0 910240 460000

91-02-40-46
(40.55)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения МОСКВА
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Сушина Ивана Романовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«25» февраля 2024 года

Подпись участника

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
12	12	12	8	12	12	0	0	68

68 / шестьдесят восемь

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

№1

$$\left(C_4^2\cdot C_{10}^3 + C_4^1\cdot C_3^1\cdot C_9^3 + C_3^2\cdot C_8^3\right)\cdot 3 =$$

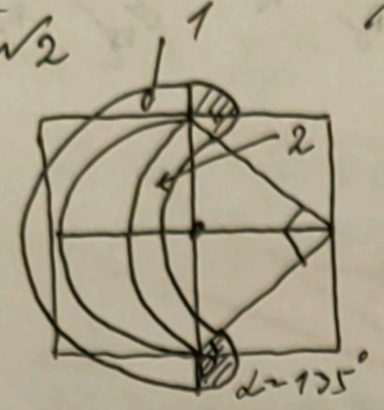
$$= \frac{4!}{2!2!}\cdot\frac{10!}{3!7!} + 12\cdot\frac{9!}{6!3!} + 3\cdot\frac{8!}{5!3!} = 10\cdot 9\cdot 8 + 12\cdot 12\cdot 7 + 3\cdot 8\cdot 7 = 888$$

$$= 720 + 1008 + 168 = 1896$$

$144 \cdot 7 = 1008$

$1896 \cdot 3 = 5688$

№2



$$S_{11} = \pi r^2\cdot\frac{\alpha}{360}\cdot 2$$

$$S_1 = \pi (R_1)^2\cdot\frac{1}{4} - \pi(R_1-r)^2\cdot\frac{1}{4}$$

$$S_2 = \frac{\pi(R_2+r)^2}{2} - \frac{\pi R_2^2}{2}$$

$$S_3 = \frac{\pi R_2^2}{2} - \left(\frac{\pi R_1^2}{4} - \frac{R_1^2}{2}\right) = \frac{\pi R_2^2}{2} - \frac{\pi R_1^2}{4} + \frac{R_1^2}{2}$$

$$\Sigma S = S_{11} + S_1 + S_2 + S_3 = \pi r^2\cdot\frac{3}{4} + \cancel{\frac{\pi R_1^2}{4}} - \frac{\pi(R_1-r)^2}{4} + \frac{\pi(R_2+r)^2}{2} - \cancel{\frac{\pi R_2^2}{2}} +$$

$$+ \cancel{\frac{\pi R_2^2}{2}} - \cancel{\frac{\pi R_1^2}{4}} + \frac{R_1^2}{2} = \frac{3\pi r^2}{4} + \frac{\pi(R_2+r)^2}{2} - \frac{\pi(R_1-r)^2}{4} + \frac{R_1^2}{2} =$$

$$= \frac{3\pi}{4}\cdot\frac{1}{16} + \frac{\pi}{2}\cdot\frac{25}{16} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}\cdot\frac{1}{4}}{2} - \frac{\pi}{4}\cdot\frac{1}{16} + \frac{(\sqrt{2})^2}{2} =$$

$$= \frac{3\pi}{64} + \frac{25\pi}{32} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{8} - \frac{\pi}{64} + 1 = \frac{26\pi}{32} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{8} + 1 =$$

$$= \cancel{\frac{10\pi}{32}} + \frac{5\pi}{16} + 1 + \frac{\pi\sqrt{2}}{8} = \frac{5\pi + 16 + 2\pi\sqrt{2}}{16}$$

№3

$$\begin{cases}(xy+3x-2y-6)\,|y-x-8| = (x-5)\,|xy+3x-2y-6| \\ \sqrt{y-x+10} = y-4\end{cases}$$

$\boxed{y \geq 4}$ $\boxed{y \geq x-10}$

$xy+3x-2y-6 = x(y+3) - 2(y+3) = (x-2)(y+3)$

1) ① $= 0$: $\sqrt{y-x+10} = y-4$

2) ① > 0: $\begin{cases}|y-x-8| = x-5 \\ \sqrt{y-x+10} = y-4\end{cases}$

3) ① < 0: $\begin{cases}|y-x-8| = 5-x \\ \sqrt{y-x+10} = y-4\end{cases}$

1) ① $= 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ y=-3 \ \ominus\end{array}\right. \Rightarrow x = 2.$

$\sqrt{y+8} = y-4 \Leftrightarrow y+8 = y^2-8y+16$

$y^2-9y+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=8 \ \oplus \\ y=1\end{array}\right.$

