0 870683 720003

87-06-83-72
(39.13)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ______

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Тукиной Варвары Владимировны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
87-06-83-72 (39.13)	58	8	8	4	8	8	10	0	12

Черновик (1 из 4)

58 (пятьдесят восемь)
Сидин

$ab\sin 15$ $\quad ac\sin 60$

$bc\sin 45$ $\quad cd\sin 75$

$cd\sin 75$

bc

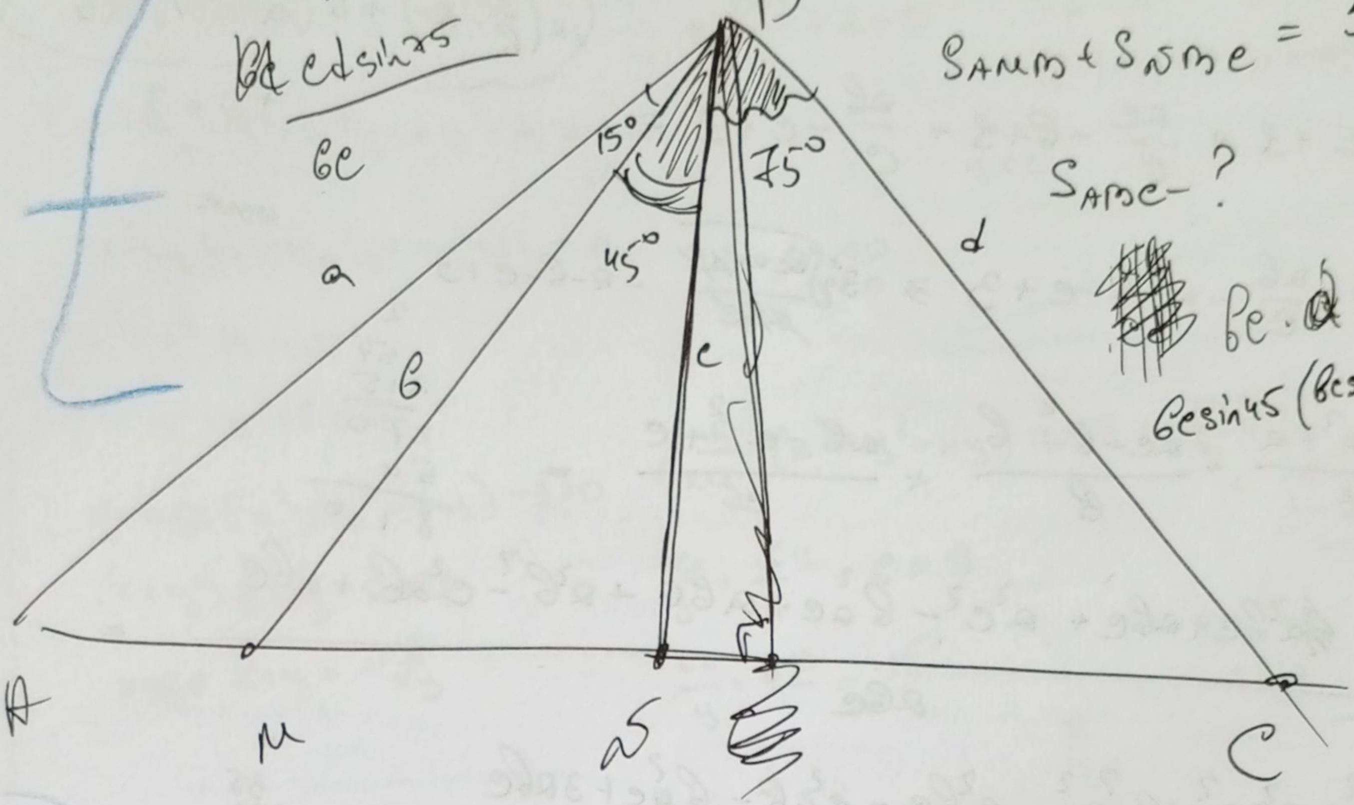
$S_{AMB}\cdot S_{NBC}=3$

$S_{AMB}+S_{NBC}=5$

$S_{ABC}-?$

$bc\cdot ad=$

$bc\sin 45\,(bc\sin 45 -$



$$\frac{a\cdot b\cdot \sin 15^\circ}{2}\cdot\frac{d\cdot c\cdot \sin 75^\circ}{2}=3$$

$ad\cdot\sin 135-?$

$$\frac{ab\sin 15}{\cancel{2}}+cd\sin 75=10$$

$\sin 15=\sin(45-30)=\sin 45\cdot\cos 30-\cos 45\cdot\sin 30$

$\sin 75=\sin(45+30)=\sin 45\cos 30+\cos 45\cdot\sin 30$

Надо считать.

