62-95-96-42
(43.6)

1 Доп. бланк

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7

Место проведения Санкт-Петербург
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Шидрянова Дениса Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«25» 02 2024 года

Подпись участника

62-95-96-42

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Подпись	Расшифровка подписи
12	0	12	12	12	12	12	0	72	[signature]	Коспелова В.Ц
									[signature]	Мареев Т.О

1. Ответ верный, решение верное

(+)

2. Задача не решена, неверный рисунок

(−)

3. Один корень найден верно, в другом верная координата y. При подсчёте x допущена ар. ошибка

(+)

4. Ответ верный решение верное

(+)

5. Ответ верный. решение верное

(+)

6. Ответ неверный, допущена ар. ошибка в предпосл. строке должно быть $8'\sqrt{81} = \frac{8'}{9}\sqrt{\ldots}$

(+)

7. Ответ верный, решение верное

(+)

8. Задача не решена (−)

72 (семьдесят два)

62-95-96-42 (43.6)

Чистовик.

№3. 1-е ур-е эквивалентно совокупности:

$$\left[\begin{array}{l} xy-3+3x-y=0. \ (1) \\ \left[\begin{array}{l} |y-x-9|=x-4 \ (2) \\ |y-x-9|=4-x. \ (3) \end{array}\right. \end{array}\right.$$

ОДЗ 2 ур-ия: $y\geq 4$, $y-x+9\geq 0$.

(1) $\Leftrightarrow (x-1)(y+3)=0$, откуда

$$\left[\begin{array}{l} x=1 \\ y=-3, \end{array}\right.$$ – не удовл. ОДЗ 2-го ур-я.

$x=1$: тогда:

$\sqrt{y+8}=y-4.$

$y+8=y^2-8y+16.$

$y^2-9y+8=0.$

$(y-1)(y-8)=0.$

$$\left[\begin{array}{l} y=1 \text{ – не удовл. ОДЗ} \\ y=8 \end{array}\right.$$

т.е. пара $(1;8)$ – является решением.

(2). ~~во д~~ условие этого рав-ва определяется $(y+3)(x-1)\geq 0$, т.е.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq 1 \\ y\geq -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x<1 \\ y<-3. \end{cases} \end{array}\right.$$

Чистовик

№3. Продолжение.

Т.к. по ОДЗ 2 ур-я следует, что

$y-x+9 \ge 0$, то $|y-x-9| = y-x-9$,

$\Rightarrow$ $y-x-9 = x-4$, при этом $x \ge 4$.

$y = 2x+5$. Подставим во 2 ур-е

системы:

$\sqrt{x-4} = y-4$, откуда:

$x-4 = (2x+1)^2$.

$x-4 = 4x^2+4x+1$.

$4x^2+3x+5=0$.

$D = 3^2-20\cdot 4<0 \Rightarrow \varnothing$.

Для (3): условие является $(y+3)(x-1)<0$,

т.е. $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>1 \\ y<-3 \end{cases} (*1) \\ \begin{cases} x<1 \\ y>-3 \end{cases} (*2) \end{array}\right.$

Тогда: $y-x-9 = 4-x$, откуда:

$y=13$ - удовл. (*2). Подставляя значение во 2 ур-е находим:

$\sqrt{4-x} = 9$, откуда $x=-77$ - удовл.

(*2). $\Rightarrow$ $(-77, 13)$ - вот одно

решение системы, удовлетворяющее

62-95-96-42
(43.6)

Чистовик

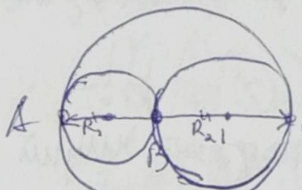
№3. Продолжение

ОДЗ 2-го уравнения.

Ответ: $(-77;13)$, $(1;8)$.

№4. Обозначим за a - кол-во проездов автомобиля по дуге AB, b - по дуге BC и c - по дуге AC соответственно, тогда:

$5a+13b+19c=95$. Найдем длину дуги AC:



$\smile AB = \pi R_1$

$\smile BC = \pi R_2$

$R_3 = R_1+R_2 = \frac{\smile AB}{\pi} + \frac{\smile BC}{\pi}$

$\Rightarrow \smile AC = \pi R_3 = \smile AB + \smile BC = 40$ км.

