0 015125 980007

01-51-25-98
(39.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Шайдуллиной Алины Рустемовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
01-51-25-98	60	12	0	12	12	4	8	12	0

60 (шестьдесят)

01-51-25-98
(39,3)

B: 3 сп.

ЧЕРНОВИК

стр. 8

0 Y	1 Y (x3)	2 Y (x 3)
$3\cdot C_5^2\cdot C_6^3$	$3\cdot C_6^2\cdot C_6^3$ + $3\cdot C_5^2\cdot C_7^3$	$3\cdot C_6^3$ + $3\cdot C_5^2\cdot$ + $2\cdot 3\cdot C_5^1\cdot C_6^2$

Итого: $3\cdot\frac{5!}{3!\cdot 2}\cdot\frac{6!}{3!\cdot 3!}+3\cdot 3\left(\frac{6!}{4!\cdot 2!}\cdot\frac{6!}{3!\cdot 3!}+\frac{5!}{2!\cdot 3!}\cdot\frac{7!}{4!\cdot 3!}\right)+$

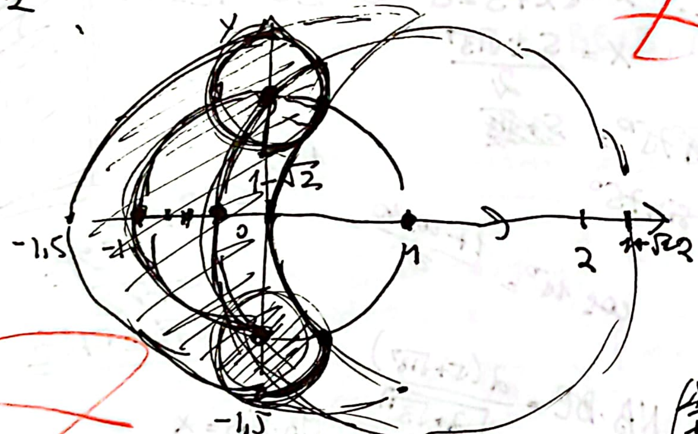
$+3\cdot 3\left(\frac{6!}{3!\cdot 3!}+\frac{5!}{3!\cdot 2}+2\cdot 5\cdot\frac{6!}{4!\cdot 2!}\right)=$

$=3\cdot\frac{5\cdot 4}{2}\cdot\frac{6\cdot 5\cdot 4}{6}+9\cdot\left(\frac{6\cdot 5}{2}\cdot\frac{6\cdot 5\cdot 4}{6}+\frac{5\cdot 4}{2}\cdot\frac{7\cdot 6\cdot 5}{6}\right)$

$+9\left(\frac{6\cdot 5\cdot 4}{6}+\frac{5\cdot 4}{2}+\frac{2\cdot 5\cdot 6\cdot 5}{2}\right)=$

$=600+$

N 2



$x^3+y^3=19$

$\frac{x}{y}\neq 1$

$-\frac{19}{6}x^2y-\frac{19}{6}xy^2-19=0$

$x^3+y^3+\frac{19}{6}x^2y+\frac{19}{6}xy^2=0\mid :y^3\neq 0$

$\left(\frac{x}{y}\right)^3+\frac{19}{6}\left(\frac{x}{y}\right)^2+\frac{19}{6}\left(\frac{x}{y}\right)+1$