$$\frac{ad\cdot\sin 135}{2}=\frac{ad\cdot\sin 45}{2}$$

$$cd\,ab\cdot\left((\sin 45\cos 30)^2-(\cos 45\sin 30)^2\right)=12$$

$$ab(\sin 45\cos 30-\cos 45\sin 30)+cd(\sin 45\cos 30+\cos 45\cdot\sin 30)=10$$

$$abcd\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\right)=12$$

$$abcd\left(\frac{3}{8}-\frac{1}{8}\right)=12$$

$ad-?$

$\boxed{abcd=48}$

$ab(\sqrt6-\sqrt2)+cd(\sqrt6+\sqrt2)=40$

$\cancel{ab(\sqrt6-\sqrt2)}$ $a^2b^2(8-2\sqrt{12})+c^2d^2(8+2\sqrt{12})$

$+2\cdot 4\cdot 48=\cancel{160}$

$$ab\left(\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{2}-\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)+cd\left(\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{2}+\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)=10$$

$$ab\left(\frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}\right)+cd\left(\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}\right)=10$$

№5 Черновик (1 из 4)

$a, b, c > 0$

$a = b = c$

$$\frac{2bc-2a^2+2a}{2a}+\frac{2ac-2b^2+2b}{2b}+\frac{2ab-2c^2+2c}{2c}$$

$$a\left(\frac{c}{b}-1\right)+b\left(\frac{c}{a}-1\right)+c\left(\frac{a}{b}-1\right)$$

$+3 = 3$

$$\frac{bc}{a}-a+1+\frac{ac}{b}-b+1+\frac{ab}{c}-c+1=$$

$$\frac{bc}{a}+\frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}-a-b-c+3 \geq 3\sqrt[3]{\frac{bc\,ac\,ab}{abc}}-a-b-c+3$$

$$\frac{bc-2a^2+a}{a}+\frac{ac-b^2+b}{b}+\frac{ab-c^2+c}{c}=$$

$$\frac{b^2c^2-a^2bc+abc+a^2c^2-b^2ac+abc+a^2b^2-c^2ab+abc}{abc}=$$

$$\frac{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2-a^2bc-c^2ab-b^2ac+3abc}{abc}=$$

$$\frac{a^2(b^2-bc)+c^2(a^2-ab)+b^2(c^2-ac)}{abc}+3$$

$a \geq b \geq c$

$$\frac{a^2(b-c)+c^2(a-b)+b^2(c-a)}{abc}+3$$

$$\frac{bc}{a}-a+\frac{ac}{b}-b+\frac{ab}{c}-c \geq$$

$$3\sqrt[3]{\frac{bc\,ac\,ab}{abc}}-3\sqrt[3]{abc}=0$$

$$\frac{bc-a^2+a}{a}+\frac{ac-b^2+b}{b}+\frac{ab-c^2+c}{c}=$$

$$\frac{bc}{a}-a+\frac{ac}{b}-b+\frac{ab}{c}-c+3$$

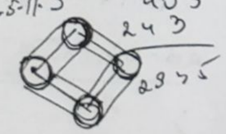
$165 = 3 \cdot 55 = 5 \cdot 11 \cdot 3$

$54 \times 15 = 270 + 54 = 810$

$35 \times 81 = 35 + 280 = 2835$

$81 \times 35 = 405 + 243 = 2835$

№1 V
№4 V
№5 V



№3 1 вратарь 2 защитника 3 нападающих

3 вратаря 5 защитников 3 универсала

6 нападающих

$C_3^1 + C_5^2 + C_6^3$ – без универсалов.

$C_3^1 + C_5^2 + C_3^3$ – 3 универ-нападающ.

$C_3^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^2 \cdot 6$

1 универ может быть

2 универсала

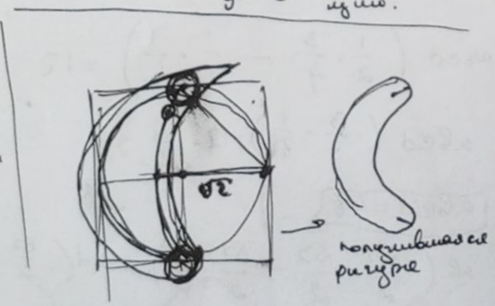
$C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_6^2$

1 универсал

защитник + нападающий

$3435 + 810 = 4245$

$4275 + 1800 = 6075$



87-06-83-72
(39.13)

Черновик (3 из 4)

ОДЗ: $x, y \neq 0$

$$|x^3+y^3-19|+|x^2y+xy^2+6|+\frac{x|y|-y|x|+2xy}{xy}=0$$

$$|x^3+y^3-19|+|x^2y+xy^2+6|+\frac{|y|}{y}-\frac{|x|}{x}+2=0$$

x, y – одного знака

x, y – разных знаков.

