Дешифр

0 999419 790001

99-94-19-79
(37.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ______________________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Федорова Алексея Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«25» февраля 2024 года

Подпись участника

Азеи

99-94-19-79
(37.2)

Коршун

№7.

$\frac{10}{11} = \frac{20}{22} = \frac{30}{31}$

$\frac{20}{22} \vee \frac{21}{23}$ $\cancel{\frac{21}{23}}$

$\frac{10}{11} = \frac{30}{33}$ $\frac{31}{34}$

$\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

$\frac{1}{4} < \frac{2}{5}$

0,25 0,4

$\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$

$\Downarrow$

$\frac{20}{22} < \frac{21}{23}$

$\frac{63}{69} > \frac{62}{68}$

A ; C ; B

№4.

78 или 79

~~(32 − a) · 8 + a · 4 =~~

~~58 · 9 =~~

$59 \times 9 = 531$

$+ 57$

588

$19 \times 3 = 57$

$588 : 2 = 294$

$L_{уд} = 588 : 2 = \boxed{294}$

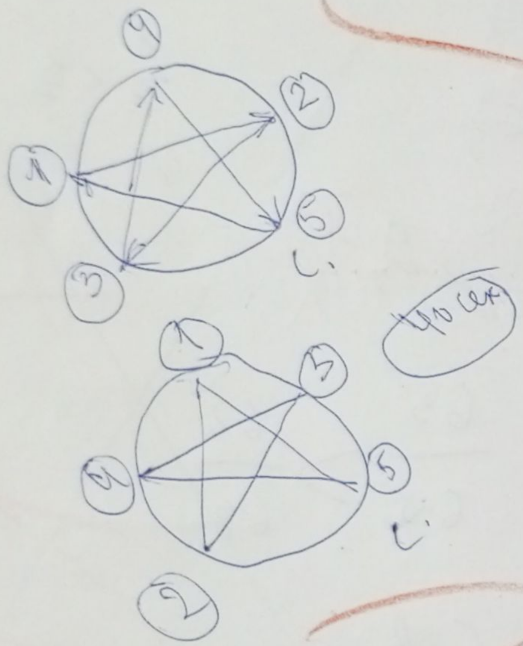
Черновик №1.

№1.

$\frac{n}{n+1} \vee \frac{n+1}{n+2}$

$\frac{n(n+2)}{(n+1)(n+2)} \vee \frac{(n+1)(n+1)}{(n+1)(n+2)}$

$n^2+2n < n^2+2n+1$



$\frac{3}{5}$ к/мин

$\frac{6}{5}$ к/мин

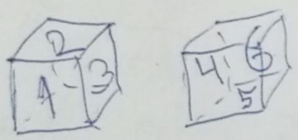
$\frac{9}{5}$ к/мин

$\frac{12}{5}$ к/мин

$\frac{15}{5}$ к/мин

40 сек

№2.



456

356

235
236
245
246

123
124
126
135
136
145
146
156

Черновик №2.

99-94-19-79
(37.2)

№1.

$4! + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} = 24 + 3 \cdot \frac{24}{2} = 24 + 3 \cdot 12 =$

$= 24 + 36 = 60$

№6.

~~$2 \cdot (5! \cdot (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2))$~~

$\frac{n}{n+2} \vee \frac{n+1}{n+3}$

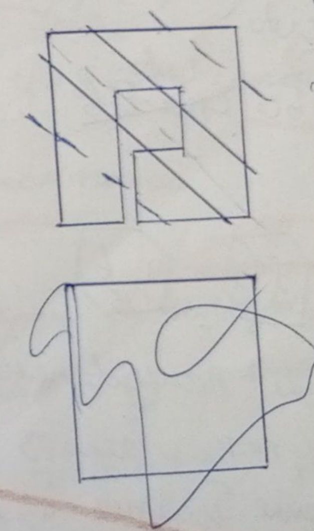
$\frac{n(n+3)}{(n+2)(n+3)} \vee \frac{(n+1)(n+2)}{(n+2)(n+3)}$

$n^2+3n < n^2+3n+2$

$6+6+6+4+4=26$

$3+12+3+4=22$

6·



Черновик №3

N1.

~~Слов~~ Способов составить 4-х буквенные слово с одной „А" в записи: $4!$

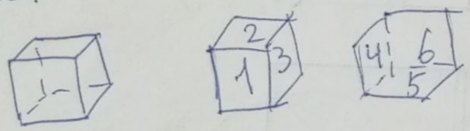
Способов составить 4-х букв. слово без буквы „К": $\frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1} = \frac{4!}{2!}$ (делим на $2!$, т.к. не имеет значения какая из двух „А" где стоит)

Аналогично для слов без „У" и без „Л" по $\frac{4!}{2!}$ сп. на каждый

Тогда всего ~~способов~~ слов: $4! + 3\cdot\frac{4!}{2!} = 24 + 3\cdot\frac{24}{2} = 24 + 3\cdot12 =$
$= 60$ ~~сп.~~ слов

Ответ: 60 ~~способов~~ слов

N2.