$(t+1)\left(t^2-t+1+\frac{19}{6}t\right)=0$

$t=-1$ $\Rightarrow\frac{x}{y}=-1$ $x+y=0$ $x=-y$

$t^2+\frac{13}{6}t+1=0$

$|x^3+y^3-19|+|x^2y+xy^2+6|+\frac{x|y|-y|x|+2xx}{xy}=0$

реш-ие $(x;y)$
$(y;x)$

$x=y$: $|2x^3-19|+|2x^3+6|+2=0$

$x\neq y$

$\frac{x|y|-y|x|+2xy}{xy}<0$

$\frac{|x|}{y}-\frac{|y|}{x}+2+|\ |+|\ |=0$

$x,y>0$: $\frac{|x|}{x}-\frac{|y|}{y}<0$

Условие: $x>0$ $y<0$

$|x^3+y^3\ |+|\ |+\frac{|y|}{y}-\frac{|x|}{x}+2=0$

$y,x>0$: $\frac{|y|}{y}-\frac{|x|}{x}=1-1=0$

$y,x<0$: $1-1=0$

$y<0$, $x>0$: $-1-1=-2$

$y>0$, $x<0$: $1+1=2$

$\begin{cases}x^3+y^3-19=0\\x^2y+xy^2+6=0\end{cases}$

$D=y^4-24y=y(y^3-24)$

$x=\frac{-y^2\pm\sqrt{y(y^3-24)}}{2y}$

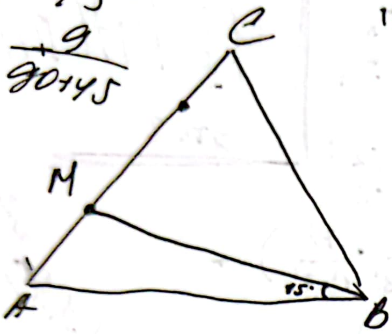
$-19+x$ … $2y|y|+2y^2=0$, $y|y|+y^2=0$, $25\times$

15
$\frac{+9}{90+45}$

$15+45=60$

Задачи 2 8

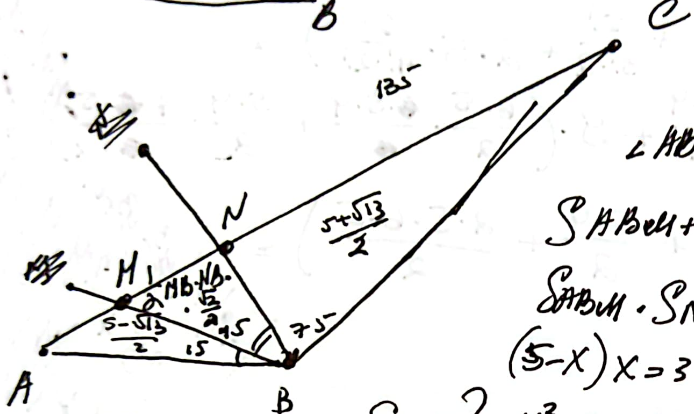
дорешать, есть дтрп



$\cancel{6} = \cancel{2}\cdot 2 \cdot \cancel{12}$ 4

$y = -\frac{1}{8}x^2 + 18$

$x^2 = 8(18-y)$



$\angle ABC = 135$

$S_{ABM} + S_{NBC} = 5 \quad S_{NBC} = x$

$S_{ABM} \cdot S_{NBC} = 3$

$(5-x)x = 3$

$S_{ABC}?\quad x^2 - 5x + 3 = 0 \quad D = 25 - 12 = 13$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$

$\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$

$\cancel{\frac{1}{2} BC \cdot NB \cdot \sin 75} +$

$\frac{1}{2}\sin 15^\circ \cdot MB \cdot AM + \cancel{\frac{1}{2} AB\, MB \cos 75^\circ} = \cancel{5+\sqrt{13}}$

$\frac{5-\sqrt{13}}{2}$

$\cancel{+\frac{1}{2}\cos 15 \cdot BC \cdot NB = 5} \quad = \frac{1}{2} BC \cdot NB \sin 75^\circ$

$\cos 15^\circ = \frac{1+\cos 30}{2}$

ЧЕРНОВИК стр 3

$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} \cdot MB \cdot AM = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$

$MB\,AM = \frac{2(5-\sqrt{13})}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \quad NB \cdot BC = \frac{2(5+\sqrt{13})}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

$D/4 = 25 \cdot 2 + 48 = 98 = 7\sqrt{2}$

$x = \frac{-5\sqrt{2} \pm 7\sqrt{2}}{}$

$MB \cdot NB = x$

$AB \cdot MB \cdot NB \cdot BC \cdot \frac{1}{8} \cancel{\sin 30^\circ} \cdot \frac{1}{2} = 3.$

$AB \cdot MB \cdot NB \cdot BC = 48$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{48}{MB \cdot NB} = \frac{12\sqrt{2}}{MB \cdot NB} = \cancel{5+} \frac{12\sqrt{2}}{x} = 5 + \frac{\sqrt{2}}{4}x$

100 знаков.