$$|x^3+y^3-19|+|x^2y+xy^2+6|=-2 \quad \varnothing$$

$x>0$, $y<0$

$$|x^3+y^3-19|+|x^2y+xy^2+6|=0$$

$x<0$, $y>0$

$$\begin{cases} x^3+y^3-19=0 \\ x^2y+xy^2+6=0 \end{cases}$$

$(x+y)(x^2+y^2-xy)+9=0$

$(x+y)\,xy+6=0$

$x+y=-\frac{6}{xy}$

$$-\frac{6}{xy}(x^2+y^2-xy)=-19$$

$$\frac{6x}{y}+\frac{6y}{x}-6=9$$

$$\frac{6x}{y}+\frac{6y}{x}=15$$

$$6t+\frac{6}{t}=15$$

$x^2y+x^3+xy^2+y^3+25=0$

$x^2(y+x)+y^2(x+y)=-25$

$(x+y)(x^2+y^2)=-25$

$(x+y)xy=-6$

$$\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{25}{6}$$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{25}{6}$$

$$6t+\frac{6}{t}-25=0$$

$6t^2-25t+6=0$

$(x+y)(x^2+y^2)-xy(x+y)=-19$

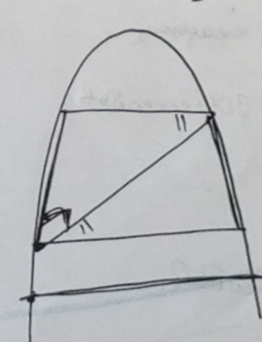
$(x+y)(x^2+y^2)=-25$

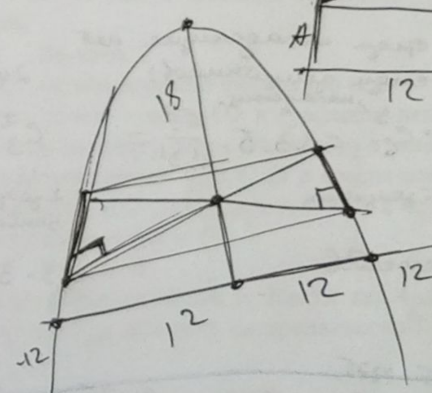
$(x+y)(x^2+y^2)=-25$

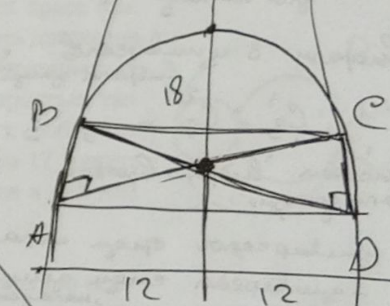
$$\frac{x^2+y^2}{xy}=$$

$625-144$

$12 \times 12 = 144$







Чистовик

№1

Нужно 1 вратарь, 2 защитника, 3 нападающих + 3 "универсала"

Имеется 3 вратаря, 5 защитников, 6 нападающих

1) не выбираем "универсалов"

$$C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^3 = 3 \cdot \frac{5!}{2!\cdot 3!} \cdot \frac{6!}{3!\cdot 3!} = 3 \cdot \frac{5\cdot 4}{2} \cdot \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2} = 30\cdot 20 = 600 \text{ способов}$$

выбрали вратаря, выбрали защитника, выбрали нападающего

2) выбрали 1 "универсала" для нападающих; 2 выбираем защитников среди защит + универсала

$$C_3^1 \cdot 3 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2 = 3\cdot 3\cdot \frac{6!}{4!\cdot 2!}\cdot\frac{7!}{2!\cdot 5!} = 9\cdot\frac{6\cdot 5}{2}\cdot\frac{7\cdot 6}{2} =$$

выбрали вратаря. выбрали 1 нападающего среди "универсалов", выбрали еще 2х нападающих

$81\cdot 35 = 2835$ способов

3) выбрали 2 "универсалов" для нападающих; выб. защитника среди защит + универсал.

$$C_3^1 \cdot C_3^2 \cdot C_6^2 \cdot 6 = 3\cdot 3\cdot\frac{6!}{2!\cdot 4!}\cdot 6 = \cancel{54\cdot\frac{5\cdot4}{2} = 540 \text{ способов}}$$

$$54\cdot\frac{6\cdot 5}{2} = 54\cdot 15 = 810 \text{ способов}$$

вратаря, 2 универсала для нападающ., 3го нападающего выбираем.

