

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Листы +1

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по Математике
профиль олимпиады

Филимонова Артёма Денисовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«15» 02 2024 года

Подпись участника

Фил

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
8	8	4	12	12	12	4	0	60

78-98-43-09
(40,26)

2 вр
и заны
4 гол
3 убив.

60 (шестьдесят)

Минусин

Минусин

На место вратаря

можно выбрать 1 из 4х.

Есть 3 ситуации как можно выбрать защитников.

1) Обои из защитников \rightarrow это $C_4^2 = \frac{4!}{2!} = 6$

2) Оруго из защитн. оруго из универс-лов \rightarrow это $4 \cdot 3 = 12$

3) Обои из универс-лов $C_3^2 = \frac{3!}{2!} = 3$

из 1) нападающих можно выбрать C_{10}^3 способами

из 2) можно выбрать C_9^3

из 3) C_8^3

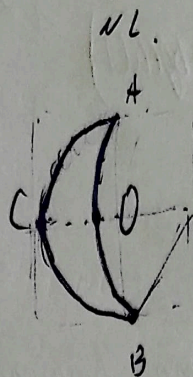
Итого защитников и нападающих можно выбрать

$$C_{10}^3 + 12 \cdot C_9^3 + 3 \cdot C_8^3 =$$

$$\frac{10!}{3!} + 12 \cdot \frac{9!}{6!} + \frac{3!}{2!} \quad \left| \text{Ответ} \right.$$

с вратарем вместе

Митавик



III. К... каждая точка фигуры превращается
в окружность. Прямая граница
полученной фигуры сформирована дугой
каждой точки $\frac{1}{3}$ ~~вот так~~ $\frac{1}{3}$ ^{см} рис. 2.

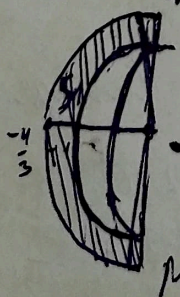


т.е. вокруг фигуры
образуется линия толщиной
 $\frac{1}{3}$

Тогда $CO = 2 - \sqrt{2} \in \frac{2}{3}$
т.е. фигура будет заштрихована.

т.о. фигура состоит из дуг окружности
и дуг четвертей окружности
и дуг на полуокружности.

~~Много~~ ~~линии~~ ~~составит~~ ~~из~~



$$S_1 = \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \pi =$$

$$\frac{1}{2} \pi \left(\frac{16}{9} - 1 \right) = \frac{1}{2} \pi \cdot \frac{7}{9}$$

78-98-43-09
(402.6)

1) $(x+3)(x-2y-6) | y-x-8 | = (x-5) | x+3x-2y-6 |$

$(x-2)(y+3) = xy - 2y + 3x - 6$

$x=2$ или $y=3$

или

$\begin{cases} |y-x-8| = (x-5) & \text{при } (x-2)(y+3) > 0 \\ |y-x-8| = 5-x & \text{при } (x-2)(y+3) < 0 \end{cases}$

$\sqrt{y-x+10} = y-4$

1) $y-x-8 = x-5$

$2x = y-3 \Rightarrow y = 2x+3$

2) $y-x-8 = 5-x$

$y = 13$

Подставим $y=13$
во второе уравнение

$\sqrt{23-x} = 9$

$-x = 81 - 23 \Rightarrow x = -58$

~~н.д. пара~~

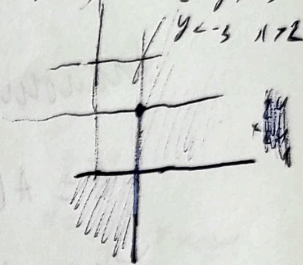
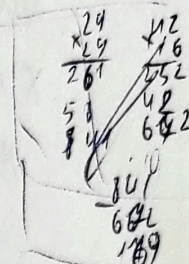
проверим $x = -58$ $y = 13$

$x < 2$ $y > -3 \Rightarrow$

$|y-x-8| = 5-x$

$|5+58| = 5+58$ - верно

и 3 *матрица*



посчитаем $y=2x+3$ во второе уравнение

$\sqrt{x+9} = 2x-4$

$x+9 = 4x^2 - 16x + 16$

$4x^2 - 29x + 7 = 0$

$D = 29^2 - 16 \cdot 4 = 841 - 64 = 777$

$0 = 29^2 - 16 \cdot 4$

$\frac{29 \pm \sqrt{777}}{2} = 14 \pm \sqrt{194.25}$

$0 = 141 - 64 = 77$

$x_1 = \frac{29+13}{8} = 5.5$

$x_2 = 2$

14

Миллиметры.