Возрастающая последовательность начинается максимум с „4", т.к. всего 3 значения, а если первое значение больше 4, то одно из двух других ≤ 4, что делает последовательность невозрастающей.

Черновик N1.

99-94-19-79
(37.2)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

N2 (продолжение)

Для начала с „4" 1 способ: ~~4; 5-6~~
(4; 5; 6)

Для начала с „3" 1 способ:
(3; 5; 6)

т.к. из 3 в 4 нельзя! (сумма на противоп. = 7 =>
=> 3 и 4 на противопол.)

Для начала с „2" 4 способа:
(2; 3; 5); (2; 3; 6); (2; 4; 5); (2; 4; 6)

Для начала с „1" 8 способов:
(1; 5; 6); (1; 4; 5); (1; 4; 6); (1; 3; 5);
(1; 3; 6); (1; 2; 3); (1; 2; 4); (1; 2; 6)

Тогда всего: $1+1+4+8 = 14$ способов

Ответ: 14 последовательностей

N3.

Скорость первого $\frac{3}{5}$ круга в минуту. Тогда у второго $\frac{3}{5}\cdot2 = \frac{6}{5}$ к/мин; у третьего $\frac{3}{5}\cdot3 = \frac{9}{5}$ к/мин; у четвертого $\frac{3}{5}\cdot4 = \frac{12}{5}$ к/мин; у пятого $\frac{3}{5}\cdot5 = \frac{15}{5}$ к/мин. Заметим, что звезда получается только когда расстояние между первым и вторым $\frac{2}{5}$ круга. В первый раз это произойдет через ~~60~~ 40 секунд после начала

Черновик N2

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

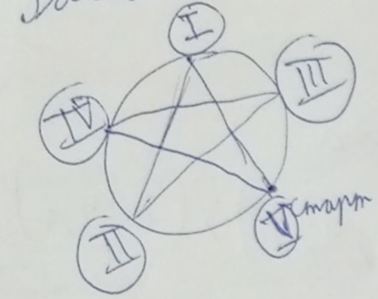
№3 (продолжение)

~~Рассмотрим~~ ~~(в первый раз через 40 сек. т.к.~~

~~$x\left(\frac{6}{5}-\frac{3}{5}\right)=a+$~~ (меньше 40 сек. не может, т.к. тогда расстояние $< \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{6}{5}-\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$)

~~$\left(x\cdot\left(\frac{6}{5}-\frac{3}{5}\right)\right)=$~~

Рассмотрим получившуюся картинку:



— звездочка, которая и требовалась в задаче.

Ответ: через 40 секунд.

№4.

Длина шага попугая спиной вперед ~~x~~ равна $\frac{X}{Y}=\frac{9\text{ см}}{3}=3\text{ см}$. ~~Т.к. за 2 прохода попугай~~ ~~удава, то сумма этих расстояний равно 2 длины~~ ~~кратно 2.~~ Т.к. шаги попугая по целому числу см, ~~то~~ а ~~попугая~~ удава он проходит за целое число шагов, то и длина удава - целое число. Т.к. за 2 прохода попугай прошёл ровно 2 длины удава и длина удава - целое число, то сумма этих расстояний кратна 2.

Чистовик №3.

№4 (продолжение)

~~Число~~ Общее число шагов равно $Z+T$ или $Z+T+1$, т.е. $38+40=78$ или $38+41=79$ шагов. Из них клювом вперёд $R=59$ шагов, т.е. $59\cdot 9=531$ см. ~~Тко~~ Тогда шагов спиной вперед $Z+T-R$ или $Z+T+1-R$, т.е. 19 или 20 шагов. Однако если таких шагов 20, то сумма двух расстояний равна $531+3\cdot 20=531+60=591$ см - нечетное число, что невозможно. Значит шагов по 3 было 19, а сумма двух расстояний равна $531+3\cdot 19=531+57=588$ см. Тогда длина удава $588\text{ см} : 2=$ ~~284 см~~ 294 см.

Ответ: 294 см.

№7.

Сравним A и B:

$$A=\frac{\overbrace{1111\ldots 1110}^{2024}}{\underbrace{1111\ldots 1111}_{2024}}=\frac{\overbrace{2222\ldots 2220}^{2024}}{\underbrace{2222\ldots 2222}_{2024}} \vee \frac{\overbrace{2222\ldots 2221}^{2024}}{\underbrace{2222\ldots 2223}_{2024}}=B$$

Пусть $\underbrace{2222\ldots 2220}_{2024}=n$. $\quad \frac{n}{n+2} \vee \frac{n+1}{n+3}$

$$\frac{n(n+3)}{(n+2)(n+3)} \vee \frac{(n+1)(n+2)}{(n+2)(n+3)}$$

знаменатели равны, сравним числ.

$n(n+3) \vee (n+1)(n+2)$

$n^2+3n < n^2+3n+2.$

Чистовик №4.

№7 (продолж.)

Тогда $\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3}$, а значит $A<B$.