Заметим, что в т. A он может попасть в 2 вариантах: либо a, b, и c - четные, либо a, b, и c - нечет. (без огр. общности). В ином случае, если например $a_{\ge 2}$ и $b_{\ge 2}$ - четн, а c - нечет, то (т.е. есть "разночетность" у чисел a,b,c) автомобиль не попадет в т. A, ибо если число c нечет, то автомобиль сменил трассу AC на другую (или же пришел в т. C), значит он приехал или на AB, или на AC, в таком случае, чтобы попасть обратно в A придется сменить трассу снова: с BC на AB, в таком случае BC - нечет (?!) Противоречие $\Rightarrow$ числа a, b и c - одной четности. Т.к. 95 - нечет. число, 5, 13, 19 тоже

Чистовик

№4 Продолжение.

То a, b и c — нечётные.

$5a + 13b + 19c = 95$. ~~Т.к.~~ При этом:

$b < 8$

$c < 5$ (случай $c = 5$ — невозможен, ~~автомобиль проедет в~~ ~~н. С~~) т.к. в н. случае $a = b = 0$ — чётные)

$a < 15$ ($a = 15$ — тоже невозможный случай)

$13b + 19c = 95 - 5a \Rightarrow$

$13b + 19c \underset{5}{\equiv} 0$

$3b - c \underset{5}{\equiv} 0$;

Откуда т.к. $c < 5$, то

либо $c = 1$, либо $c = 3$.

1) Если $c = 3$, то $b = 1$, $a = 5$. — подходящий случай. $b = 6$ — не подходит, т.к. b — нечётн.

~~Же...~~

2) Если $c = 1$, то $3b \underset{5}{\equiv} 1$, т.е. $3b = 5k + 1$, $3b < 24 \Rightarrow$

$k = 1$, $k = 4$ (ост. случаи не подходят)

$3b = 6$, $b = 2$ — чет $\Rightarrow$ не подходит.

$3b = 21$, $b = 7$, но в таком случае

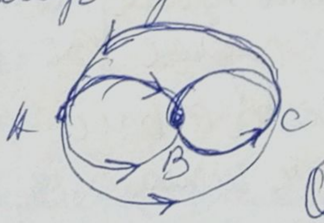
$13b + 19c \geq 95 \Rightarrow$ противоречие

$\Rightarrow$ ед. возможен $a = 5$, $b = 1$, $c = 3$,

Тогда автомобиль проехал:

$5 \cdot 15 + 25 + 3 \cdot 40 = 100 + 120 = 220$ км.

Пример проезда:



$AB \to BC \to CA \to AC \to CA \to$

$AB \to BA \to AB \to BA$.

Ответ: 220 км.

62-95-96-42
(43.6)

Чистовик.

№5.

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$. ~~4~~ $x = \frac{a+1}{a-1}$.

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{-1}{\frac{a+1}{a-1} + 1} = \frac{1-a}{2a}$.

Тогда $f(x) = \frac{1 - \frac{1}{x}}{\frac{2}{x}} = \frac{x-1}{2}$.

$f(f(x)) = \frac{\left(\frac{x-1}{2}\right) - 1}{2} = \frac{x-3}{4}$.

$f(f(f(x))) = \frac{\frac{x-3}{4} - 1}{2} = \frac{x-7}{8}$.

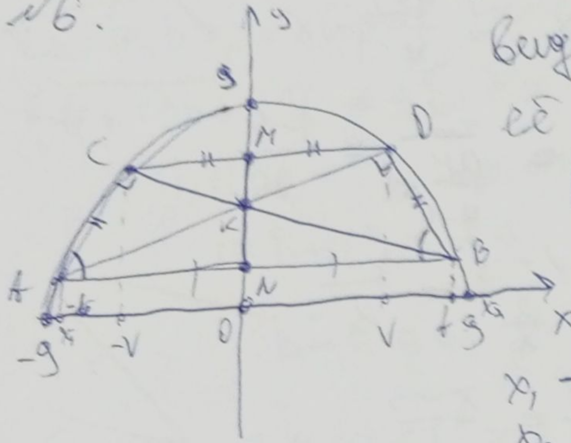
$f(f(f(f(x)))) = \frac{\frac{x-7}{8} - 1}{2} = \frac{x-15}{16}$.