$16 \cdot 12 = 32$, 16, 192

2) ① $> 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y > -3 \text{ const} \\ x > 2\end{cases} \\ \begin{cases} y \leq -3 \\ x \leq 2\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow x \geq 2.$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l} y-x-8 = x-5 \\ y-x-8 = 5-x\end{array}\right. \\ y-x+10 = y^2-8y+16 \\ x \geq 2 \\ y \geq 4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l} y = 2x+3 \\ y = 13\end{array}\right. \\ y^2-9y+6+x=0 \\ x>2 \\ y \geq 4\end{cases}$$

если $y = 13$, то $169 - 117 + 6 = -x$

52 58

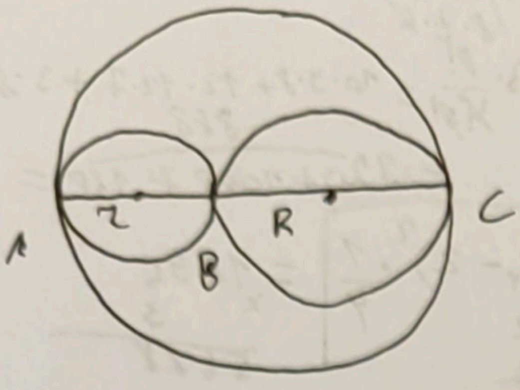
$x = -58$ $\ominus$.

~~если $y = 2x+3$, то~~ ~~$4x^2+12x+9-18x-27+6+x=0$~~

~~$4x^2-5x-12=0$~~ ~~$D = 25+192 = 217$.~~

Черновик

$R_б = R + r$. $\frac{l_r}{l_R} = \frac{r}{R}$ $\frac{l_R}{l_{R_б}} = \frac{R}{R+r}$.



№5

$y = f(x)$: $f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2}$

$\cancel{f(0) = f\left(\frac{2-2}{2+2}\right) = -\frac{2}{2+2} = -\frac{1}{2}}$ $-\frac{1}{2}$

$\cancel{f(0) = -\frac{2}{2} = -1}$ $\cancel{f(-1) = -\frac{2}{1} = -2}$ $\cancel{f(-2) =}$

$a = \frac{x-2}{x+2}$ $f(a) = -\frac{2}{x+2}$. $\boxed{a \neq 1}$

$ax + 2a = x - 2$ $\cancel{x(a-1)+2(}$ $x(1-a) = 2a + 2$

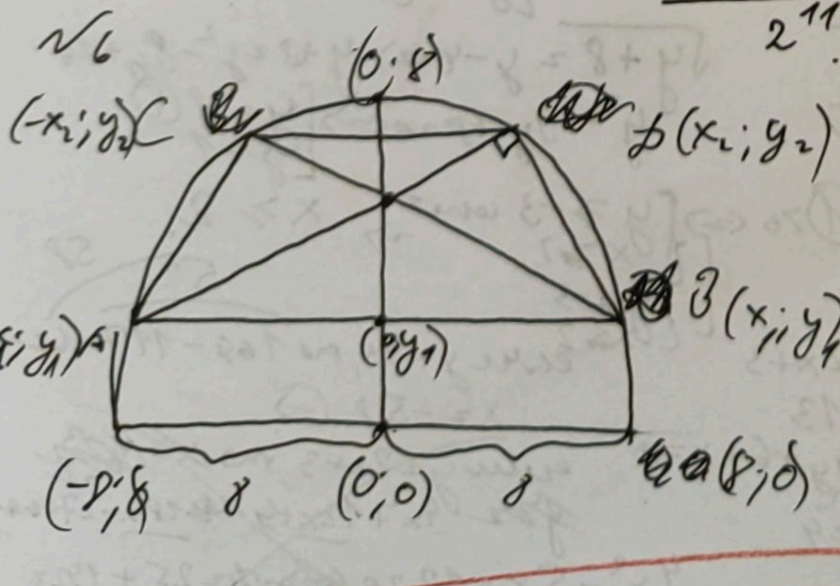
$x = \frac{2(a+1)}{1-a}$. $f(a) = \frac{-2}{x+2} = \frac{-2}{\frac{2(a+1)}{1-a}+2} = \frac{-1}{\frac{a+1+1-a}{1-a}} = \frac{a-1}{2}$.

$f(f(a)) = f\left(\frac{a-1}{2}\right) = \frac{\frac{a-1}{2}-1}{2} = \frac{a-3}{4}$.

$f(f(f(a))) = f\left(f\left(\frac{a-1}{2}\right)\right) = f\left(\frac{a-3}{4}\right) = \frac{\frac{a-3}{4}-1}{2} = \frac{a-7}{8}$.