4) выбрали 3 универсалов для нападающих; выбрали защитников

$$1\cdot C_3^1\cdot C_5^2 = 1\cdot 3\cdot\frac{5!}{2!\cdot 3!} = 1\cdot 3\cdot\frac{5\cdot 4}{2} = 30 \text{ способов.}$$

выбрали нападающих, выбрали вратаря

5) универсалов среди нападающих нет

1 универсал среди защитников; нападающ.

$$C_3^1\cdot C_3^1\cdot C_5^1\cdot C_6^3 = 3\cdot 3\cdot 5\cdot\frac{6!}{3!\cdot 3!} =$$

вратарь, защитник универ., 2й защитник

$$45\cdot\frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2} = 900 \text{ способов.}$$

2 универсала среди защитников

$$C_3^2\cdot C_3^1\cdot C_6^3 =$$

2 защитника универсала, вратаря, нападающ.

$$3\cdot 3\cdot\frac{6!}{3!\cdot 3!} = 900 \text{ способов}$$

Всего способов:

3435 4275 4275

$600 + 2835 + 810 + 30 + 1800 = 6075$ способов

Ответ: 6075 способов.

87-06-83-72 (39.13)

№3 Чистовик

ОДЗ: $x, y \neq 0$

$$|x^3+y^3-19| + |x^2y+xy^2+6| + \frac{x|y| - y|x| + 2xy}{xy} = 0$$

$$|x^3+y^3-19| + |x^2y+xy^2+6| + \frac{|y|}{y} - \frac{|x|}{x} + 2 = 0$$

1) y, x – одного знака, тогда $\frac{|y|}{y} - \frac{|x|}{x} = 0$

$$|x^3+y^3-19| + |x^2y+xy^2+6| + 2 = 0$$

$x, y \in \varnothing$, т.к. сумма модулей не может быть равна отриц. числу

2) y, x – разных знаков.

① $y<0$, $x>0$ $\quad \frac{|y|}{y} - \frac{|x|}{x} = -2$

$$|x^3+y^3-19| + |x^2y+xy^2+6| = 0$$

Значит

$$\begin{cases} x^3+y^3-19=0 \\ x^2y+xy^2+6=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)(x^2+y^2-xy) = 19 \\ xy(x+y) = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)xy = -6 \\ \frac{-6}{xy}(x^2+y^2-xy) = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+y)xy = -6 \\ -\frac{6x}{y} - \frac{6y}{x} + 6 = 19 \ (*) \end{cases}$$

Пусть $\frac{x}{y} = t < 0$

$$(*)\ -6t - \frac{6}{t} + 6 = 19$$

$$t + \frac{1}{t} - 13 = 0$$

$$t^2 - 13t + 1 = 0$$

$$D = 169 - 4 = 165$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{165}$$

$t = \frac{13+\sqrt{165}}{2}$ – не подходит

$t = \frac{13-\sqrt{165}}{2} > 0 \quad \sqrt{165} < \sqrt{169} = 13$

не подходит

Тогда $x, y \in \varnothing$

② $y>0$, $x<0$

$$\frac{|y|}{y} - \frac{|x|}{x} = 1+1 = 2$$

$$|x^3+y^3-19| + |x^2y+xy^2+6| + 4 = 0$$

$x, y \in \varnothing$, т.к. иначе сумма модулей равна отриц. числу

Ответ: $x, y \in \varnothing$

№5 Чистовик $a, b, c > 0$

$$S = \frac{2bc - 2a^2 + 2a}{2a} + \frac{2ca - 2b^2 + 2b}{2b} + \frac{2ab - 2c^2 + 2c}{2c} =$$

$$\frac{bc}{a} - a + 1 + \frac{ca}{b} - b + 1 + \frac{ab}{c} - c + 1 = \underbrace{\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b}}_{\text{оценим по н. Коши}} - \underbrace{a - b - c}_{\text{оценим по н. Коши}} + 3 \geq$$

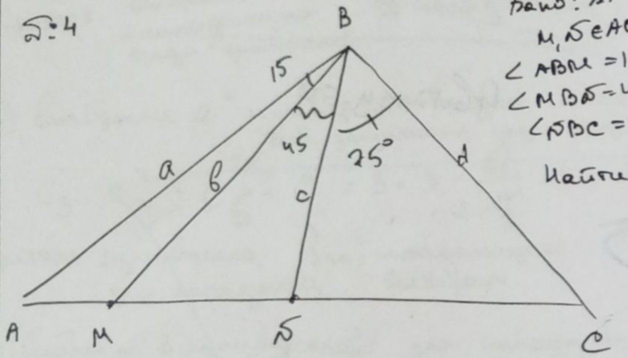
$$3\sqrt[3]{\frac{ab \cdot bc \cdot ac}{abc}} - 3\sqrt[3]{abc} + 3 = 3\sqrt[3]{abc} - 3\sqrt[3]{abc} + 3 = 3$$

Значит,

$$S = \frac{2bc - 2a^2 + 2a}{2a} + \frac{2ac - 2b^2 + 2b}{2b} + \frac{2ab - 2c^2 + 2c}{2c} \geq 3$$

Тогда $S_{min} = 3$ Ответ: 3

№4



Дано: $\triangle ABC$
$M, Б \in AC$
$\angle ABM = 15°$
$\angle MBБ = 45°$
$\angle БBC = 75°$
Найти: S_{ABC}