$\rightarrow \underbrace{fff(\ldots f(x))\ldots)}_{9} = \frac{x - 2^9 + 1}{2^9}$ — линейная функция, в таком случае тангенс угла наклона касательной равен $g'(x_0) = \frac{1}{2^9}$, $\forall x_0 \in \mathbb{R}$, в т.ч. число $x_0 = 0$.

Ответ: $\frac{1}{2^9}$.

Чистовик

№6.



Т.к. парабола имеет вид $y = a - bx^2$, то её ось: $x=0$, по условию: $h=9$, $\Rightarrow a=9$.

$x_2 - x_1 = 18$, где x_1 и x_2 — корни, $\Rightarrow$

$x_1 = -\sqrt{\frac{a}{b}}$, $x_2 = \sqrt{\frac{a}{b}}$ $\Rightarrow 2\sqrt{\frac{a}{b}} = 18$, откуда $b = \frac{1}{9}$, т.е. $y = 9 - \frac{x^2}{9}$ ($x_1=-9$, $x_2=9$)

Т.к. $CD \parallel AB$ и $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$, то $ABCD$ — р/б трапеция, причём симметричная относительно Oy. Пусть M и N — т. пересеч. Oy с CD и AB соотв, и $b>v$.

Пусть $AN = b$, ~~AB = ...~~ $CM = v$, тогда:

т. $A\left(-b; 9-\frac{b^2}{9}\right)$, $B\left(b; 9-\frac{b^2}{9}\right)$.

$C\left(-v; 9-\frac{v^2}{9}\right)$, $D\left(v; 9-\frac{v^2}{9}\right)$. $AB = 2b$, $CD = 2v$.

$$AC = \sqrt{(v-b)^2 + \left(\frac{1}{9}(b^2-v^2)\right)^2} = \sqrt{(v-b)^2\left(1+\frac{(v+b)^2}{81}\right)} = (b-v)\sqrt{1+\frac{(v+b)^2}{81}}$$

$$CB = \sqrt{(b+v)^2 + \left(\frac{b^2-v^2}{9}\right)^2} = (b+v)\sqrt{1+\frac{(b-v)^2}{81}}$$

Тогда: $AC^2 + CB^2 = AB^2$, т.е.

$$(b-v)^2\left(1+\frac{(v+b)^2}{81}\right) + (b+v)^2\left(1+\frac{(b-v)^2}{81}\right) = 4b^2.$$

$$2b^2 + 2v^2 + \frac{2(b^2-v^2)^2}{81} = 4b^2,$$ откуда:

62-95-96-42 (43.6)

Черновик.

№7. 2-значное:

$S(mn) = S(n)$.

$560 \cdot 3 = 1680$.

~~$S(n)$~~ $n - S(n) \vdots 9$.

т.е. $S(mn)$ — имеют один. ост по mod 9.

$n + S(n) \equiv_9 0$

$n - S(2n) \equiv_9 0$

$n - S(3n) \equiv_9 0$

$\vdots$

$n - S(n \cdot m) \equiv_9 0$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

$mn - S(mn) \equiv_9 0$, $S(mn) = S(n)$.

n, $9m$, d — $2n$, $9m$, $2d$

$2n - S(2n) \equiv_9 0$

$n - S(2n) \equiv_9 n$

$mn - S(n) \equiv_9 0$.

$m=1$ ✓

$m=2$: $2n - S(n) \equiv_9 0$.

$n \vdots 9$

Числа вида mn — имеются ост. mod 9. Тогда $n \equiv_9 0$.

$n \equiv_9 1$, $2n \equiv_9 2$

1 → 2
2 → 4
3 → 6
4 → 8
5 → 10 ~ 1
6 → 12 ~ 3 → 6 → 12 → 3
7 → 14 ~ 5 → 10 → 1
8 → 16 ~ 7 → 14 → 5

$\boxed{n \vdots 9}$

Чистовик.

№1. У нас 2 вр., 5 защ., 6 нап. и 3 универсала

Х выборку защитника:

1) Если в выборке 0 универсалов, тогда способов $\frac{5\cdot4}{2}=10$. Тогда нападающих можно выбрать $C_9^3 = \frac{9\cdot8\cdot7}{3!} = 3\cdot4\cdot7 = 84$ способа

$\Rightarrow$ Всего в таком случае способов: $2\cdot10\cdot84 = 1680$

выберем вратаря.