$f(f(f \dots f(a))))\dots = \frac{a-2^{11}+1}{2^{11}}$.

№6



$\begin{cases} 0 = a - 64b \\ 8 = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 1/8. \end{cases}$

$\begin{cases} y_2 = 8 - \frac{x_2^2}{8} \\ y_1 = 8 - \frac{x_1^2}{8} \\ x_2^2 + (y_2 - y_1)^2 = x_1^2 \end{cases}$

91-02-40-46
(40.55)

Черновик

$x_2^2 = 64 - 8y_2$

$x_1^2 = 64 - 8y_1$

$64 - 8y_2 + (y_2 - y_1)^2 = 64 - 8y_1$

$(y_2 - y_1)^2 = 8(y_2 - y_1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y_2 - y_1 = 0 \ \ominus \\ y_2 - y_1 = 8 \ \oplus \end{array}\right.$

№7

$S(n) =$ Σцифр числа.

$1 \le m \le n \quad 10^{75} > n \geq 10^{74} \qquad S(mn) = S(n)$

Чистовик

Задача №1

так как способов выбрать вратаря $C_3^1 = 3$, то разберем остальные случаи:

1) выбираем защитников только из защитников, но без универсалов. Универсалы с нападающими в выбор не вместе: $C_4^2 \cdot C_{7+3}^3 = C_4^2 \cdot C_{10}^3$

2) 1 ~~напад~~ защитник из защитников, 1 - из универсалов, тогда 2 универсала идут к нападающим

$C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_{7+2}^3 = C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_9^3$

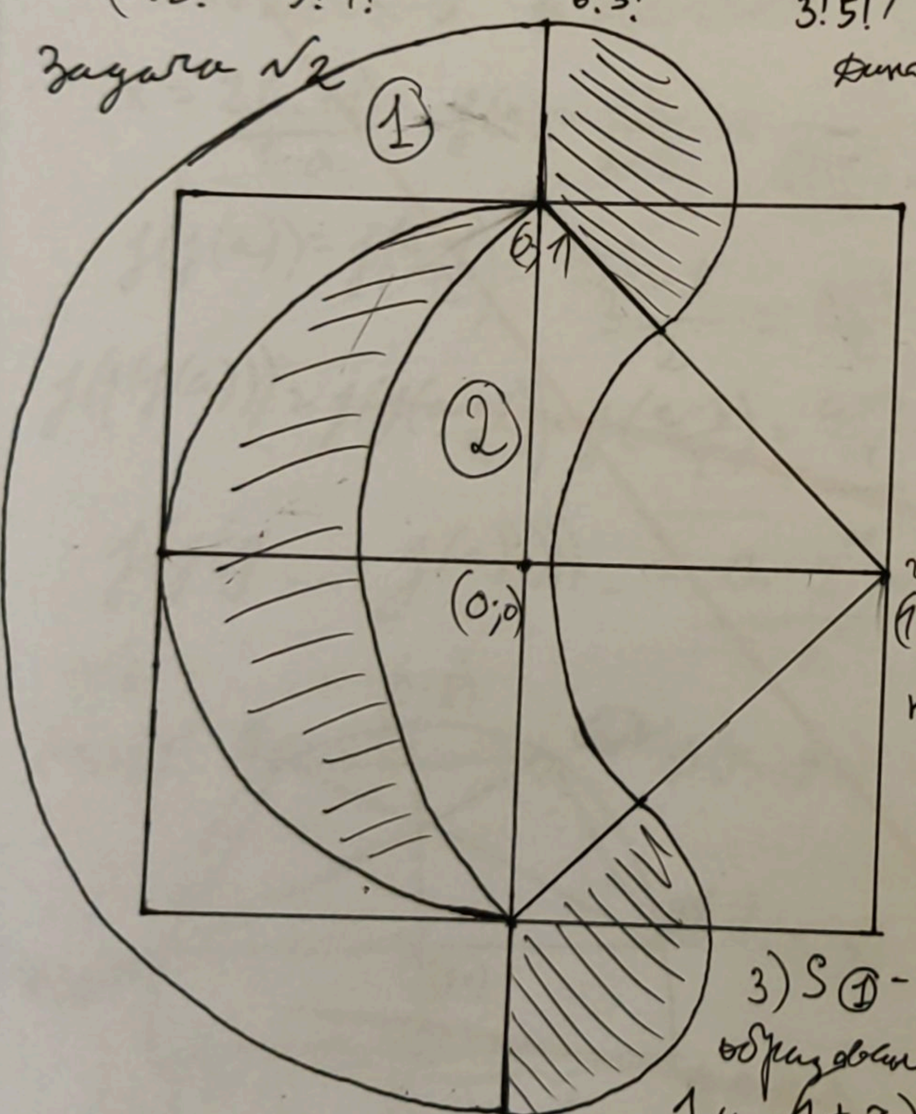
3) аналогично, но теперь 2 защ-ка из универсалов, 1 идет к нападающим: $C_4^0 \cdot C_3^2 \cdot C_{7+1}^3 = C_3^2 \cdot C_8^3$