$S(mn) = S(n)$

$-\frac{27}{8}y^3 + y$

$29 - \frac{13}{8}y^3$

16

$S_{ABC} = \frac{12\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 6.$

$12\sqrt{2} = 5x + \frac{\sqrt{2}}{4}x^2$

$48\sqrt{2} = 20x + \sqrt{2}x^2$

$x^2 + 10\sqrt{2}x - 48 = 0$

$D/4 = 25 \cdot 2 + 48 = 98 = (7\sqrt{2})^2$

$x = \frac{-5\sqrt{2} + 7\sqrt{2}}{} = 2\sqrt{2}$

$\frac{13}{12}, \frac{5}{12}$

5

$\frac{13}{12} + \frac{5}{12}.$

$6t^2 + 13t + 6$

$-\frac{8}{27} + \frac{27}{24} = 169 - 24 = 145 = 29 \cdot 5$

$t = \frac{-13 \pm \sqrt{145}}{12}$

$\frac{169}{144} - \frac{144}{144} = \frac{25}{144}.$

01-51-25-98
(39.3)

$\frac{bc}{a}-a+1+\frac{ac}{b}-b+1+\frac{ab}{c}-c+1=3-(a+b+c)+3\frac{bc}{a}+\frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}\geq$

$\geq 3-(a+b+c)+3\sqrt[3]{\frac{bc\cdot ac\cdot ab}{abc}}=3-(a+b+c)+3\sqrt[3]{abc}\geq 3-3\sqrt[3]{abc}+3\sqrt[3]{abc}=3$

$a=1,\ b=1,\ c=1$

$\frac{2-2+2}{2}\cdot 3=3.$

$2x+y+2z=0$

$7+11+17=35$

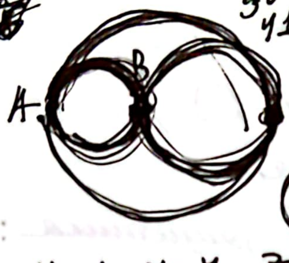
$AB=\pi r=15 \Rightarrow r=\frac{15}{\pi}$

$BC=\pi R=25$, $R=\frac{25}{\pi}$

$R_{AC}=r+R=\frac{40}{\pi}$

$AC=40.$

$85=7x+11y+17z$



1) $x=0,\ y=0,\ z=5$: ~~Итого~~

2) $z=4$,

3) $z=3$,

4) $z=2,\ y=4,\ x=1$

5) $z=1;\ x=5,\ y=3$

6) $z=0;\ x=9;\ y=2$

$1AC+BC+AB$

$2AC$

$2AB,\ 2BC,\ 2AB+2BC$

$\frac{a}{b}=12^2$

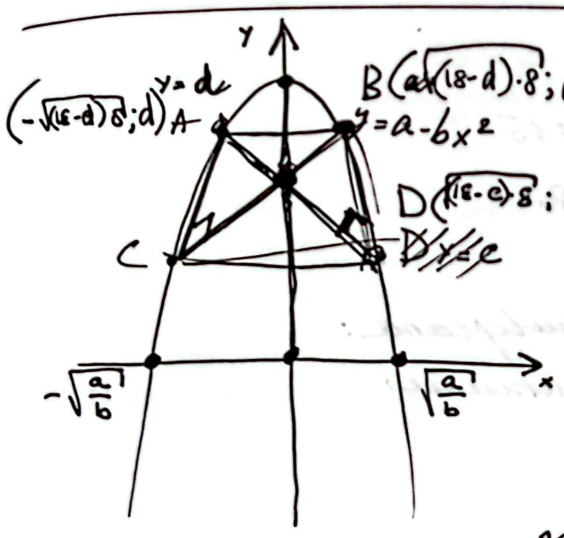
$b=\frac{a}{12^2}=\frac{1}{8}$

а) $x=1,\ y=4,\ z=2$

нр-р м-та: Нет м-та !!!