2) Если в выборке 1 универсал, тогда способов: $5\cdot3=15$, а для нападающих $C_8^3 = \frac{8\cdot7\cdot6}{3!} = 56$ способов

Итого: $2\cdot15\cdot56 = 30\cdot56 = 1680$ способов

3) Если в выборке 2 универсала, то способов: $\frac{3\cdot2}{2}=3$, а для напад. $C_7^3 = \frac{7\cdot6\cdot5}{3!} = 35$.

Итого: $2\cdot3\cdot35 = 210$ способов.

Складывая получаем:

$3360+210 = 3570$ способов.

Чистовик

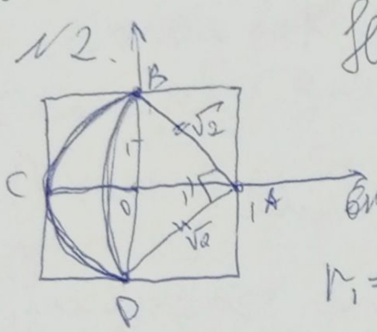
№7. Известно, что $\forall n: n-S(n) \equiv_9 0$, т.е. $mn - S(mn) \equiv_9 0$, т.е. $mn - S(n) \equiv_9 0$, тогда числа вида mn, $1\le m\le n$ дают одинаковый остаток по mod 9, это возможно лишь в случае $n \equiv_9 0$, т.е. и $S(mn) \equiv_9 0$, для $1\le m\le n$, т.е. $S(2n) \equiv_9 S(n) \equiv_9 0$. и т.д.

т.е. $n = \underbrace{(999\ldots99)}_{100\text{ раз}}$

Ответ: $\underbrace{999\ldots999}_{100\text{ раз}}$

Чистовик.

№2.



Найдём $S_{\text{полумесяца}}$ изначальной,

S будет разностью секторов второго окружностей и фигуры $ABCD$.

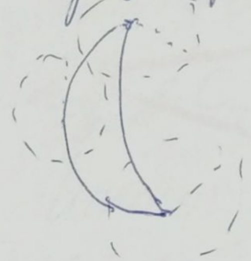
$r_1 = 1$; $r_2 = AB$ – следует из условия $\Rightarrow$ $AB = \sqrt{2}$, $\angle BAD = 90°$, $\Rightarrow$ сектор ABD – четверть от окружности, т.е. $S_{ABD} = \frac{\pi r_2^2}{4} = \frac{\pi}{2}$.

$S_{ABCD} = S_{BCD} + S_{BAD} = \frac{\pi r_1^2}{2} + \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2} + 2$,

половинка 1 окр

$\Rightarrow S_{\smile BCD} = S_{\text{полумесяца}} = \frac{\pi}{2} + 2 - \frac{\pi}{2} = 2.$

Т.к. каждая точка превратилась в круг радиуса $\frac{\sqrt{2}}{2}$, то мы можем уменьшить масштаб картинки, представляя что каждая окр-сть – это новая точка,



Чистовик

№6 Продолжение

$2(v^2 - b^2) + \frac{2}{81}(b^2 - v^2)^2 = 0.$

Пусть $v^2 - b^2 = m$, тогда:

$\frac{2m^2}{81} + 2m = 0.$

$m\left(\frac{2m}{81} + 2\right) = 0.$

$\left[\begin{array}{l} m = 0. \\ m = -81 \end{array}\right.$ – невозможный случай, т.к. тогда $|v| = |b|$, т.е. $ABCD$ – прямоугольник, а мы сказали, что $b > v$.

$\Rightarrow v^2 - b^2 = -81$, т.е. $b^2 - v^2 = 81$, ~~$b^2 = 81 + v^2$~~. $v^2 = b^2 - 81$.

$S_{ABC} = \frac{AC \cdot CB}{2} = \frac{AB \cdot h}{2}$, т.е.

