



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 242

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов 2024
наименование олимпиады

по механике и математическому моделированию
профиль олимпиады

Анна Владимировна Сомкина
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

« 18 » февраля 2024 года

Подпись участника

[Подпись]

① ~~История~~ чистовик

~~v км/ч - скорость Гларры
 $3v$ км/ч - скорость Габриэлы
 v_3 км/ч - скорость эскалатора
 x - общее кол-во ступенек в эскалаторе
 в данный момент
 тогда~~

~~$$v \cdot \frac{x}{v-v_3} + v_3 \cdot \frac{x}{v-v_3} = 50 \text{ ступ}$$

$$3v \cdot \frac{x}{3v+v_3} + v_3 \cdot \frac{x}{3v+v_3} = 25 \text{ ступ}$$~~

① x - кол-во ступенек в данный момент
 v - скорость Гларры
 $3v$ - скорость Габриэлы

когда спускался Габриэла; эскалатор своим движением подвиг колесную кол-ву ступенек $50-x$ ступенек ~~на 50~~

когда спускался Гларра, эскалатор вывел ее общее кол-во ступенек $25-x$ ступенек.

время за которое Габриэла прошла 50 ступенек: $\frac{50}{3v}$

время за которое Гларра прошла 25 ступенек: $\frac{25}{v}$

так как эскалатор движется со своей скоростью:

~~$$x + \frac{50-x}{3} = \frac{25}{1} + \frac{x-25}{3}$$~~

$$\frac{50-x}{x-25} = \frac{50}{25} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{50-x}{x-25} = \frac{2}{3}$$

$$150 - 3x = 2x - 50$$

$$200 = 4x$$

$$x = 40 \text{ ступенек}$$

Ответ: 40 ступенек

Черновик

N1

x - всего ступ

50 ступ - завалила

x - 25 - ступ. эскиматор +

x - 25 - ступ. эскиматор -

$$\frac{50-x}{25-25} = \frac{50-x}{x-25}$$

35

15

25

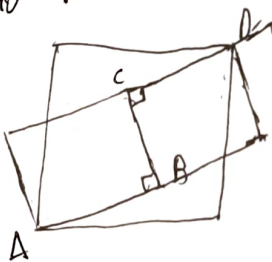
N2

$$160:20 = 8$$

$$5 \cdot 8 = 402$$

N3

Земля 2000 м²
 1000 м² 16 10⁶ 10¹⁰



$$AB - \frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ км} = 800 \text{ м}$$

$$BC - \frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ км} = 2400 \text{ м}$$

$$CD = \frac{6}{10} \cdot 4 = \frac{24}{10} = 2,4 \text{ км} = 2400 \text{ м}$$

$$AB + CD = 1200 \text{ м}$$

$$B (= 600 \text{ м})^2$$

$$600 \cdot (AB + CD) = 1200^2 = 1440000$$

$$BC^2 = 360000$$

$$AB + C \Delta D = \sqrt{1800000} =$$

$$= 300 \sqrt{20}$$

$$300 \sqrt{20} = 2x^2$$

$$1800000 = 2x^2$$

$$900000 = x^2$$

$$300 \sqrt{20} = x$$

$$300 \sqrt{20} \cdot \text{км}^2$$

$$90 \text{ га}$$

$$5 \cdot 300$$

$$(1500000 \cdot 90)$$

N1

$$\frac{50-x}{x-25} = \frac{50}{25} = \frac{2}{1}$$

$$150-3x = 2x-50$$

$$200 = 5x$$

$$x = 40$$

90-41-68-55
(25.1)