б) $x=5,\ y=3,\ z=1$: $AC,\ BC\times3,\ AB\times5$. От-т: $40+50+25+60+15=150+40=180$

в) $x=9,\ y=2,\ z=0$. Нет. мар-та. (объяснить!)



$a>0,\ b>0$

$(d-c)$

$\begin{cases}2\sqrt{\frac{a}{b}}=24\\ a=18\end{cases}\Rightarrow b=\frac{1}{8},\ a=18$

ур-ие: $y=18-\frac{1}{8}x^2$

$AB=2\sqrt{(18-d)\cdot 8}$

$(2\cdot2\sqrt{2}\sqrt{18-d})^2=(d-c)^2+(\sqrt{18-c}\cdot2\sqrt{2}+\sqrt{18-d}\cdot2\sqrt{2})^2+$

$+(d-c)^2+(\sqrt{18-c}\cdot2\sqrt{2}-\sqrt{18-d}\cdot2\sqrt{2})^2$

$32(18-d)=2(d-c)+8(\sqrt{18-c}+\sqrt{18-d})^2+8(\sqrt{18-c}-\sqrt{18-d})^2$

$16(18-d)=(d-c)+4(2\cdot(18-c)+2(18-d))$

$8(18-d)=d-c+8(18-c)$

$-8d+8c-d+c=0$

$9c-9d=0\Rightarrow c-d=0$?

ЧЕРНОВИК
стр. 10

Задача №1

Рассмотрим 4 ситуации:

I) Среди 6 лучших хоккеистов нет универсалов.

Тогда выбрать вратаря можно 3 сп-бами

Выбрать 2х защитников можно C_5^2 сп-ми

Выбрать 3х нападающих — C_6^3 сп-ми

Итого: $3 \cdot C_5^2 \cdot C_6^3 = 3 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 600$ (сп-в)

II) Среди 6 лучших хоккеистов 1 универсал.

а) Этот универсал выбран в качестве защитника:

Тогда выбрать вратаря — 3 сп-ба, защитника — C_5^1, 3 нападающих — C_6^3 и универсала — 3 сп-ба

Итого: $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot C_6^3 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 10 \cdot 2 \cdot 45 = 900$

б) Этот универсал выбран в качестве нападающего

Число способов выбрать:

Вратаря = 3

Универсала = 3

2х нападающих = $C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$

2х защитников = $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$.

Итого: $3 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 10 = 1350$

III) Среди 6 лучших хок-тов 2 универсала:

а) Оба универсала — защитники:

Число сп-в выбрать:

Вратаря = 3

2 Универсалов = 3 = C_3^2

3х нападающих = $C_6^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20$.

Итого: $3 \cdot 3 \cdot 20 = 180$

б) Оба универсала — нападающие:

Число сп-в выбрать:

Вратаря = 3

2х защит-в = $C_5^2 = 10$

1 нап-го = $C_6^1 = 6$

2х универсалов = $C_3^2 = 3$

Итого: $3 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 3 = 540$

01-51-25-98 (39.3)

Чистовик: стр. 2

в) 1 универсал – защитник, другой – нападающий
Число сп-в выбрать:
Вратаря = 3
1 защит-ка = $C_5^1 = 5$
2 нападающих = $C_6^2 = \frac{6\cdot 5}{2} = 15$
Число сп-в выбрать 2х универсалов и определить их позиции = $C_3^2 \cdot 2 = 6$
Итого: $3\cdot 5\cdot 15\cdot 6 = 9\cdot 15\cdot 10 = 1350$