$h = \frac{AC \cdot CB}{AB} =$

$= \frac{(b^2 - v^2)\left(\sqrt{1 + \frac{(v+b)^2}{81}}\right)\left(\sqrt{1 + \frac{(b-v)^2}{81}}\right)}{2b} = \frac{81\sqrt{1 + \frac{(b-v)^2}{81} + \frac{(v+b)^2}{81} + \left(\frac{b^2 - v^2}{81}\right)^2}}{2b} =$

$= \frac{81\sqrt{2 + \frac{2b^2 + 2v^2}{81}}}{2b} = \frac{81\sqrt{2 + \frac{2b^2 + 2b^2 - 162}{81}}}{2b} =$

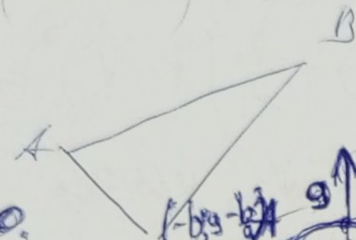
$= \frac{81\sqrt{4b^2}}{2b} = 81 \Rightarrow$ Ответ: 81

Черновик

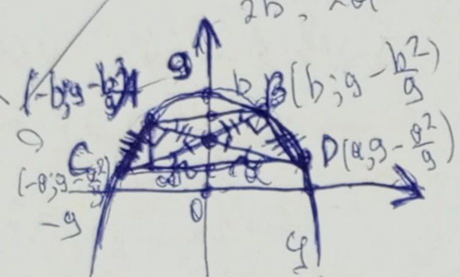
$AB = \sqrt{101}$ $\gamma(ABC.)$

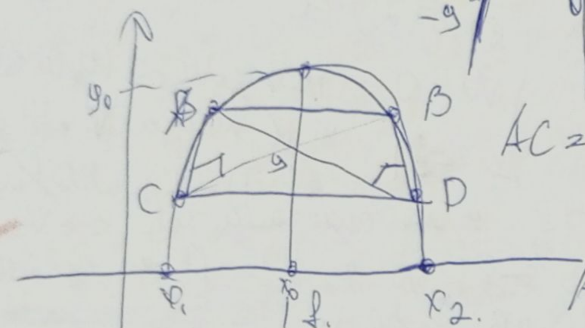
$BC = 7.$

$AC = 2\sqrt{10}.$



$Ax+By+Cz+D=0.$

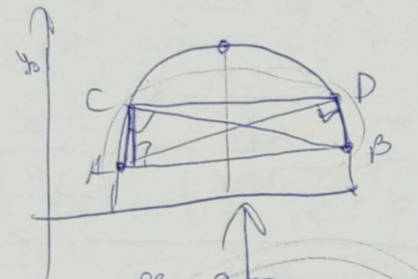


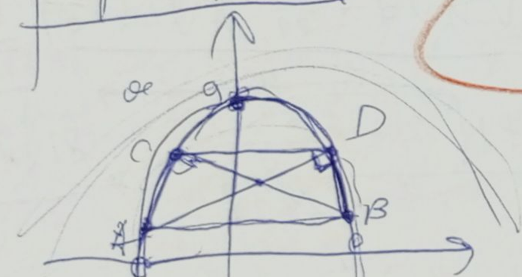


$AC = \sqrt{(a-b)^2 + \left(\frac{(a-b)}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}(a-b).$

$AD =$

$y = a - bx^2.$





$a - bx^2 = 0.$

$x = \pm\sqrt{\frac{a}{b}}$

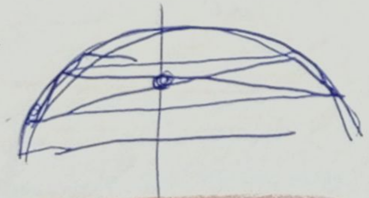
$2\sqrt{\frac{a}{b}} = 18.$

$\frac{a}{b} = 81$

$a = 81b.$

$b = \frac{1}{9}.$

$y = 9 - \frac{x^2}{9}.$



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

3. $\begin{cases} (xy-3+3x-y)|y-x-9| = (x-4)|xy-3+3x-y|. \\ \sqrt{y-x+9} = y-4 \end{cases}$

1) $\left[\begin{array}{l} xy-3+3x-y=0. \Leftrightarrow (x-1)(y+3)=0. \\ |y-x-9| = x-4 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ y=-3 \end{array}\right.$

$\sqrt{-3-1+y} = -7.$

$\varnothing.$

$\to |y-x-9| = x-4$, тогда:

$y-x-9 = x-4.$

$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x-4} = y-4 \\ \sqrt{4-x} = y-4 \end{array}\right.$

2) $\cancel{9}\cancel{x}+9-y = \cancel{x}-4$

$y = 13.$

$\left[\begin{array}{l} x-4 = y^2-8y+16. \\ 4-x = y^2-8y+16. \end{array}\right.$

№1. 1 вр. 2 зам, 3 нап

2 вр

5 зам.

6 нап.