4) тогда всего выбрать можно: $\left(C_4^2 \cdot C_{10}^3 + 12 \cdot C_9^3 + 3 \cdot C_8^3\right) \cdot 3$

$= \left(\frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{10!}{3!\,7!} + 12 \cdot \frac{9!}{6!\,3!} + 3 \cdot \frac{8!}{3!\,5!}\right) \cdot 3 = \boxed{5688}$

Задача №2

Дано: $r = 1/4$.



1) площади ①, ② и заштр-й (///) образованы ~~на~~ площадями окр-й с $r = 0,25$.

2) $S_{///} = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} \cdot 2$, где $\alpha = 135°$ (~~продолжение~~ (угол между продолжениями прямых $x=0$ и $y=-x+1$)

$S_{///} = \pi r^2 \cdot \frac{135°}{180°} = \frac{3\pi r^2}{4}$

3) $S_①$ - площадь полукольца, образованного окр-ми с радиусами 1 и $(1+r)$.

$S_① = \frac{\pi(1+r)^2}{2} - \frac{\pi \cdot 1^2}{2}$

4) $S_②$ - анал-но, но это четверть кольца, радиусы: $\sqrt{2}$ и $(\sqrt{2} - r)$

91-02-40-46
(40.55)

Чистовик

$S_{②} = \frac{\pi\cdot(\sqrt{2})^2}{4} - \frac{\pi(\sqrt{2}-2)^2}{4}$

5) $S_{III} = \frac{\pi\cdot 1^2}{2} - \left(\frac{\pi\cdot\sqrt{2}^2}{4} - \frac{(\sqrt{2})^2}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + 1 = 1$

6) Итоговая площадь: $\Sigma S = S_{①} + S_{②} + S_{II} + S_{...} =$

$= \frac{\pi \cdot 25}{16} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}\cdot\frac{1}{4}}{2} - \frac{\pi}{4}\cdot\frac{1}{16} + 1 + \frac{3\pi}{4}\cdot\frac{1}{16} =$

$= \frac{25}{32}\pi - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{8} + 1 - \frac{\pi}{64} + \frac{3\pi}{64} = \frac{5\pi}{16} + 1 + \frac{\pi\sqrt{2}}{8} = \boxed{\frac{5\pi+16+2\pi\sqrt{2}}{16}}$

Задача №3

$\begin{cases} (xy+3x-2y-6)|y-x-8| = (x-5)|xy+3x-2y-6| \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases}$ если $xy+3x-2y-6 = ①$,

то: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} ① = 0 \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases} \\ \begin{cases} ① > 0 \\ |y-x-8| = x-5 \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases} \\ \begin{cases} ① < 0 \\ |y-x-8| = 5-x \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases} \end{array}\right.$

$① = x(y+3) - 2(y+3) = (x-2)(y+3)$.
т.к. $y-4 = \sqrt{y-x+10}$, то $y \geq 4$,
отсюда: $① = 0 \Leftrightarrow x = 2$
$① > 0 \Leftrightarrow x > 2$
$① < 0 \Leftrightarrow x < 2$.

перепишем систему: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2 \\ \sqrt{y+8} = y-4 \end{cases} ② \\ \begin{cases} x > 2 \\ |y-x-8| = x-5 \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases} ③ \\ \begin{cases} x < 2 \\ |y-x-8| = 5-x \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases} ④ \end{array}\right.$

②: $\begin{cases} x = 2 \\ y \geq 4 \\ y^2 - 9y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y \geq 4 \\ \left[\begin{array}{l} y = 8 \\ y = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x > 2 \\ \left[\begin{array}{l} y-x-8 = x-5 \\ y-x-8 = 5-x \end{array}\right. \\ x \geq 5 \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ \left[\begin{array}{l} y = 2x+3 \quad ⓐ \\ y = 13 \quad ⓑ \end{array}\right. \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases}$