$S_{ABM} \cdot S_{БBC} = 3$
$S_{ABM} + S_{БBC} = 5$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha$

$\sin 15 = \sin 45 \cdot \cos 30 - \sin 30 \cos 45$

$\sin 75 = \sin 45 \cdot \cos 30 + \sin 30 \cos 45$

Решение:

$S_{ABM} = \frac{ab\sin 15°}{2}$ $S_{БBC} = \frac{cd\sin 75°}{2}$

$\frac{ab\sin 15 \cdot cd\sin 75}{4} = 3 \to abcd\left((\sin 45\cos 30)^2 - (\sin 30\cos 45)^2\right) = 12$

$abcd\left(\frac{\sqrt2}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}\right) = 12$

$\boxed{abcd = 48}$

$\frac{ab\sin 15}{2} + \frac{cd\sin 75}{2} = 5$

$ab\sin 15 + cd\sin 75 = 10$

$S_{MBБ} \cdot S_{AMC} = bc \cdot \sin 45 \cdot (bc\sin 45 + S_{ABM} + S_{БBC}) = bc\sin 45 \cdot \frac{ad\sin 120°}{4}$

$bc\sin 45 \cdot (bc\frac{\sqrt2}{2} + 5) = 48 \cdot \frac{\sqrt2}{2} \cdot \frac{\sqrt3}{2}$

$\cancel{b}c^2\frac{2}{2} + bc\frac{5\sqrt2}{2} = 12\sqrt6$

$b^2c^2\sin 45 + 5bc\sin 45 = 12\sqrt6$

$bc\sin 45 = t$

$t^2 + 5t - 12\sqrt6 = 0$

(3 из 8)

Черновик (4 из 4)

$a \cdot 10^k - a = S(a) = 9a$

$a \cdot 10^{k+1} - a = S(a)$

$10a^k - 10a + 9a$

$10(\underbrace{a \cdot 10^k - a}_{S(a)}) + 9a = 10S(a) + 9a$

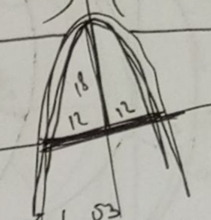
$17 + 11 + 7$

$31 + 11 = 42$

$42 + 7$
49

$(ac\sin 60 - bc\sin 45)(bd\sin 120 - bc\sin 45) =$

2 2



18
12 12

$10(a \cdot 10^k - a) + 9a$ $7 + 11 + 17x = 85$

$ac\frac{\sqrt3}{2} - bc\frac{\sqrt2}{2}$

$bc\left(a\frac{\sqrt3}{2} - b\frac{\sqrt2}{2}\right)\left(d\frac{\sqrt3}{2} - c\frac{\sqrt2}{2}\right) = 12$ $bc\sin 45 - ?$

$ac\sin 60 - bc\sin 45 + bd\sin 120 - bc\sin 45 = 10$

$ac\sin 60 + bd\sin 120 - 2bc\sin 45 = 10$

$= S(m)$

$S_{(mn)}$

$17 + 11 + 7$

$\equiv 2$ $\equiv 2$

$\equiv 1$

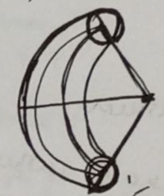
$\frac{360}{72}\,5$

$1 - \frac{\pi}{2}$

$7 + 11 + 17 + 7 + 7 = 49$

$49 + 17 + 7 = 66$

(84)



$\frac{360}{135} = \frac{72}{27} = \frac{8}{3}$

$7 + 22 + 7 + 17$

45×3 135

$\frac{3}{8}$

$7 + 11 + 17 + 28$

7 мин
17
11
$11 + 11 = 22$
$21 + 11 = 32$
$49 + 36$

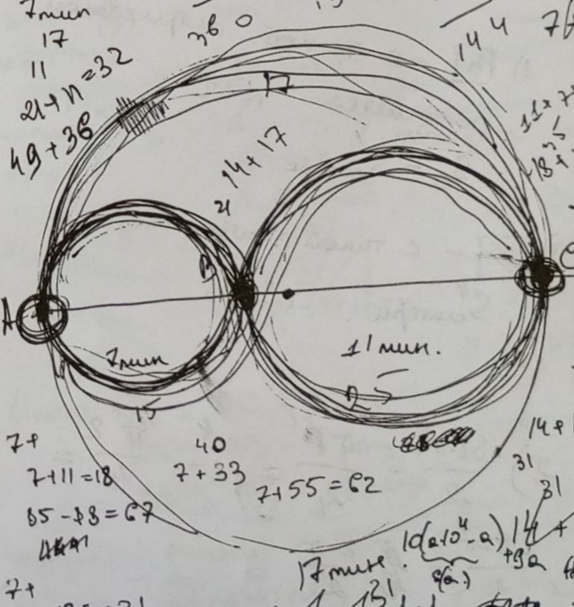
$14 + 17$

Час 25 минут =

85 мин.