Всего от ширины 85 мм.

Длина 2-х дуг AC.

$$\begin{aligned} \times AB &= \frac{15}{2\pi} \\ BC &= \frac{25}{2\pi} \end{aligned}$$

$$AC = AB + BC = \frac{40}{2\pi} = 7 BC$$

$$AB = 2r$$

$$\pi r = 15 \Rightarrow r = \frac{15}{\pi} \Rightarrow AB = \frac{30}{\pi}$$

$$\text{Аналогично } BC = \frac{50}{\pi}$$

$$AC = AB + BC = \frac{80}{\pi}$$

$$\text{Дуга } AC = 40.$$

Перемещение обшей автомобиль
равно нулю.

2 дуги AB по обшей перемещению = 0

2 дуги BC = 0 и 2 дуги AC = 0

$$AB + BC = \text{дуга } AC$$

итого

к-во дуг AB = 1, дуг BC = 0, дуг AC = 1

По времени

$$1x + 1y + 1z = 85$$

$x = 5$; $\Rightarrow x = 0$; $y = 0$. 5z по переме-
щению не = 0 - не походит.

№ 4

Читайте

$\Delta z = 4$

$4x + 14y + 6z = 85$

$7x + 11y = 17$

$y = 0$

$x = \frac{17}{7}$ - не покр.

$y = 1$

$x = \frac{6}{7}$ - не покр.

$\Delta z = 3$

$4x + 14y + 5z = 95$

$4x + 14y = 34$

$y = 3$

$x = \frac{1}{4}$ - не покр.

$y = 0$

$x = \frac{34}{4}$ - не покр.

$y = 2$

$x = \frac{12}{4}$ - не покр.

$y = 1$

$x = \frac{13}{4}$ - не покр.

$\Delta z = 2$

$4x + 11y = 51$

51	51
-22	33
29	7

$y = 4$	$y = 3$	$y = 2$	$y = 1$	$y = 0$
$x = 1$	$x = \frac{11}{4}$	$x = \frac{29}{4}$	$x = \frac{40}{4}$	$x = \frac{51}{4}$

не покр.

$z = 2 \quad y = 4 \quad x = 1$

по переменной z + то z $AB \leq 0$

$\Delta z = 1$

$4x + 11y = 68$

$y = 6$

$x = \frac{2}{4}$

$y = 5$

$x = \frac{13}{4}$

$y = 4$

$x = \frac{24}{4}$

$y = 3$

$x = 5$

$y = 2$

$x = \frac{46}{4}$

$y = 1$

$x = \frac{57}{4}$

$y = 0$

$x = \frac{68}{4}$

$y = 3$

$x = 5$

$z = 1$

- покрывает.

ответ: $40 + 5 \cdot 15 + 3 \cdot 25 = 100 + 75 + 75 = 250 \text{ км.}$

№5.

числовых

$$y = f(x)$$

$$f\left(\frac{x+2}{x-2}\right) = \frac{2}{x-2}$$

$$f\left(1 + \frac{4}{x-2}\right) = \frac{2}{x-2}$$

Пусть $\frac{2}{x-2} = t$

$t=0$ не существует.

$$f(1+2t) = t$$

$f(x)$ - неопределена

$$f(0) = f\left(1 - 2 \cdot \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$1+2t = k \Rightarrow t = \frac{k-1}{2}$$

$$f(k) = \frac{k-1}{2}$$

Итого $f(1) = \frac{1-1}{2}$

$$f(f(1)) = \frac{1-1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{x-3}{4}$$

$$f(f(f(1))) =$$

$$\frac{x-3}{8} - \frac{1}{2} = \frac{x}{8} - \frac{7}{8}$$

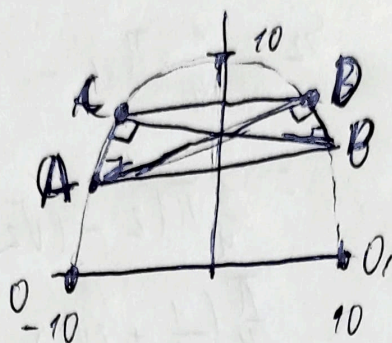
Каждый раз коэффициент перед x будет увеличиваться в 2 раза т.к.