③.ⓐ: $\sqrt{x+13} = 2x-1$ $\boxed{x \geq \frac{1}{2}}$
$x + 13 = 4x^2 - 4x + 1$
$4x^2 - 5x - 12 = 0$
$D = 25 + 4\cdot 48 = 217$.
$x = \frac{5 \pm \sqrt{217}}{8}$

③ⓑ: $\sqrt{23-x} = 9 \Leftrightarrow x = -58$

тогда в-т: $\begin{cases} x \geq 5 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 2x+3 \\ x = \frac{5\pm\sqrt{217}}{8} \end{cases} \ominus \\ \begin{cases} y = 13 \\ x = -58 \end{cases} \ominus \end{array}\right. \end{cases}$

$\frac{5+\sqrt{217}}{8} \underset{<}{\vee} 5 \Leftrightarrow \sqrt{217} \underset{<}{\vee} 35$

$\frac{5-\sqrt{217}}{8} \underset{>}{\vee} 2 \Leftrightarrow \sqrt{217} \underset{>}{\vee} 11$

④ $\begin{cases} x < 2 \\ \left[\begin{array}{l} y-x-8 = 5-x \\ y-x-8 = x-5 \end{array}\right. \\ x \leq 5 \\ \sqrt{y-x+10} = y-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 13 \\ x = -58 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 2x+3 \\ x = \frac{5\pm\sqrt{217}}{8} \end{cases} \end{array}\right. \\ y \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 13 \\ x = -58 \end{cases}$

$\left(\frac{5-\sqrt{217}}{8}\right)\cdot 2 + 3 \underset{<}{\vee} 4 \Leftrightarrow \frac{5-\sqrt{217}}{8} \underset{<}{\vee} \frac{1}{2}$

Ответ: ~~$\{(-58;13)\}$~~
$\{(-58;13);(2;8)\}$.

Задача №5 Чистовик. пусть $a = \frac{x-2}{x+2} \Leftrightarrow ax + 2a = x - 2 \Leftrightarrow$

дано: $f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = \frac{-2}{x+2}$

$\Leftrightarrow x(a-1) = -2(a+1)$

$\Leftrightarrow x = \frac{2(a+1)}{1-a}$.

тогда $f(a) = f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = \frac{-2}{x+2} = \frac{-2}{\frac{2(a+1)}{1-a} + 2} = \frac{-1}{\frac{a+1+1-a}{1-a}} = \frac{a-1}{2}$

$a \neq 1$.

посмотрим на $f(f(a))$: $f(f(a)) = f\left(\frac{a-1}{2}\right) = \frac{\frac{a-1}{2} - 1}{2} = \frac{a-3}{4}$.

ан-но, $f(f(f(a))) = \frac{a-7}{8}$. т.е. $\underbrace{f(f(f\ldots f(a)))}_{n\ раз} = \frac{a - 2^n + 1}{2^n}$;

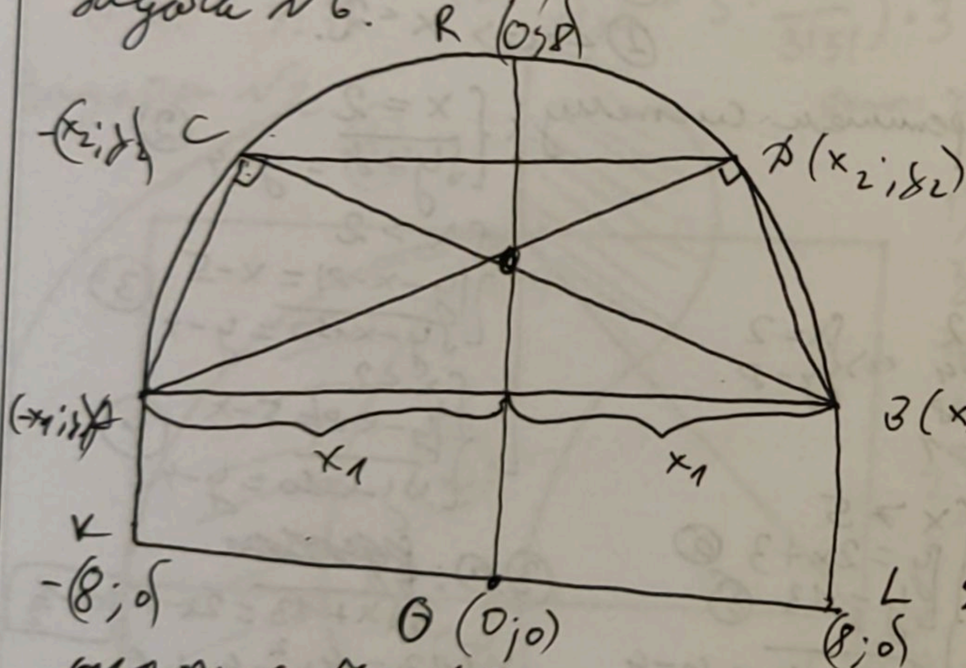
т.е. g это линейная ф-ция.