Сравним A и C:

$$A = \frac{\overbrace{1111\ldots1110}^{2024}}{\underbrace{1111\ldots1111}_{2024}} = \frac{\overbrace{3333\ldots3330}^{2024}}{\underbrace{3333\ldots3333}_{2024}} \vee \frac{\overbrace{3333\ldots3331}^{2024}}{\underbrace{3333\ldots3334}_{2024}} = C$$

Пусть $\underbrace{3333\ldots3330}_{2024} = t$

$$\frac{t}{t+3} \vee \frac{t+1}{t+4};\quad \frac{t(t+4)}{(t+3)(t+4)} \vee \frac{(t+1)(t+3)}{(t+3)(t+4)}$$

знаменат. равны, сравним числители

$t(t+4) \vee (t+1)(t+3)$

$t^2+4t < t^2+4t+3$

Тогда $\frac{t}{t+3} < \frac{t+1}{t+4} \Rightarrow A<C$.

Сравним B и C

$$B = \frac{\overbrace{2222\ldots2221}^{2024}}{\underbrace{2222\ldots2223}_{2024}} = \frac{\overbrace{6666\ldots6663}^{2024}}{\underbrace{6666\ldots6669}_{2024}} \vee \frac{\overbrace{6666\ldots6662}^{2024}}{\underbrace{6666\ldots6668}_{2024}} = \frac{\overbrace{3333\ldots3331}^{2024}}{\underbrace{3333\ldots3334}_{2024}} =$$

$=C$. Пусть $\underbrace{6666\ldots6662}_{2024} = m$

$$\frac{m+1}{m+7} \vee \frac{m}{m+6};\quad \frac{(m+1)(m+6)}{(m+7)(m+6)} \vee \frac{m(m+7)}{(m+6)(m+7)};$$

знам. равны, сравним числители

Чистовик № 5.

№7 (продолжение)

$(m+1)(m+6) \vee m(m+7)$

$\cancel{m^2+7m+6}$

$m^2+7m+6 > m^2+7m$

Тогда $\frac{m+1}{m+7} > \frac{m}{m+6} \Rightarrow B>C$.

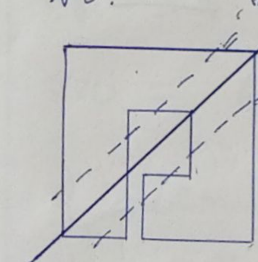
Имеем: $A<B$; $A<C$; $B>C$.

Тогда в порядке возрастания:

A; C; B

Ответ: A; C; B

№5.



Сумма ~~трёх~~ углов:

$\cancel{6+6+6+3+3+}\ 5+6+6+7+3+3=30$

Ответ: 30 углов.

№6.

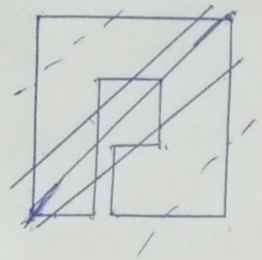
Т.к. девочки не сидят рядом, то возможные расстановки этих мест:

(1; 3; 5; 7; 9); (2; 4; 6; 8; 10);

(1; 4; 6; 8; 10); (1; 3; 6; 8; 10); (1; 3; 5; 8; 10);

(1; 3; 5; 7; 10). Т.е. 6 способов.

Чистовик №6.

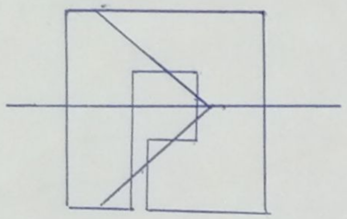


$5! \cdot 5! \cdot 6 =$

$= 120 \cdot 120 \cdot 6 =$

$5+3+3+4+6+6=30$

$3+\cancel{3}+$



120
×120
24
+24
12
14400
× 6
86.400 или 120

$3+3+4+12$

$6 \cdot 5 \cdot 4$

Черновик №4.

№6 (продолжение)

Т.к. 2 способа отличаются, если хотя бы один из ~~Способов расположить по~~ участников группы сидит на местах с разными номерами, то, ~~на стул~~ для каждой из 6 рассадок необходимо учесть различные расположение девочек, мальчиков, пустого места и учительницы.

Рассадить девочек 5! способов. Из оставших-ся 5 мест учительнице ~~5~~, 1 из 5, пустое 1 из 4, первому мальч. 1 из 3, второму 1 из 2 и послед-нему одно. Т.е. всего способов:

$6 \cdot 5! \cdot (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 6 \cdot 5! \cdot 5! = 6 \cdot 120 \cdot 120 = 6 \cdot 14400 = 86400$ способов.

Ответ: 86 400 способов.

! ~~Уто~~ Уточнение. В условии непонятно, что значит „участник группы", я решал для значения „участник группы" – конкретное лицо (т.е. когда все девочки разные и все мальчики разные). Для определения „участник группы" – любой мальчик или любая девочка (т.е. девочки одинаковые и мальчики одинаковые) ~~ответ~~ ответ будет $6 \cdot 5 \cdot 4 =$ $= \cancel{120}\ 120$ способов.

Чистовик №7.