$18 + 17$

$17 + 11 + 7 + 17 + 11 + 7 = 70$



7 мин
11 мин.

31 42 53 70

$14 + 17 + 11 + 11 + 17 + 14 = 84$

$31 + 22 = 53$

$31 + 44 =$

$14 + 17$

$17 + 11 + 11 + 17 + 14 = 70$

$7 + 11 = 18$

$7 + 33$

$7 + 55 = 62$

$85 - 18 = 67$

$10(a \cdot 10^k - a) + 9a$ $14 + 17 + 22 + 17 = 70$

17 мин.

$7x + 17y = 85$

$85 - 17 =$

$85 - 17 = 68$

$14 + 17 + 22 + 17 + 14 = 84$

$10S(a) + S(a) = 11S(a)$

$11x + 17y = 85$

$k = 2$

$85 - 11 = 74$
$85 - 22 = 63$
$85 - 33 = 52$
$85 - 44 = 41$
$85 - 55 = 30$
$85 - 66 = 19$
$85 - 77 = 8$

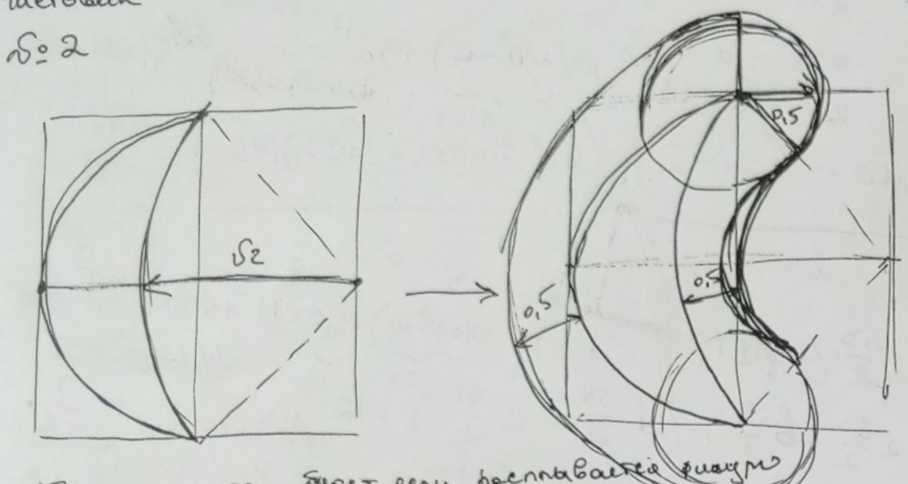
$17 + 11$

$21 + 11 = 32$

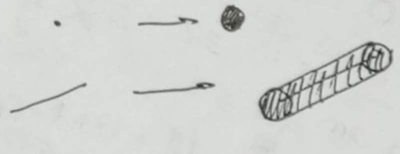
$32 + 17 = 49$

Чистовик

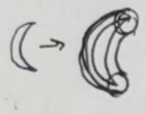
№2



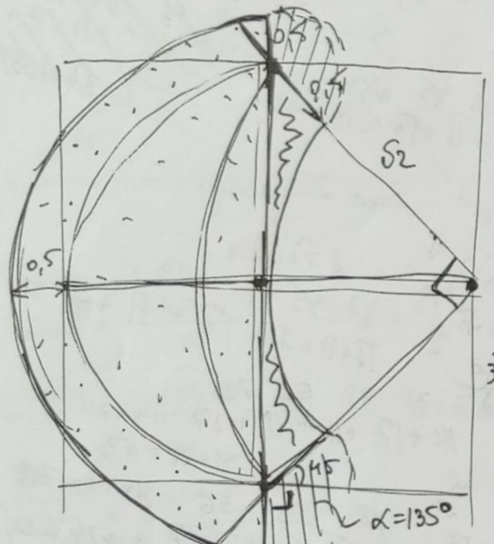
Посмотрим, что будет, если расплывается фигура



Значит полумесяц расплывается примерно так:



Разбиваем фигуру на части и считаем



1) — с такой штриховкой получается полукруг с $R=1,5$

2) — с такой штриховкой получается. $r'=\sqrt2$

$S_\Delta - S'_{сектора}$

3) — с такой штриховкой $S''_{сектора}$ $r''=0,5$

1) $S_{полукр} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{2,25\pi}{2}$

2) $\frac{\sqrt2\cdot\sqrt2}{2} - \frac{\pi r'^2}{4} = 1 - \frac{\pi 2}{4} = \frac{2-\pi}{2}$

3) $2S''_{сек} = 2\cdot\frac{\pi r''^2}{360}\cdot 135^\circ = \frac{2\cdot\pi\cdot 0,25}{8}\cdot 3 = \frac{1,5\pi}{8}$