IV Среди 6 лучших хоккеистов 3 универсала:

а) 2 универ-ла – защитники, 1-нап-щий
Число способов выбрать:
• Вратаря = 3
• 2х нападающих = $C_6^2 = \frac{6\cdot 5}{2} = 15$
• Универсалов и распределить на позиции = $C_3^1 = 3$
Итого: $3\cdot 15\cdot 3 = 135$

б) 1 универсал – защитник, 2 унив-ла – напад-ие
Число сп-в выбрать:
вратаря = 3;
1 защитника = $C_5^1 = 5$
1 напад-го = $C_6^1 = 6$
~~Число~~ сп-в распределить унив-лов на позиции = 3
Итого: $3\cdot 5\cdot 6\cdot 3 = 270$

в) 3 универ-ла – нападающие:
Число сп-в выбрать:
вратаря = 3
2х защ-ков = $C_5^2 = 10$
Итого: $3\cdot 10 = 30$

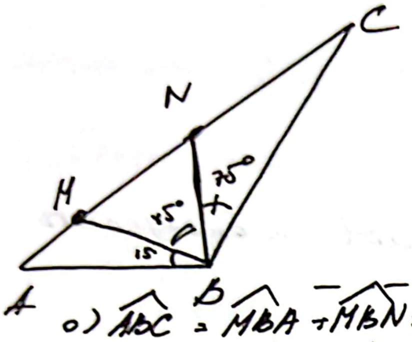
Сложим рез-ты и получим конечный ответ:

$600 + 900 + 1350 + 180 + 540 + 1350 + 135 + 270 + 30 =$

$= 1500 + 2700 + 300 + 720 + 135 = 4200 + 1020 + 135 = 5220 + 135 =$
$= 5355$ (сп-в)

Ответ: 5355 сп-бов.

Задача №4



Точка M лежит между точками A и N, ведь в противном случае точка N лежала бы между точками A и M, и тогда $\angle ABN < \angle ABM$, что противоречит условию.

o) $\widehat{ABC} = \widehat{MBA} + \widehat{MBN} + \widehat{NBC} = 135^\circ$

1) $S_{ABM} = \frac{1}{2}\sin\widehat{MBA}\cdot|MB|\cdot|AB| = \frac{1}{2}\sin 15^\circ\cdot|MB|\cdot|AB|$

2) $S_{NBC} = \frac{1}{2}\sin\widehat{NBC}\cdot|BC|\cdot|NB| = \frac{1}{2}\sin 75^\circ\,|BC|\cdot|NB| = \frac{1}{2}\cos 15^\circ\,|BC|\cdot|NB|$

3) $S_{ABC} = \frac{1}{2}\sin\widehat{ABC}\cdot|AB|\cdot|BC| = \frac{1}{2}\sin 135^\circ\,|AB|\cdot|BC| = \frac{1}{2\sqrt{2}}\cdot|AB|\cdot|BC|$

4) $S_{ABM}\cdot S_{NBC} = \frac{1}{4}\sin 15^\circ\cdot\cos 15^\circ\,|MB|\,|AB|\,|BC|\cdot|NB| = \frac{1}{8}\sin 30^\circ\cdot|MB|\cdot|AB|\cdot|BC|\cdot$
$\cdot|NB| = \frac{1}{16}\,|AB|\cdot|BC|\cdot|MB|\cdot|NB| = 3$

$$|AB|\cdot|BC| = \frac{48}{|MB|\cdot|NB|}$$ Пусть $|MB|\cdot|NB| = x,\ x>0$

5) $S_{ABC} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\cdot|AB|\cdot|BC| = \frac{48}{2\sqrt{2}\cdot x} = \frac{12\sqrt{2}}{x} = S_{AMB} + S_{NBC} + S_{MBN} =$