$\cancel{g'(0)} = g'(x) = \frac{1}{2^n}$ т.к. $n = 11$, то $g'(x) = \frac{1}{2^{11}} = tg\,\alpha$,

где α - наклон кас-й.

Ответ: ~~$tg\,\alpha = \frac{1}{2^{11}}$~~ $\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2^{11}}\right)$.

Задача №6.



1) пусть $O(0;0)$. тогда $K(-8;0)$, $L(8;0)$, $R(0;8)$ (R - свод, K, L - основ-я тоннеля)

тогда вычислим a и b:

$\begin{cases} 8 = a - b \cdot 0 \\ 0 = a - 64b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = \frac{1}{8} \end{cases}$

2) т.к. $\angle ACB = \angle ADB = 90°$, то A, C, D, B лежат на окр-ти с $r = \frac{AB}{2}$ и центром в середине AB.

3) если $B(x_1; y_1)$, $D(x_2; y_2)$, то из симмет-ии параболы отн-но $x=0$: $C(-x_2; y_2)$, $A(-x_1; y_1)$. тогда $r = x_1$; центр в $(0; y_1)$. тогда ур-е окр-ти $ACDB$: $x^2 + (y - y_1)^2 = x_1^2$.

4) запишем систему: $\begin{cases} D \in \omega \\ B \in \left(y = 8 - \frac{x^2}{8}\right) \\ D \in \left(y = 8 - \frac{x^2}{8}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2^2 + (y_2 - y_1)^2 = x_1^2 \\ y_1 = 8 - \frac{x_1^2}{8} \\ y_2 = 8 - \frac{x_2^2}{8} \end{cases}$

~~Черновик~~

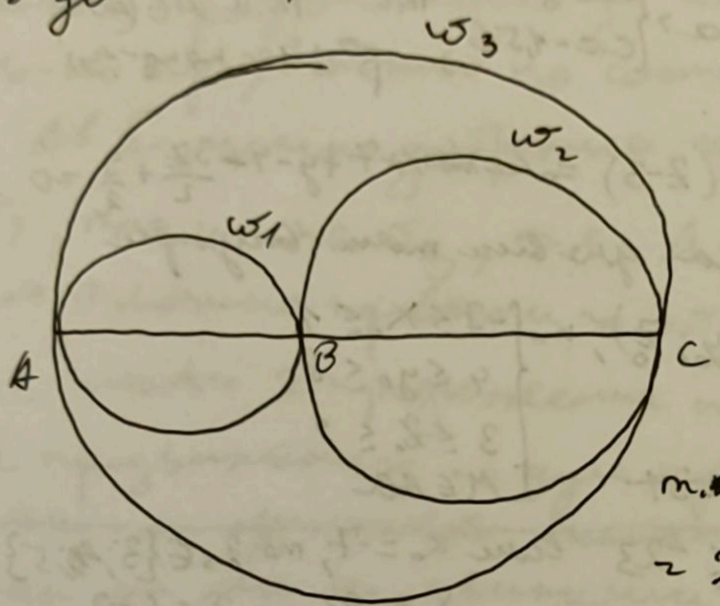
$\Leftrightarrow \begin{cases} (y_2-y_1)^2 = x_1^2 - x_2^2 \\ x_1^2 = 64-8y_1 \\ x_2^2 = 64-8y_2 \end{cases} \Leftrightarrow (y_2-y_1)^2 = 8(y_2-y_1)$. $\rho(AB; CD) = y_2 - y_1$ (т.к. $AB \parallel CD \parallel O_x$),

сл-но, из симм-ии, $\left[\begin{array}{l} y_2 = y_1 \text{ — невозможно, } \angle ACB = 180° \\ y_2 - y_1 = 8 \text{ — т.е. } C = D. \text{ Действительно,} \end{array}\right.$

$\triangle ACB$ в таком случае ~~б~~ прямоугольный ~~б~~.. ($CO = AO = BO$).

Ответ: 8.