$S_ф = S_{полукр} + S_\Delta - S'_{сек} + 2S''_{сек} =$

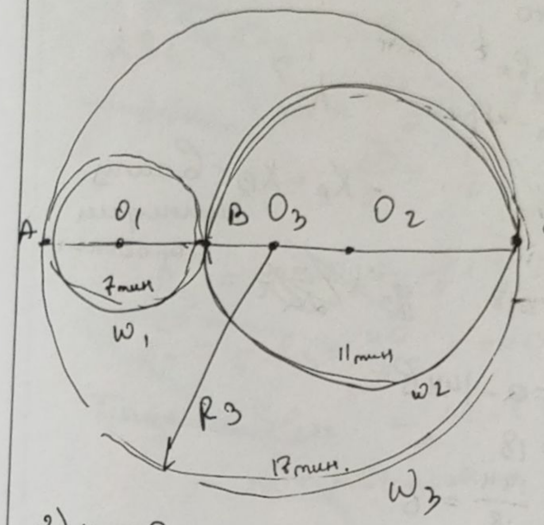
$\frac{2,25\pi}{2} + \frac{2-\pi}{2} + \frac{1,5\pi}{8} = \frac{10\pi+8-4\pi+1,5\pi}{8} = \frac{4,5\pi}{8}+1$

Ответ: $S_ф = \frac{4,5\pi}{8}+1$

7 из 8

Чистовик

№6



Пусть x – кол-во проездов по $\breve{AB}$

y – кол-во проездов по $\breve{BC}$

z – кол-во проездов по $\breve{AC}$

1ч 25мин = 85мин.

$7x+11y+17z=85$

1) $x=0$

Тогда y – четное, ведь иначе автопоезд попадет в B и дальше ехать будет только по $\breve{AB}$

$y=2$ $17z=85-22=63$: $z\in\varnothing$

$y=4$ $17z=85-44=41$ $z\in\varnothing$

$y=6$ $17z=85-66=19$ $z\in\varnothing$

$y=8$ $17z=-3$ $z\in\varnothing$

2) $y=0$

Аналогично с 1) x-четное

$x=2$ $17z=85-14=71$ $z\in\varnothing$

$x=4$ $17z=85-28=57$ $z\in\varnothing$

$x=6$ $17z=85-42=43$ $z\in\varnothing$

$x=8$ $17z=85-56=29$ $z\in\varnothing$

$x=10$ $17z=85-70=15$

$x=12$ $17z=85-86=-1$ $z\in\varnothing$

3) $z=0$

Тогда x, y – четное, но иначе $7x+11y$ – четное тогда 85-четное неверно.

Значит $x,y,z\geq1$

1) $y=1$ ~~$7x+17z=74$~~ Перебором ~~$x, z\in\varnothing$~~

2) $y=2$ ~~$7x+17z=63$~~ ~~$x=4$~~ ~~$y=2$~~ ~~$28+34+22=$~~

Методом перебора находим, что

$x=3+2=5$

$y=1+2=3$

$z=1$

$5\cdot7=35$ $3\cdot11=33$

$17\cdot1=17$

Итого дугу AC – 1раз

дугу AB – 5 раз

дугу BC – 3 раза.

Найдем длину AC

т.к. окр касаются, то O_1 и O_2 лежат на R_3

Значит т.к. окр касаются, то O_1, B, O_2, O_3, A, C лежат на одной прямой, где BC – диаметр ω_2

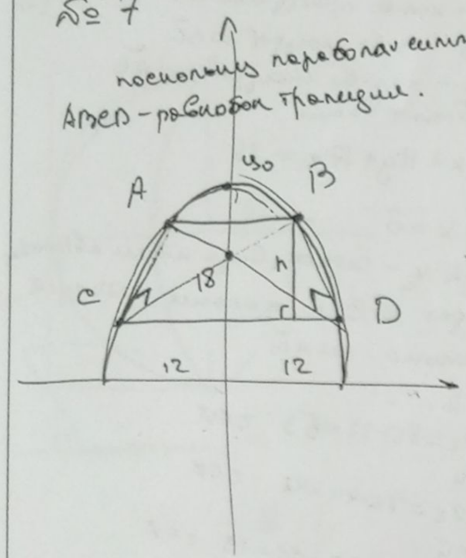
AB – диаметр ω_1

AC – диаметр ω_3

4 из 8

Чистовик

№ 7



поскольку парабола симметрична, то ABCD - равнобок. трапеция.

$y = a - bx^2$

x_1, x_2 - корни

$x_1 = -12$

$x_2 = 12$

$y_0 = 18$

$0 = a - 144b$

$a = 18$

$b = \frac{144}{18} = 8$

h-?