числові



$M = 0,8 \quad r = 0,45$
 $m = 0,2$

$mg \cdot h = \frac{1}{2} m v^2$

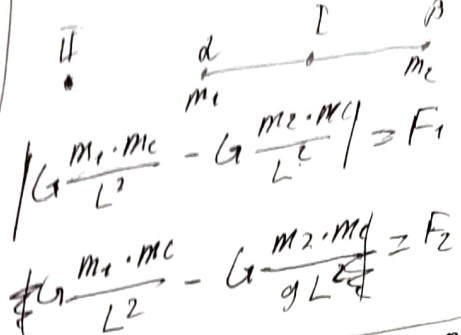
$4,5 = \frac{v^2}{2} \quad P_m = 3 \cdot 0,2 = 0,6$

$g = v^2$

$v = 3$

$$\begin{cases} m v = M v_1 + M v_2 \\ m v^2 = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} \end{cases}$$

U6



$$\left| G \frac{m_1 \cdot m_c}{L^2} - G \frac{m_2 \cdot m_c}{L^2} \right| = F_1$$

$$\left| G \frac{m_1 \cdot m_c}{L^2} - G \frac{m_2 \cdot m_d}{g L^2} \right| = F_2$$

$0,6 = 0,2 \cdot v_1 + 0,8 \cdot v_2$

$1,8 = 0,2 \cdot v_1^2 + 0,8 v_2^2$

$0,6 - 0,8 \cdot v_2 = 0,2 v_1$

$v_1 = 3 - 4 v_2$

$1,8 = 0,2 (3 - 4 v_2)^2 + 0,8 v_2^2$

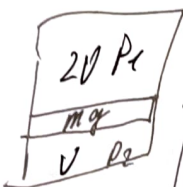
$1,8 = 0,2 (9 - 24 v_2 + 16 v_2^2) + 0,8 v_2^2$

$1,8 = 1,8 - 4,8 v_2 + 3,2 v_2^2 + 0,8 v_2^2$

$0 = 4 v_2^2 - 4,8 v_2$

$v_2 = 0 \quad \text{м/с}$

$v_2 = \frac{4,8}{4} = 1,2 \text{ м/с}$



$\frac{m_2 < m_1}{5}$
 $m_1 > m_2$
 $m_2 > m_1$

$P_1 + mg = P_2$

$P V = \nu R T$

$P = \frac{\nu R T}{V}$

$$\begin{cases} \frac{\nu R T_1}{10V} + mg = \frac{\nu R T_1}{5V} \\ \frac{\nu R T_2}{9V} + mg = \frac{\nu R T_2}{6V} \end{cases}$$

$\frac{m_1 - m_2}{m_1 - m_2} = \frac{F_1}{F_2} \quad \frac{m_2 - m_1}{m_1 - m_2} = \frac{2 m_2 - 2 m_1}{m_1 - m_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 - m_2}$

$m_1 = \frac{19}{9} m_2 \quad \frac{14}{18} = \frac{34}{18} \quad \frac{14}{18} = \frac{34}{18}$

2784
 273

$\nu R T_1 \left(\frac{1}{10V} - \frac{1}{5V} \right) = \nu R T_2 \left(\frac{1}{9V} - \frac{1}{6V} \right)$

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{6}}{\frac{1}{10} - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{2}{18} - \frac{3}{18}}{\frac{1}{10} - \frac{2}{10}} = \frac{-\frac{1}{18}}{-\frac{1}{10}} = \frac{10}{18}$

(491,4 K)

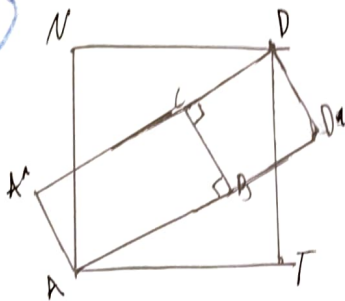
числовая

2) так как плотность воды не зависит от ее объема или массы она будет вытеснять на поверхности воды, а значит притяжения и риска шлоупт есть только сверху и снизу пока от него ничего не останется:

т.е. которое вытеснит мышьяк: $\frac{1602}{52/мин + 162/мин} = 8 \text{ мин}$

сколько граммов съест мышьяк: $52/мин \cdot 8 \text{ мин} = 408$
 Ответ: 408

3)