Итого коэффициент перед x будет равен $\frac{1}{2}^n$ и он не будет.

минимум умножения на $\frac{1}{2}$ в любой точке.

№ 6

Митович



$$y = a - b|x|$$

$$a = 10$$

$$0 = 10 - b \cdot 10$$

$$10 = 10b \Rightarrow b = \frac{1}{10}$$

$$y = 10 - \frac{1}{10}|x|$$

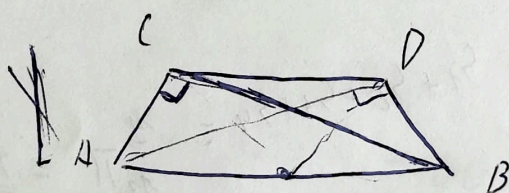
~~ABC~~

$AB \parallel CD \parallel OO_1$

A симметрична B отн. Оси Oy

C симметрична D отн. Oy

т.о. ABCD - равнобедренный трапеция.



Пусть B имеет координату x_1 по O1

Тогда A - x_2

D имеет x_2 ; C - x_1

ABCD на одной окруж. с центром в т. $(0, 10 - \frac{1}{10}|x_1|)$ и радиусом r_1

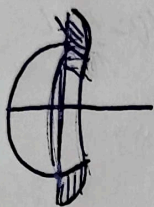
н/с прокрутки митовик



$$S_2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot L - \frac{1}{4} \cdot \pi \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)^2$$

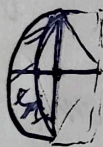
$$= \frac{1}{4} \pi \left(2 - \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)^2 \right) =$$

$$\frac{\pi}{4} \left(-\frac{1}{9} + 2\sqrt{2} \right)$$



$$S_3 = L \cdot \left(\pi \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{135}{360} \right) =$$

$$\frac{\pi}{9} \cdot \frac{135}{180} = \frac{\pi}{9} \cdot \frac{3}{4}$$



$$S_4 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4} \cdot 2\pi + L =$$

$$S_{\text{общ}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \frac{4}{18} \pi - \frac{\pi}{36} + \frac{\sqrt{2}}{6} \pi +$$

$$\frac{3\pi}{36} + L =$$

$$\frac{14+2}{36} \pi + \frac{\sqrt{2}}{6} \pi + L = \frac{16}{9} \pi + \frac{\sqrt{2}}{6} \pi + L$$

уравнение окружности

№5 продолжение
матем.

$$(x_1)^2 + (y - 10 + \frac{1}{10}x_1^2)^2 = 11^2$$

точки с координатами

x_2 ; $10 - \frac{1}{10}x_2^2$ - удовлетворяют уравне-
нию

$$x_2^2 + (10 - \frac{1}{10}x_2^2 + \frac{1}{10}x_1^2 - 10)^2 = 11^2$$

$$x_2^2 - x_1^2 + (\frac{1}{10}x_1^2 - \frac{1}{10}x_2^2)^2 = 0$$

$$x_1 \neq x_2 \quad x_1 \neq -x_2$$

$$x_1 + (x_2 - x_1)(x_2 + x_1) + \frac{1}{10}(x_1 - x_2)^2(x_1 + x_2)^2 = 0$$

$$1 + \frac{1}{10}(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0$$

$$x_1 + \frac{x_1^2 - x_2^2}{10} = -1$$

$$x_1^2 - x_2^2 = -10$$

$$m.o \quad x_1^2 = x_2^2 = 10$$

расстояние между АВ и СD

$$\Rightarrow m.o \quad \left| 10 - \frac{1}{10}x_1^2 - (10 + \frac{1}{10}x_2^2) \right| =$$

$$\left| \frac{1}{10}x_2^2 - \frac{1}{10}x_1^2 \right| = 1 + 10 = 10$$

сумма цифр числа n по модулю 9

$9 \equiv 0$ сравнимо с самим числом.