$-x_A = x_B$ - в силу симметрии параболы

$\cancel{x_0 = -\frac{b}{2a}}$

Значит:

x_C: $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$

$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$

$h = y_B - y_C =$

$18 - 8x_B - 18 + 8x_C = 8(x_C \mp x_B)$

$(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = (x_B - x_A)^2$

$\cancel{x_A^2} + x_C^2 - 2x_Ax_C + (18 - 8x_A^2 - 18 + 8x_B^2)^2 + \cancel{x_B^2} + x_C^2 - 2x_Bx_C +$

$(18 - 8x_B^2 + 8x_C^2 - 18) = \cancel{x_B^2} + \cancel{x_A^2} - 2x_Bx_C$

$2x_C^2 - 2x_Ax_C - 2x_Bx_C + 64(x_B^2 - x_A^2)^2 + 64(x_C^2 - x_B^2)^2 = -2x_Bx_C$

$2x_C^2 - 2x_Bx_C + 64(x_C^2 - x_B^2)^2 = 0$

$x_C^2 - x_Bx_C + 32(x_C^2 - x_B^2)^2 = 0$

$\cancel{x_C^4 - x_Bx_C + 32x_C^4 + 32x_B^4 - 64x_C^2x_B^2 = 0}$

$x_C(x_C - x_B) + 32(x_C - x_B)^2(x_C + x_B)^2 = 0$

$(x_C - x_B)\left(x_C + 32(x_C^2 - x_B^2)(x_C + x_B)\right) = 0$ $\quad x_C \neq x_B$

$x_C + 32(x_C^2 - x_B^2)(x_C + x_B) = 0$

Чистовик

№ 6 (продолжение)

$2R_1 + 2R_2 = 2R_3$

$\cancel{R_1}$ $\breve{AB} = \frac{2\pi R_1}{2} = \pi R_1$, $\quad \breve{BC} = \pi R_2$

$R_1 = \frac{\breve{AB}}{\pi} = \frac{15}{\pi}$ $\quad R_2 = \frac{25}{\pi}$

$R_3 = R_1 + R_2 = \frac{15}{\pi} + \frac{25}{\pi} = \frac{40}{\pi}$

$\breve{AC} = \pi \cdot R_3 = \frac{40}{\pi} \cdot \pi = 40$ км

Тогда $S_{всех} = \breve{AC} \cdot 1 + \breve{AB} \cdot 5 + \breve{BC} \cdot 3 = 40 + 5 \cdot 15 + 3 \cdot 25 =$
$40 + 65 + 75 = 180$ км

путь автомобиля

Ответ: 180 км.

№ 4 (продолжение)

$t^2 + 5t - 12\sqrt{6} = 0$

$D = 25 + 48\sqrt{6}$

$t_1 = \frac{5 + \sqrt{D}}{2} = \frac{5 + \sqrt{25 + 48\sqrt{6}}}{2}$

$t_2 = \frac{5 - \sqrt{D}}{2} < 0$ - не подходит

$bc\sin 45° = \frac{5 + \sqrt{25 + 48\sqrt{6}}}{2}$

Тогда $S_{ABC} = \underbrace{S_{ABM} + S_{BMC}}_{5} + S_{MBD} = 5 + \frac{bc\sin 45}{2} =$

$5 + \frac{5 + \sqrt{25 + 48\sqrt{6}}}{4} = \frac{25 + \sqrt{25 + 48\sqrt{6}}}{4}$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{25 + \sqrt{25 + 48\sqrt{6}}}{4}$

№ 8

Любое число ~~при умножении~~, состоящее из одних "9" при умножении на число $\geq$ исходному из "9" дает число сумма цифр которого будет равна $9 \cdot k$, где k - кол-во "9" в исходном числе.

Докажем данное утверждение.

a - число $\leq (10^k - 1) \Rightarrow$ кол-во цифр $a \leq k$

$a \cdot (10^k - 1) = a \cdot 10^k - a$

База: $k = 1$

$S(a \cdot 9) = S(9)$

$a=1$	9	9
$a=2$	18	9
$a=3$	27	9
$a=4$	36	9
$a=5$	45	9
$a=6$	54	9
$a=7$	63	9
$a=8$	72	9
$a=9$	81	9

Предположение индукции

$S(a \cdot 10^k - a) = S(10^k - 1) = S(9k)$

Док-жем: $S(a \cdot 10^{k+1} - a) = S(10^{k+1} - 1)$

Значит.

$S(a \cdot 10^{k+1} - a) = S(10(\underbrace{a \cdot 10^k - a}) + \underbrace{9a}_{S(9)}) =$

$S(10^k - 1) = 9 \cdot k$

$S(10 \cdot 9 \cdot k + 9a) = \overset{S(9(k+1))}{S(a \cdot 10^{k+1} - a)}$ $S(10^{k+1} - 1)$

Значит наиб $= \underbrace{999\ldots}_{100 \text{ раз}}$

Ответ: $\underbrace{9999\ldots}_{100 \text{ раз}}$

(8 из 8)