3 учит. (зам. или нап.)

1) ~~C_8^3~~.

вр: 2 способа

2 зам: 1) в зам. нет учителей

2) как: C_8^2

$\frac{5\cdot4}{2}$ $3\cdot5$ $\frac{3\cdot2}{2}$ $\frac{8\cdot7}{2}$

$\left[\begin{array}{l} 0 \text{ учит: нап: } C_9^3 \\ 1 \text{ учит: } C_8^3 \\ 2 \text{ учит: } C_7^3. \end{array}\right.$

$2\left(\frac{5\cdot4}{2}\cdot C_9^3 + 3\cdot5\cdot C_8^3 + 3\cdot C_7^3\right)$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик

№5. $x_0 \neq 0$.

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$ $\qquad 13\cdot 7 = 91$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{1-y}{2y}$ $\qquad y = \frac{x-1}{x+1}$

$$\boxed{\frac{\frac{x-1}{x+1}-1}{\frac{x-1}{x+1}+1} = \frac{\frac{-2}{x+1}}{\frac{2x}{x+1}} = -\frac{1}{x}}$$

$x = \frac{y+1}{y-1}$

$$\frac{\frac{y+1}{y-1}-1}{\frac{y+1}{y-1}+1} = \frac{\frac{2}{y-1}}{\frac{2y}{y-1}} = \frac{1}{y}$$

$y = \frac{x+1}{x-1}$

$$\frac{\frac{x+1}{x-1}-1}{\frac{x+1}{x-1}+1} = \frac{\frac{2}{x-1}}{\frac{2x}{x-1}} = \frac{1}{x}$$

$$-\frac{1}{\frac{y+1}{y-1}+1} = -\frac{1}{\frac{2y}{y-1}} = \frac{1-y}{2y}$$

$y = \frac{1}{x}$ $\qquad f(x) = \frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{2}{x}} = \frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{2}{x}} = \frac{x-1}{2}$.

$f(x) = \frac{x-1}{2}$

$f(f(x)) = \frac{\frac{x-1}{2}-1}{2} = \frac{x-3}{4}$

$f(f(f(x))) = \frac{\frac{x-3}{4}-1}{2} = \frac{x-7}{8}$.

$x = \frac{a-1}{a+1}$

$$f\left(\frac{\frac{a-1}{a+1}-1}{\frac{a-1}{a+1}+1}\right) = f\left(\frac{-2}{2a}\right) = f\left(-\frac{1}{a}\right)$$

$$-\frac{1}{\frac{a-1}{a+1}+1} = -\frac{1}{\frac{2a}{a+1}} =$$

$a = -\frac{1}{x}$

$f\left(-\frac{1}{a}\right) = \frac{-a+1}{2a} = \frac{-a+1}{2a}$

$a = -\frac{1}{x}$ $\qquad f(x) = \frac{\frac{1}{x}+1}{-\frac{2}{x}} = \frac{1+x}{-2}$.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$, $\qquad x \neq -1$

$$f\left(\frac{\frac{x+1}{x-1}-1}{\frac{x+1}{x-1}+1}\right) = -\frac{1}{\frac{x+1}{x-1}+1} = \frac{-1}{\frac{2x}{x-1}} = \frac{1-x}{2x}$$

$x \neq 1$.

$$\frac{\frac{2}{x-1}}{\frac{2x}{x-1}} = \frac{1}{x}$$

$2\cdot 13+5\cdot 7+13 =$ 95

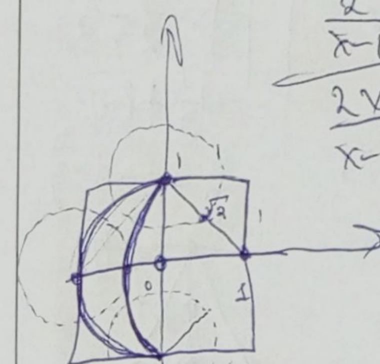
$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1-x}{2x}$ $\qquad f\left(\frac{\frac{1}{x}-1}{\frac{1}{x}+1}\right) = -\frac{1}{\frac{1}{x}+1} = f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{-x}{x+1}$

$f\left(\frac{1}{\frac{1}{x}}\right) = \frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{2}{x}} = \frac{\frac{x-1}{x}}{2}$

$f(-x)+f(x) = -1$

$f(3) = 1$, $f(-3) = -2$

$f(x) =$



$S_1 = AB = 15$, $\quad t_1 = 5$ мин

$S_2 = BC = 25$, $\quad t_2 = 13$ мин

$S_3 = AC =$, $\quad t_3 = 19$ мин.