$AB = \frac{12}{60} \cdot 4 \text{ км/ч} = 0,8 \text{ км}$

$BC = \frac{9}{60} \cdot 4 \text{ км/ч} = 0,6 \text{ км}$

$CD = \frac{6}{60} \cdot 4 \text{ км/ч} = 0,4 \text{ км}$

Проведем AA_1 и DD_1 параллельные с B и равные ей соединим CA_1 и BD_1 так как $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ они параллельны

$AD \parallel AB$, $\angle A_1A'D_1 = \angle DA_1D_1 = 90^\circ$
 $\angle AD_1D = 90^\circ$ $\triangle A_1D_1D$ - прямоугольный

$A_1C = AB$ $BD_1 = CD$
 $A_1D = A_1C + CD = AD = AB + BD_1 = AB + CD = 1,2 \text{ км} = 1200 \text{ м}$

$AA_1 = DD_1 = 0,6 \text{ км} = 600 \text{ м}$
 гипотенуза $AD = \sqrt{1200^2 + 600^2} = 1350 \text{ м}$

$S_{ANDT} = AT \cdot TD = AT^2 \text{ м.к}$

$AD^2 = AT^2 + TD^2$ $ANPD$ - квадрат и $AT = TD$

$1800000 \text{ м} = 2 AT^2$

$900000 \text{ м} = AT^2 = S_{ANDT}$

$90 \text{ т} = S_{ANDT}$

выручка с рыбы: $300 \text{ руб/т} \cdot 5000 \text{ т/ч} = 1500000 \text{ руб.}$

выручка с т.а. арбузов: $500 \text{ руб/т} \cdot 3000 \text{ т} = 1500000 \text{ руб.}$

числовым

③ (продолжение)

так как выручка с 1 га дров равна выручке с 1 га арбузов, для подсчета общей выручки с 1 га можно умножить выручку с 1 га на площадь выруб: $15000000 \cdot 90га = 135000000 руб$

Ответ: 135 млн. р.



m - масса шайбы
 M - масса бруска
 v_0 - скорость шайбы в точке B

при падении шайбы её ~~кинетическая~~ ^{потенциальная} энергия переходит в кинетическую на участках из A в B и из C в B:

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$4,5 = \frac{v_0^2}{2}$$

$$v_0 = 3 \text{ м/с}$$

когда шайба движется по участку AB, она толкает брусок назад, а когда по участку BC - вперед

* Запишем законы сохранения импульсов и закон сохранения энергии для шайбы и бруска:

$$\begin{cases} mv_0 = mV_1 + MV_2 \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{MV_2^2}{2} \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_1 = 3 - 4V_2 \\ 1,8 = mV_1^2 + MV_2^2 \end{array} \right.$$

$$1,8 = 0,2 \cdot (3 - 4V_2)^2 + 0,8 \cdot V_2^2 = 0,2(9 - 24V_2 + 16V_2^2) + 0,8V_2^2 = 4V_2^2 - 4,8V_2$$

I) $V_2 = 0 \text{ м/с}$ II) $V_2 = 1,2 \text{ м/с}$

I) $V_2 = 0 \text{ м/с}$ - когда шайба съезжает с A в B она замедляет брусок до 0 м/с

II) $V_2 = 1,2 \text{ м/с}$ - когда шайба съезжает с B в B она ускоряет брусок до 1,2 м/с

числоbits

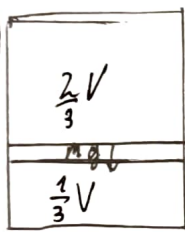
④ (продолжение)

а) так как 2023 раз - нечетный, значит шайба спускается в B из точки A, значит брусок ~~приобретит скорость 1,2 м/с~~ остановится: Ответ: 0 м/с

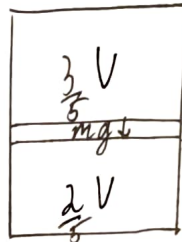
б) так как 2024 раз - четный, шайба спускается в B из точки C, значит брусок приобретет скорость 1,2 м/с