Задача №4



~~1) т.к. дуга~~ 1) пусть ω_i — соотв-е окр-ти (мар-к) и R_i соотв-т их радиусы

2) $AB = \frac{2\pi R_1}{2} = \pi R_1 = 15$ км $\Rightarrow$

$\Rightarrow R_1 = \frac{15\text{км}}{\pi}$

3) анал-но, $R_2 = \frac{25}{\pi}$км, сл-но,

т.к. ~~AB км~~ ω_1 кас-ся ω_2, то $AC = 2(R_1+R_2) = 2R_3$, т.к. ω_3 кас-ся ω_1 и ω_2, сл-но, $R_3 = R_1 + R_2 = \frac{40}{\pi}$км

4) 1ч 35мин = 85мин = 5мин $\cdot x$ + 13мин $\cdot y$ + 19мин $\cdot z$, где x, y, z — кол-во прохождений соотв-х дуг (x — AB, y — BC, z — AC). Тогда $13y + 19z \;\vdots\; 5$ и $13y + 19z \le 85$. $0 \le y \le 6$, $0 \le z \le 4$.

Тогда $3y + 9z \;\vdots\; 5 \Leftrightarrow y + 3z \;\vdots\; 5$.

т.е. $\begin{cases} z = 4 \\ y = 3 \end{cases}$ ⊖

$\begin{cases} z = 3 \\ \left[\begin{array}{l} y = 1 \oplus \\ y = 6 \ominus \end{array}\right. \end{cases}$

$\begin{cases} z = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ ⊖

$\begin{cases} z = 1 \\ \left[\begin{array}{l} y = 2 \\ \cancel{y=7} \end{array}\right. \end{cases}$ ⊕

$\begin{cases} z = 0 \\ \left[\begin{array}{l} y = 5 \\ y = 0 \end{array}\right. \end{cases}$ ⊕ ⊕

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} z = 3 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} z = 1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} z = 0 \\ y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} z = 0 \\ y = 5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} z = 3 \\ y = 1 \\ 13y + 19z = 70 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} z = 1 \\ y = 2 \\ 13y + 19z = \cancel{45}\ 45 \Rightarrow x = 8 \end{cases} \\ \begin{cases} z = 0 \\ y = 0 \\ x = 17 \end{cases} \\ \begin{cases} z = 0 \\ y = 5 \\ 13y + 19z = 65 \Rightarrow x = 4 \end{cases} \end{array}\right.$

т.к. автомобиль вернулся в A, то ~~все~~ x, y, z имеют одинаковую четность (~~так как~~ Это так, потому что ~~если он оказался~~ любая тропа и любой порядок действий будут экв-ны, если мы ~~возьмем остатки при делении на 2~~ учитываем лишь четное кол-во кругов, т.е.

8

$\boxed{\text{Чистовик}}$ одного из двух окр-й
(так как каждый круг возвр-т нас в точку, из кото-рой мы стартовали, то попадём в ту же ситуацию, что и было) т.е. варианты $(0;0;17)$, $(0;5;4)$ и $(1;2;8)$ не подходят. Ответ: $\underbrace{\underbrace{3\cdot15}_{45}+\underbrace{1\cdot25}_{25}}_{70}+\underbrace{3\cdot40}_{120}=190$ км.

Задача №D.

Пусть $A(-7;4;3)$ $B(1;5;9)$ $C(-5;8;7)$. Тогда $\vec{AB}\{8;1;6\}$ $\vec{CB}\{6;-3;2\}$. Если $\vec{p}\perp\vec{AB}$ и $\vec{p}\perp\vec{CB}$, тогда если $\vec{p}\{a;b;c\}$,

то $\begin{cases}8a+b+6c=0\\6a-3b+2c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8a+b+6c=0\\10a-10b=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=b\\c=-1{,}5b\end{cases}$, т.е. т.к. $A\in(ABC)$, $\vec{p}\perp ABC$ получ-ся

то ABC: $b(x+7)+b(y-4)-\frac{3}{2}b(z-3)=0\Leftrightarrow x+7+y-4-\frac{3z}{2}+\frac{9}{2}=0$

$\Leftrightarrow 2x+2y-3z+15=0$. Тогда для всех точек внутри

ABC вып-ся, что если $M(x_0;y_0;z_0)$, то $\begin{cases}-7\le x_0\le 1\\4\le y_0\le 8\\3\le z_0\le 9\\M\in ABC\end{cases}$

подставим в ур-е ABC нер-во с y_0:

~~$2x-3z+23\le 2x+2y-3z+15\le 2x-3z+31$~~

~~$\begin{cases}y_0=4\\2x_0-3z_0+23=0\end{cases}$ $\begin{cases}y_0=5\\2x_0-3z_0+25=0\end{cases}$ $2x_0-3z_0$~~

$-31\le 2x_0-3z_0\le -23$

$2x-3z_0\ \vdots\ 2$.