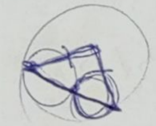
$S_1 = \pi R = 15$ км, $R_1 = \frac{15}{\pi}$

По дуге AB: a раз $\qquad$ 95 минут.

По дуге BC: b раз $\qquad R_2 = \frac{25}{\pi}$

По дуге AC: c раз $\qquad R_3 = \frac{2R_1+2R_2}{2} =$

$7\cdot 13+25+120 =$ $\qquad R_1+R_2 = \frac{25}{\pi}+\frac{15}{\pi} = \frac{40}{\pi}$



$S_3 = 40$ км.

65

$95 = 5a+13b+19c$ Либо все чет, либо все нечет.

Если $a \geq 1$, то $b \geq 1$, но $a \vee b$

$b \cdot 13 \cdot c \geq 1$.

$5a+19c = 82$. $\qquad \frac{82-19c}{5}$

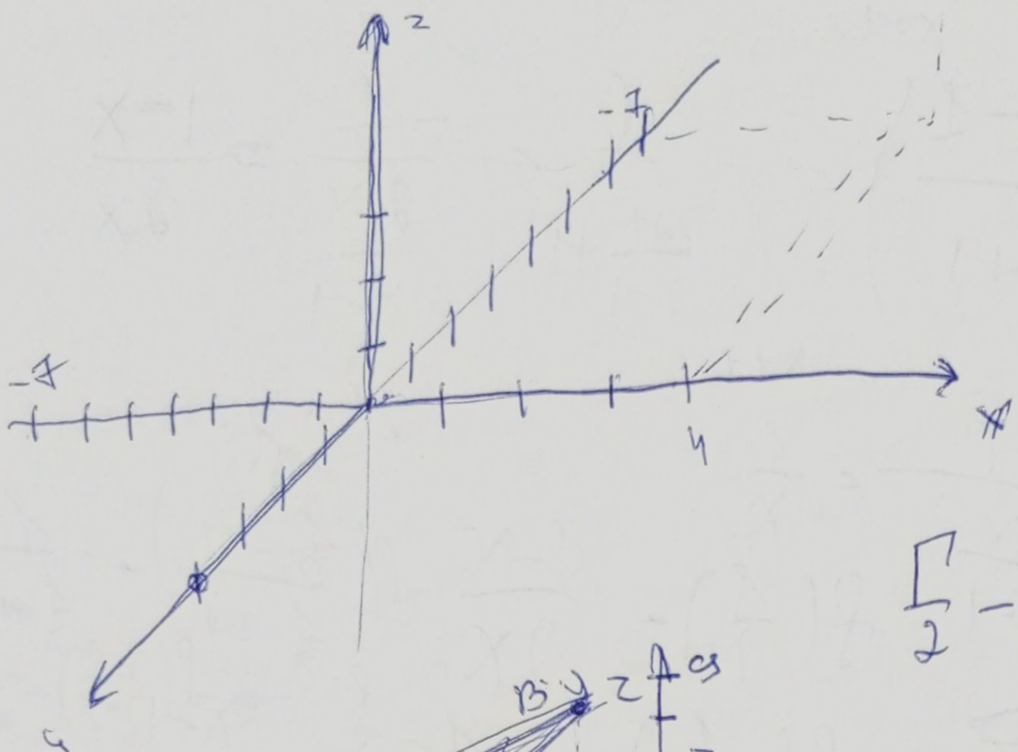
$15\cdot a+25\cdot b+40\cdot c$ $\qquad a \geq b$, $a < b$

