{Sind} \cdot \frac{(\sqrt{2} - \frac{1}{3})^2}{2} \right)$$

Системки.

№ 6.

$T_1(-5, -5, -5)$
 $T_2(1, 3, -4)$
 $T_3(-1, -3, -1)$

З-чу, что очевидно, что плоскости π_1, π_2, π_3 не паралл.

~~x_1, x_2~~ x_0y, x_0z, z_0y . тогда можно сказать, что ее уравнение - $Ax + By + Cz + 1 = 0$ и система, построенная π_1, π_2, π_3

$$\begin{cases} 5A + 5B - 5C + 1 = 0 \\ A + 3B - 4C + 1 = 0 \\ -A - 3B - C + 1 = 0 \end{cases}$$

Решая ее получим $\lambda = 0$

$$\begin{aligned} A &= -\frac{2}{5} \\ B &= \frac{1}{3} \\ C &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

тогда плоскость выглядит так:

$$-\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}y + \frac{2}{5}z + 1 = 0 \quad | \cdot 15$$

$$-6x + 5y + 6z + 15 = 0$$

если $T \in \Delta \pi_1 \pi_2 \pi_3$, то $1 \geq T.x \geq -5$

$$3 \geq T.y \geq -5$$

$$-4 \geq T.z \geq -5$$

$$T = (T.x, T.y, T.z)$$

Граничные значения макс и мин как вершин треугола

$$\begin{matrix} -6x + 5y + 3z + 15 = 0 \\ \vdots 3 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow y: 3 \Rightarrow y = 3; y = 0; y = -3$$

$$y = 0 \rightarrow -6x + 6z + 15 = 0$$

$$-2x + 2z + 5 = 0$$

$$0 \text{ var } z + x = 0 \text{ var } x$$

$$y = -3$$

$$-6x + 5y + 3z + 15 = 0 \quad \text{Вч}$$

$$-6x + 3z = 0$$

$$-2x + z = 0$$

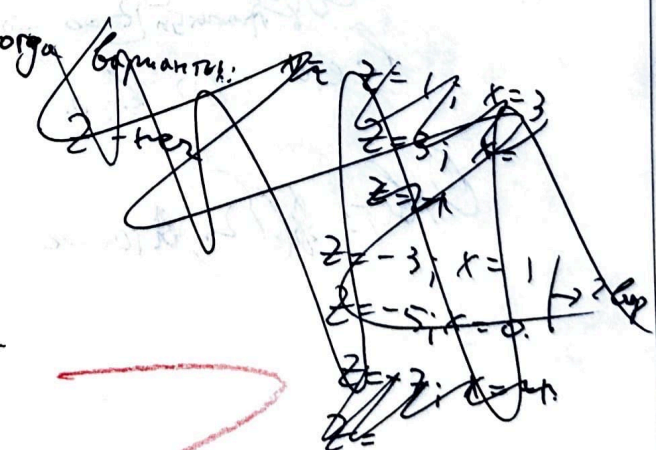
$$x = 1 \rightarrow z = 2$$

$$x = 0 \rightarrow z = 0$$

$$x = -1 \rightarrow z = -2$$

$$x = -2 \rightarrow z = -4$$

4 var



№ 8 продолж.

$y = 3$

$-6x + 15 + 3z + 15 = 0$

$-6x + 3z = -30$

$-2x + z = -10 \rightarrow z - 2x = -10 \rightarrow z \leq 0$

$x \begin{cases} z \neq 0 \rightarrow x = 5 \\ z = 6z \rightarrow x = \end{cases}$

$z \geq -4 \Rightarrow$

$-2x = -10 - z \Rightarrow x \geq 3, \text{ т.к. } x \leq 5$

\Rightarrow всего вариантов - 6 \rightarrow всего 6 ценз т.к. в трех
 Ответ: 6

Получается, что

$y = 0; y = -3; y = 3$

$-6x + 5y + 6z + 15 = 0$

\Rightarrow при $y = 0 \rightarrow$ вар - 0
 $y = -3 \rightarrow$ вар - 0
 $y = 3 \rightarrow$ вар - 6

$y = -3 \Rightarrow -6x + 6z = 0 \Rightarrow x = z \Rightarrow$ 6 вар.

$y = 3 \Rightarrow -6x + 6z = -30$

$x = z \Rightarrow -x + z = -5$

$x = 1 \Rightarrow -1 + z = -5 \Rightarrow$

остальные $x = 0 \Rightarrow z = -5$ $z = 6$ $z = 6$ $z = 6$

$z = 0 \Rightarrow x = -5$ $x = -5$ $x = -5$ $x = -5$

Ответ: 12 вариантов

$x = 1; z = -4$	} $\rightarrow 6$
$x = -2; z = 3$	
\vdots	
$x = -5; z = 0$	
$x = 0; z = -5$	
$6 \times 6 = 12$	