$n \geq 10^{74}$ т.о. если взять $m=9$

получим что $S(9n) = S(n) \pmod 9$

$$0 \pmod 9 = 7 \quad n \equiv 0 \pmod 9$$

$$\& n = 10^{75} - 1$$

Пусть $S(kn) = S(n)$

тогда $S((k+1)n) \pm$ будет столько

прибавляет $10^{75} - 1$ или
составлено из сумм девяток

цифры последнего разряда увеличатся
на 1 все остальные

цифры от первой цифры

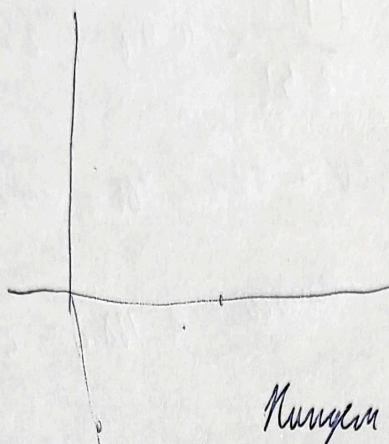
$10^{75} - 1$ - не изменится

После ~~предыдущей~~ цифры

следующая цифра увеличится

на 1.

1)



z

уравнение

Клиппинг и плоскости А-К-А

$$3x + 4y + 5z = 1$$

$$11x + 10y + 6z = 1$$

$$5x + 8y + 9z = 1$$

$$3x + 4y + 5z = 1$$

$$0x + (8 - \frac{20}{3})y + (9 - \frac{45}{3})z = -\frac{2}{3}$$

$$(10 - \frac{44}{3})y + (9 - \frac{66}{3})z = -\frac{8}{3}$$

$$\frac{66}{24} \\ \frac{39}{39}$$

$$+\frac{44}{3}y + \frac{2}{3}z = -\frac{2}{3}$$

$$-\frac{14}{3}y - \frac{39}{3}z = -\frac{8}{3}$$

$$11y + 2z = -2$$

$$-14y - 39z = -8 \quad \cdot \frac{4}{2}$$

$$(2 \cdot \frac{4}{2} - 39)z = -1$$

$$(4 - 39)z = -1$$

$$z = \frac{1}{32} \Rightarrow 4y + \frac{1}{16} = -2$$

$$y = -\frac{33}{64}$$

№1. прообразные чисел

$$\frac{10!}{4!} + 2 \cdot \frac{9!}{6!} + \frac{8!}{2 \cdot 5!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 + 2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 4 + 8 \cdot 4 \cdot 3 =$$

32
7
197
94

$$220 + 994 + 168 = 1414 + 168 = 1582$$

Итого: $2 \cdot 1582 = 3164$

21
77
168

220
+ 994
+ 168
1582

13 трофимен Черновик.

$x=2 \Rightarrow y=4-3=1$ - является решением
первого уравнения.

$$x = \frac{42}{2} = \frac{21}{1} \Rightarrow y = \frac{21}{2} - 3 = \frac{15}{2} \quad x \neq 2 \quad y \neq 1$$

↓

$$|y - x - 0| = (4 - 5)$$

$$\frac{21}{2} - 3 - \frac{21}{4} - 8 = \frac{21}{4} - 5$$

2

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 2 \\ \hline 198 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 3 \\ \hline 297 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 11 \\ \hline 99 \\ + 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 23 \\ \hline 297 \\ 198 \\ \hline 2247 \end{array}$$

9999

$$\begin{array}{r} 198 \\ + 2247 \\ \hline 2345 \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ 891 \\ \hline 9801 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 990 \\ + 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99900 \\ + 999 \\ \hline 100899 \\ (9990) \\ + 490 \\ \hline 10 \end{array}$$

Положим $x = 2x + 3$ или $x = 2x + 3$

в второе уравнение

$$\sqrt{x+3} = 2x-1 \quad | \geq \frac{1}{2}$$

$$x+3 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$D = 25 + 16 \cdot 2 = 207$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{207}}{8}$$

$$y_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{207}}{4} + 3$$

$$y_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{207}}{4}$$

$$\frac{25}{32}$$

$$\frac{16}{144}$$

м ч приложение

Читовик

$$z = 0$$

↓

$$4x + 11y = 15$$

$$y = 2 \quad x = 9$$

9x + 2y по перемещению
не дают 0