$= 5 + \frac{1}{2}\sin\widehat{MBN}\cdot|MB|\cdot|NB| = 5 + \frac{1}{2}\sin 45^\circ\cdot x = 5 + \frac{1}{2\sqrt{2}}x$

$$\begin{cases}\frac{12\sqrt{2}}{x} = 5 + \frac{1}{2\sqrt{2}}x\\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}12\sqrt{2} = 5x + \frac{1}{2\sqrt{2}}x^2\\ x>0\end{cases} \begin{cases}48 = 10\sqrt{2}x + x^2\\ x>0\end{cases} \begin{cases}x^2 + 10\sqrt{2}x - 48 = 0\\ x>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-2\sqrt{2})(x+12\sqrt{2}) = 0\\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{12\sqrt{2}}{x} = \frac{12\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 6$$

Отв: $S_{ABC} = 6$

Задача №6

1) AC – диаметр большей окр-ти. Найдем длину дуг AC.

Пусть радиус окр-ти с диаметром AB = r

длина $\smile AB = \frac{1}{2}\,l_{\text{окр-ти}} = \frac{2}{2}\pi r = 15$ (км)

$r = \frac{15}{\pi}$ (км)

Пусть радиус окр-ти с диаметром BC = R

длина $\smile BC = \frac{1}{2}\,l_{\text{окр-ти}} = \pi R = 25$

$R = \frac{25}{\pi}$

Длина $\smile AC = \pi(r+R) = \pi\cdot\frac{40}{\pi} = 40$ (км)

2) За 85 мин (1ч 25 мин) автомобиль проехал x раз по дугам AB, y раз по дугам BC и z раз по дугам AC. То есть:

Чистовик: стр 4

$85 = 7x + 11y + 17z$, где x, y и $z \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

Есть 3 решения ур-ия:

I) $x=1, y=4, z=2$. Этот вариант не подходит. Посмотрим, как автомобиль может из г. А вернуться в эту же точку.

1) $A \to B \to A$; 2) $A \to (B \to C) \to A$; 3) $A \to C \to A$; 4) $A \to (C \to B) \to A$;
5) $A \to (B \to C) \to B \to A$ (см. продолжение ниже)

II) $x=5, y=3, z=1$: Пример его маршрута: т.$A \to$ т.$C \to B \to C \to B \to A \to$ $\to B \to A \to B \to A$

~~Итого~~ Общий километраж $= 5 \cdot 15 + 3 \cdot 25 + 40 = 75 + 75 + 40 = 190$ (км)

III) $x=9, y=2, z=0$. Этот вариант не подходит, т.к. в данном случае автомобиль из г. А может поехать только в точку В. Оттуда – г. С, дальше т. В, и ~~у нас~~ ему осталось проехать только 8 дуг АВ. Значит, он вернется в г. В, что противоречит условию задачи.

(продолжение =))

• Почему $(B \to C)$ в скобках? Потому что автомобиль может проехать в этот момент, пока в г. С, несколько кругов с диаметром ВС, не возвращаясь в г. А, ~~то есть мог к маршруту~~

1) $A \to B \to A$: $2\cup BA$
2) $A \to (B \to C) \to A$: $\cup AB + \cup BC + 2n \cup BC + \cup AC = \cup AB + \cup AC + (2n+1)\cup BC$
3) $A \to C \to A$: $2\cup AC$
4) $A \to (C \to B) \to A$: $\cup AC + (2n+1)\cup BC + \cup AB$
5) $A \to (B \to C) \to B \to A$: $2\cup AB + 2n\cup BC$

Т.к. у нас нечетное число x, т.е. авт-ль проехал нечетное число раз по $\cup AB$. Значит, ~~авто~~ автомобиль проехал по маршруту, требующему $\cup AC + \cup AB + (2n+1)\cup BC$. Осталась $1 \cup AC$. Все маршруты, где $1\cup AC$, требуют $\cup AB$, коих не осталось. ~~Значит вар~~ данный вариант не подходит.

Отв-т: 190 км.