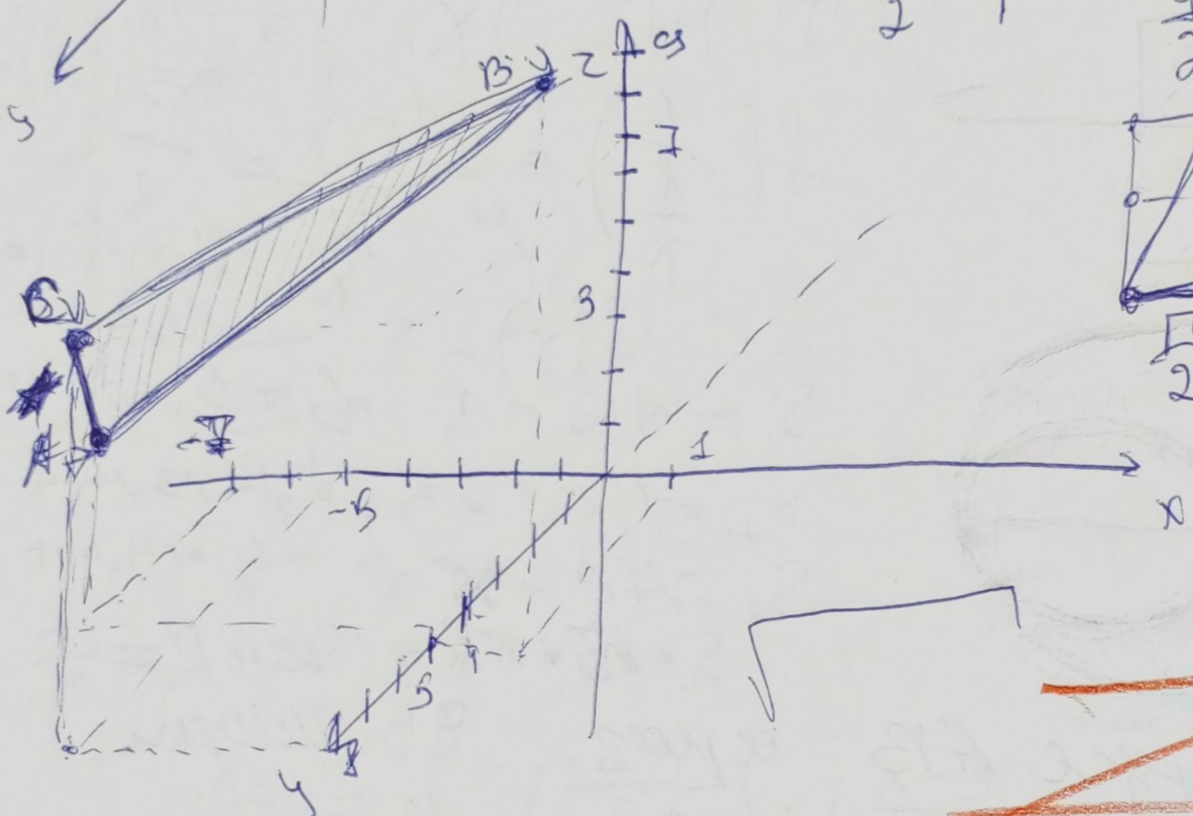
$a = 5$, $b = 7$, $c = 3$ $\qquad 82-57 = 25$ $\qquad c = 3$ $\qquad c = \frac{3}{5}$

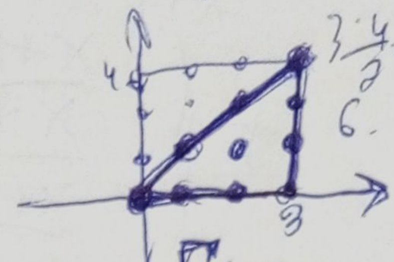
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик.

$\frac{Г}{2} + В - 1$







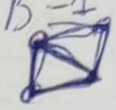
$\frac{Г}{2} + В - 1$

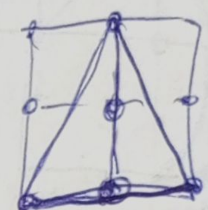
$S = \frac{9}{2}$

$\frac{Г}{2} + В - 1 =$

$\frac{Г}{2} - 1$

$\frac{9}{2} + 1 - 1 = \frac{9}{2}.$





$\frac{Г}{2} - В + 1 =$

2.

S(n) – сумма цифр. n.

$n = \overline{ab \ldots x}$ – 100-знач.

S(mn) = S(n).

S(2n) = S(n).

A(–7; 4; 3)   C(–5, 8, 7)

B(1, 5, 9).

$AB = \sqrt{8^2 + 1^2 + 6^2} = \sqrt{101}.$

64 + 36 + 1   36 + 4 + 9 = 49

$BC = \sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2} = 7.$

$AC = \sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{32 + 4} = \sqrt{40} = \underline{2\sqrt{10}}.$