если $x_0=-7$, то $z_0\in\{3;5\}$
$x_0=-6$, то $z_0\in\{5\}$
$x_0=-5$, то $z_0\in\{5;7\}$
$x_0=-4$, то $z_0\in\{5;7\}$
$x_0=-3$, то $z_0\in\{7;9\}$
$x_0=-2$, то $z_0\in\{7;9\}$
$x_0=-1$, то $z_0\in\{7;9\}$
$x_0=0$, то $z_0\in\{9\}$
$x_0=1$, то $z\ \{9\}$

Тогда каждому x_0 и z_0 соотв-т только один y_0, т.е. всего троек ~~12~~ 14.

Ответ: 14.

~~Дополнение к задаче №4~~

~~Пусть сделаны автомобилем проезды так, что четность не совпадает, не учитывая общности, пусть по ω_1 совершено $2n$ заездов, а по ω_2 и ω_3 — $2k+1$ и $2t+1$ соотв-но.~~

~~1 перемещение из A в B можно совершить как по ω_1, так и по ω_2 и ω_3. Чтобы оказаться в точке C, приезжая из A, можно поехать~~ Поставим в соотв-е каждой вершине графа числа, где каждое число соотв-т кол-ву проездов по опр-му окр-ти чтобы добр-ся до этой точки, ~~н.д. но без учета кругов по окружности, т.е.~~

~~в нач-ый момент, находясь в А, ситуация такая:~~
~~$A(0;0;0)$, $B(1; 1+2n; 1+2t)$; $C(1+2z; 1+2x; 1+2y)$~~
$2a; 2b; 2c$ $1+2E$
~~(2·(перемещение) экв по кругу.~~

Чистовик

Пояснение к задаче 4.
~~С каждым продвижением из вершины в вершину мы меняем четность вершины, где четность вершины - возможность добраться до нее по какой либо опр-ти. т.е. в начальный момент $A(0;0;0)$, т.к. в А можно, если совершить круг по ω_1, по ω_3 или попасть из А в С, и из С в А, что экв-но~~

Любое продвижение из вершины в вершину экв-но продвижению по соотв-ей дуге, к примеру, из А в С, можно добраться как из $A \to B \to C$, т.е. по ω_1 и ω_2, так и по ω_3, т.е. $A \to C$. т.е. ~~любые~~ анал-но, $A \to B$ можно провести по ω_1, так и по ω_2 и ω_3 ($A \to C \to B$) т.е. любые 2 продвижения по 2 дугам разных опр-ей экв-ны продвижению по дуге третьей. ~~Такое возможно только при одинаковой четности продуго~~
так как мы продвинулись из А в А, то ~~кол-во продвижений по любой дуге четно, т.к. мы совершаем несколько кругов~~ сокращая одно из перемещений по одной из дуг опр-ей, мы автоматически меняем на 1 каждое продвижение по другим ~~двум~~ т.е. если a, b, c — кол-во проездов по ω_1, ω_2 и ω_3 соотв-но, то операциями $(a-1; b+1; c+1)$ $(a-1; b-1; c-1)$ (и любые перестановки $+1$ и -1 в наборе) должны добиться $(0; 0; 0)$ (из А приехали в А) при любой такой смене, ~~(...)~~ разность между a, b и c не меняется по четности ($a-b \underset{2}{\equiv} (a-1)-(b-1) \underset{2}{\equiv} (a+1)-(b-1)$), и, т.к. $0-0 \underset{2}{\equiv} 0$, то $a \underset{2}{\equiv} b \underset{2}{\equiv} c$ ■.

Задача №7
$S(n)$ - сумма ц
$10^{75} > n \geq 10^{74}$
$n \geq m \geq 1$
так n: $S(mn) = S(n)$

$n \vdots 666^{75}$

$9 \cdot 75 \geq S_{(n)}(n) \geq 1 \Leftrightarrow 675 \geq S(n) \geq 1$
$1323 = 9 \cdot 147 = 9 \cdot (74+73) \geq S(mn) \geq 1$
если $n \not\vdots 9$, то $\forall m: n \geq m \geq 1$ $m \vdots 9 \Rightarrow mn \vdots 9 \Rightarrow$
$\Rightarrow S(mn) \vdots 9 \Rightarrow S(n) \vdots 9 \Rightarrow n \vdots 9$ ~~(?)~~ (!!)
значит, $n \vdots 9$. ан-но, добьемся того, что