ЧИСТОВИК: СТР. 5

Задача №5

$$\frac{2bc-2a^2+2a}{2a}+\frac{2ca-2b^2+2b}{2b}+\frac{2ab-2c^2+2c}{2c}=$$

$$=3-(a+b+c)+\frac{bc}{a}+\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}\geqslant 3-(a+b+c)+3\sqrt[3]{\frac{ab}{c}\cdot\frac{bc}{a}\cdot\frac{ac}{b}}=$$

$$=3-(a+b+c)+3\sqrt[3]{abc}$$

Равенство и, следовательно, минимальное значение достигается, когда $\frac{ab}{c}=\frac{bc}{a}=\frac{ac}{b}$; $a,b,c>0$. То есть $a=b=c$

Тогда $3-(a+b+c)+3\sqrt[3]{abc}=3-3\sqrt[3]{abc}+3\sqrt[3]{abc}=3$

Значит, минимальное значение выражение из условие задачи $=3$. Например, при $a=b=c=1$

Задача №3

$$|x^3+y^3-19|+|x^2y+xy^2+6|+\frac{x|y|-y|x|+2xy}{xy}=0$$

$$|x^3+y^3-19|+|x^2y+xy^2+6|+\frac{|y|}{y}-\frac{|x|}{x}+2=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|y|}{y}-\frac{|x|}{x}\leqslant -2$$

$y>0, x>0$: $\frac{|y|}{y}-\frac{|x|}{x}=1-1=0$ Не подходит.

$y<0, x<0$: $\frac{|y|}{y}-\frac{|x|}{x}=-1-(-1)=0$ Не подходит

$y>0, x<0$: $\frac{|y|}{y}-\frac{|x|}{x}=1-(-1)=2$ Не подходит

$y<0, x>0$: $\frac{|y|}{y}-\frac{|x|}{x}=-1-1=-2$ Подходит

~~Т.к. тогда $x^3+y^3=19$~~

Значит, $\begin{cases}|x^3+y^3-19|+|x^2y+xy^2+6|=0\\ y<0\\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^3+y^3=19\\ x^2y+xy^2=-6\\ y<0\\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x^3+y^3=19\\ -\frac{19}{6}x^2y-\frac{19}{6}xy^2=19\\ y<0\\ x>0\end{cases} \quad \begin{cases}x^3+y^3=19\\ x^3+y^3+\frac{19}{6}x^2y+\frac{19}{6}xy^2=0\ (1)\\ y<0\\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^3+y^3=19\\ \left(\frac{x}{y}\right)^3+\frac{19}{6}\left(\frac{x}{y}\right)^2+\frac{19}{6}\left(\frac{x}{y}\right)+1=0\ (1)\\ y<0\\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow$$

чистовик: стр. 6

(1): $\cancel{x^3+y^3+\frac{19}{6}x^2y+\frac{19}{6}xy^2=0}$ $\Big|:$

(1): $\left(\frac{x}{y}\right)^3+1+\frac{19}{6}\left(\frac{x}{y}\right)^2+\frac{19}{6}\left(\frac{x}{y}\right)=0$ Замена: $\left(\frac{x}{y}\right)=t$