Ответ: 1,2 м/с

⑤ I)



$T_1 - II$
- 273K



T_2 - ?
 V - весь объем цилиндра
 P_1 - давление верхнего газа в I)
 P_2 - давление нижнего газа в I)
 P_3 - давление верхнего газа в II)
 P_4 - давление нижнего газа в II)

в I случае:

$$P_1 + mg = P_2$$

$$\begin{cases} P_1 + mg = P_2 \\ P_3 + mg = P_4 \end{cases}$$

$$P_2 - P_1 = P_4 - P_3$$

во II случае

$$P_3 + mg = P_4$$

$$PV = \nu RT \quad P = \frac{\nu RT}{V}$$

$$\frac{\nu RT_1}{5V} - \frac{\nu RT_2}{10V} = \frac{\nu RT_2}{5V} - \frac{\nu RT_2}{9V}$$

$$\frac{T_1}{5} - \frac{T_2}{10} = \frac{T_2}{5} - \frac{T_2}{9}$$

$$\frac{T_1}{10} = \frac{T_2}{18}$$

объемы в первом случае относятся

как:

$$\frac{\frac{2}{3}V}{\frac{1}{3}V} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{2}{3}V = \frac{10}{15}V$$

$$\frac{1}{3}V = \frac{5}{15}V$$

во втором случае относятся как:

$$\frac{\frac{3}{5}V}{\frac{2}{5}V} = \frac{6}{9} \quad \frac{3}{5}V = \frac{6}{15}V$$

$$\frac{2}{5}V = \frac{6}{15}V$$

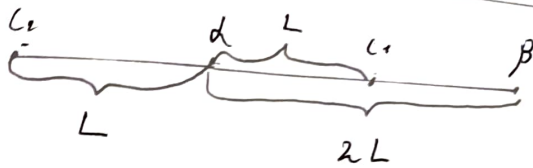
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{10}{18} \Rightarrow$$

$$273K \cdot \frac{10}{18} = \frac{18}{10} \Rightarrow T_2 = 273 \cdot 18 = 491,4K$$

Ответ: 491,4 K

6)

числовик



m_1 - масса α
 m_2 - масса β
 m_c - масса центра
 на

Сила притяжения для первого случая:

$$F_1 = \left| G \frac{m_1 m_c}{L^2} - G \frac{m_2 m_c}{L^2} \right|$$

Сила притяжения для второго случая

$$F_2 = G \frac{m_1 m_c}{L^2} - G \frac{m_2 m_c}{9L^2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = n, \quad n \geq 0$$

$$\frac{\left| G \frac{m_1 m_c}{L^2} - G \frac{m_2 m_c}{L^2} \right|}{G \frac{m_1 m_c}{L^2} - G \frac{m_2 m_c}{9L^2}} = \frac{|m_1 - m_2|}{m_1 - \frac{m_2}{9}} = n$$

$$|m_1 - m_2| = n m_1 - \frac{n m_2}{9}$$

при $m_1 > m_2$

$$m_1 - m_2 = n m_1 - \frac{n m_2}{9}$$

$$m_1 \left(1 - n\right) = m_2 \left(1 - \frac{n}{9}\right)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\left(1 - \frac{n}{9}\right)}{1 - n}$$

при $m_2 > m_1$

$$m_2 - m_1 = n m_1 - \frac{n m_2}{9}$$

$$m_2 \left(1 + \frac{n}{9}\right) = m_1 (n + 1)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 + \frac{n}{9}}{n + 1}$$

А) если $m_1 > m_2$:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \frac{1}{24}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{23}{24}}{\frac{2}{3}} = \frac{23}{18} = \frac{13}{9}$$

если $m_2 > m_1$:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 + \frac{1}{24}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{25}{24}}{\frac{4}{3}} = \frac{25}{32} = \frac{4}{9}$$

Ответ: $\frac{13}{9}, \frac{4}{9}$