$$t^3+\frac{19}{6}t^2+\frac{19}{6}t+1=0$$

$$(t+1)(t^2-t+1)+\frac{19}{6}t(t+1)=0$$

$$(t+1)\left(t^2+\frac{13}{6}t+1\right)=0$$

$$(t+1)\left(\left(t+\frac{13}{12}\right)^2-\frac{25}{144}\right)=0$$

$$(t+1)\left(t+\frac{2}{3}\right)\left(t+\frac{3}{2}\right)=0.$$

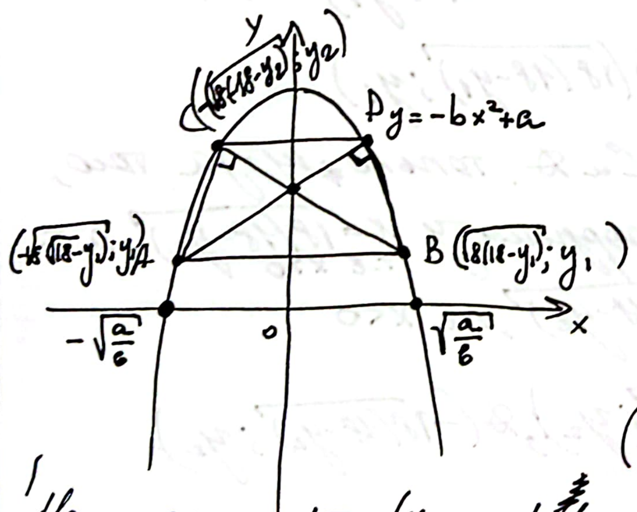
$$\Updownarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=-\frac{2}{3} \\ t=-\frac{3}{2} \end{array}\right. \overset{\text{об.} y}{\Rightarrow} \left[\begin{array}{l} x=-y \\ x=-\frac{2}{3}y \\ x=-\frac{3}{2}y \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x^3+y^3=19 \\ \left[\begin{array}{l} x=-y \\ x=-\frac{2}{3}y \\ x=-\frac{3}{2}y \end{array}\right. \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-y \\ 0=19 \end{cases} \varnothing \\ \begin{cases} x=-\frac{2}{3}y \\ \frac{19}{27}y^3=19 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\frac{3}{2}y \\ -\frac{19}{8}y^3=19 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$$

Отв-т: $(3;-2)$

Задача №7



Известно, что:

$$\begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{b}}=24 \\ a=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{1}{8} \\ a=18 \end{cases}$$

(по усл-ию)

$\triangle ACB$ - прям-ый $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB^2=AC^2+BC^2$

$$\left(2\sqrt{8(18-y_1)}\right)^2=(|y_2-y_1|)^2+\left(\sqrt{8(18-y_2)}-\sqrt{8(18-y_1)}\right)^2+$$
$$+(|y_2-y_1|)^2+\left(\sqrt{8(18-y_1)}+\sqrt{8(18-y_2)}\right)^2$$

Нам надо найти $|y_2-y_1| \neq 0$

$$32(18-y_1)=2(|y_2-y_1|)^2+2\cdot8(18-y_2)+2\cdot8(18-y_1)$$

$$2(|y_2-y_1|)^2+2\cdot8(18-y_2)-2\cdot8(18-y_1)=0.$$

$$(|y_2-y_1|)^2+8\cdot18-8y_2-8\cdot18+8\cdot y_1=0$$

листовик: стр. 7

$(y_2-y_1)^2-8(y_2-y_1)=0$. Если $y_2-y_1<0$, то реш-ние ур-ние не сущ-ет. Значит, $y_2>y_1$

$\Updownarrow$

$\begin{cases} (y_2-y_1)(y_2-y_1-8)=0 \\ |y_2-y_1|\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow |y_2-y_1|=8$

От-т: 8

Необходимые расчеты для задачи № 7:

1) Точки пересечения графика ф-ции $y=-bx^2+a$ с осью Ox: $0=-bx^2+a$

$x^2=\frac{a}{b}$

$x=\pm\sqrt{\frac{a}{b}}$, $\frac{a}{b}>0$.

2) Координаты точек A, B, C и D:

$AB \parallel Ox \Rightarrow yA=yB=y_1$. Т.к $A\neq B$, то они лежат по разные стороны от Oy.

коор-ты т. A и B: $y_1=-\frac{1}{8}x^2+18 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{8(18-y_1)} \Rightarrow$

$\Rightarrow A(-\sqrt{8(18-y_1)}; y_1), B(\sqrt{8(18-y_1)}; y_1)$

Аналогично с точками C и D, только из-за того, что $AD \perp BC$, т. C имеет координату $x=\sqrt{8(18-y_2)}$, т.е $x>0$, а т. D имеет координату $x=-\sqrt{8(18-y_2)}$, т.е. $x<0$

Получим $C(\sqrt{8(18-y_2)}; y_2)$, $D(-\sqrt{8(18-y_2)}; y_2)$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях ...