



0 631271 130006

63-12-71-13
(92.1)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников по Робототехнике
наименование олимпиады

по робототехника
профиль олимпиады

Кармизина Варшма Евсеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист

Дата

«30» 03 2024 года

Подпись участника

63-12-71-13
(92.1)

Мисловек

N1

Заметим кратчайшие пути

$$gE - 14$$

$$EA - 12$$

$$AG - 15$$

$$BG - 15$$

$$BB - 16$$

$$GA; GB - 15; 15$$

Заметим кратчайший путь $g \rightarrow g$.

$$g \xrightarrow{14} E \xrightarrow{12} A \xrightarrow{15} G \xrightarrow{15} B \xrightarrow{16} B \xrightarrow{10} g$$

 t - собрать колеса = 10

$$t_{\text{ос}} = 5 \cdot 10 + 14 + 12 + 15 + 15 + 16 + 10 = 141 \text{ (с)}$$

Ответ: 141 с

N3

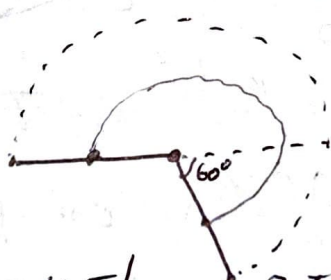
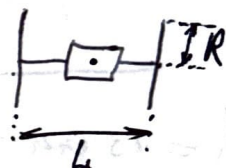
$$L = 0,16 \text{ м}$$

$$R = 0,06 \text{ м}$$

$$N = 10$$

$$K = 4096$$

$$S = ?$$

1) посчитаем S_3 для всех шагов N_3 

$$240^\circ \rightarrow \frac{4\pi}{3}$$

$$S_{31} = L \cdot \frac{L}{2} = \frac{4\pi L^2}{6} = \frac{2\pi L^2}{3}$$

$$S_3 = N \cdot S_{31} = \frac{2\pi L^2}{3} \cdot N$$

2) посчитаем S_2 для всех шагов N_2

$$K_1 = K \cdot 1,5$$

$$K_2 = K_1 \cdot 1,5$$

заметим геометрическую прогрессию K
коэф $q = 1,5$

$$S_{21} = L R = \frac{K_1 \pi R}{180} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{K_1 \pi}{180} R + \frac{K_2 \pi}{180} R + \frac{K_3 \pi}{180} R + \dots$$

1	2	3	4	5	6
5	0	10	10	10	10

Минимум
√3

$$S_2 = \frac{K_1 \pi R}{180} (1 + q + q^2 + \dots) = \frac{K_1 \pi R}{180} \cdot \left(\frac{q^N - 1}{q - 1} \right)$$

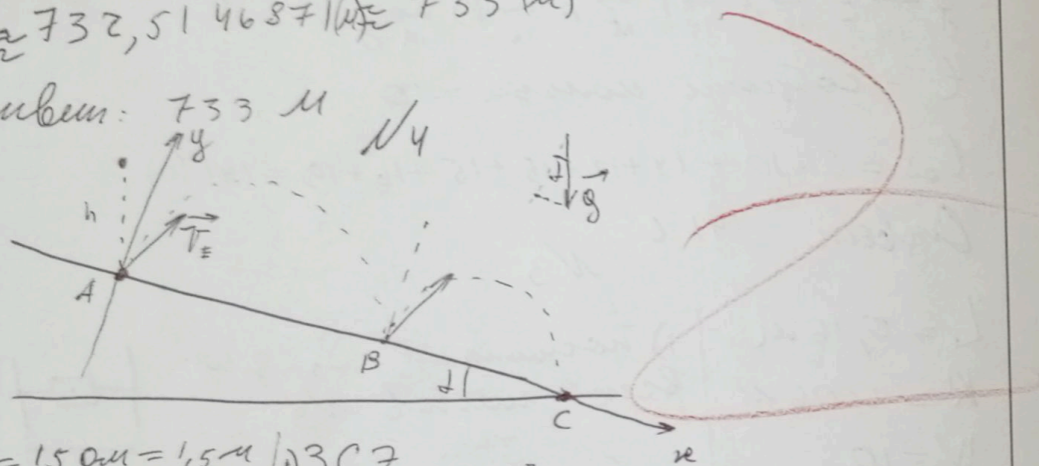
$$S_2 = \frac{q K \pi R}{180} \cdot \left(\frac{q^N - 1}{q - 1} \right)$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{2\pi L}{3} \cdot N + \frac{K q \pi R}{180} \cdot \left(\frac{q^N - 1}{q - 1} \right)$$

$$S = \frac{2\pi \cdot 0,16}{3} \cdot 10 + \frac{4096 \cdot 1,5 \cdot \pi}{180} \cdot 0,06 \cdot \left(\frac{1,5^{10} - 1}{1,5 - 1} \right)$$

$$S \approx 732,5146871 \text{ м} \approx 733 \text{ м}$$

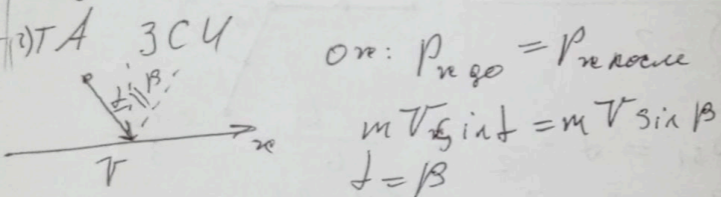
Ответ: 733 м



$h = 15 \text{ м} = 1,5 \text{ м}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$

1) BC
 $mgh = \frac{mV_c^2}{2} \Rightarrow V = \sqrt{2gh}$

2) TA 3CU
 AC = ?



or: $P_{n \text{ до}} = P_{n \text{ после}}$

$$mV \sin \alpha = mV \sin \beta$$

$\alpha = \beta$

$$3) x(t) = V \cos(90^\circ - \alpha)t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2}$$

$$y(t) = V \sin(90^\circ - \alpha)t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2}$$

$$y(t_1) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{2V}{g}$$

$$S_1 = x(t_1) = V \sin \alpha \cdot \left(\frac{2V}{g} \right) + \frac{g \sin \alpha \left(\frac{4V^2}{g^2} \right)}{2}$$

$$S_1 = \frac{4V^2 \sin \alpha}{g} = \frac{4 \cdot (2gh) \sin \alpha}{g} = 8h \sin \alpha$$

Минимум
√4

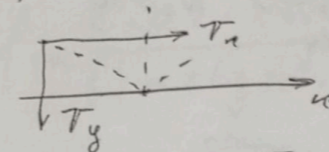
$$V_x(t) = V \sin \alpha + g \sin \alpha t$$

$$V_y(t) = V \cos \alpha - g \cos \alpha t$$

$$V_x(t_1) = V \sin \alpha + \sin \alpha \cdot 2V = 3V \sin \alpha$$

$$V_y(t_1) = V \cos \alpha - \cos \alpha \cdot 2V = -V \cos \alpha$$

4) TB 3CU



or: $mV_n = mV_{n1}$

$$V_n = V_{n1}$$

$$5) x(t) = 3V \sin \alpha t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2}$$

$$y(t) = V \cos \alpha t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2}$$

$$y(t_2) = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{2V}{g} = t_1$$

$$x_2 = x(t_2) = 3V \sin \alpha \cdot \frac{2V}{g} + \frac{g \sin \alpha \left(\frac{4V^2}{g^2} \right)}{2}$$

$$S_2 = \frac{6V^2 \sin \alpha}{g} + \frac{2V^2 \sin \alpha}{g} = \frac{8V^2 \sin \alpha}{g}$$

$$S_2 = \frac{8 \cdot 2gh \sin \alpha}{g} = 16h \sin \alpha$$

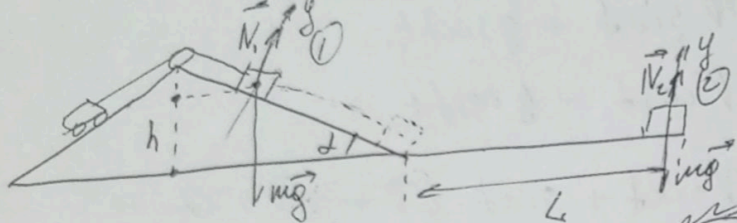
$$AC = S_1 + S_2 = h \sin \alpha (16 + 8) = 24h \sin \alpha$$

$$AC = 24 \cdot 1,5 \cdot \sin 30^\circ = 18 \text{ м}$$

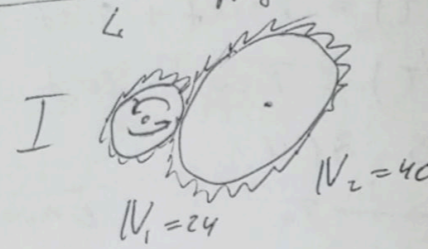
Ответ: 18 м

in game

Числовые
N5



$L = 2\text{ м}$
 $180^\circ - 2\alpha = 120^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$
 $\mu_1 = 0,1$
 $\mu_2 = 0,2$
 $d = 8\text{ см} = 0,08\text{ м}$
 $N_1 = 20$
 $N_2 = 40$
 $N_3 = 8$
 $N_4 = 24$



$\varphi = ?$
 ЗСЭ с учетом потерь
 $mg h = A_1 + A_2$
 II закон Ньютона
 1) ось: $0 = N_1 - mg \cos \alpha \Rightarrow N_1 = mg \cos \alpha$
 2) ось: $0 = N_2 - mg \Rightarrow N_2 = mg$
 $F_{\text{тр}} = \mu N \Rightarrow \begin{cases} F_{\text{тр}1} = \mu_1 mg \cos \alpha \\ F_{\text{тр}2} = \mu_2 mg \end{cases} \Rightarrow A = F \cdot S_0$
 $A_1 = \mu_1 mg \cos \alpha \cdot S$; $S = \frac{h}{\sin \alpha}$
 $A_2 = \mu_2 mg L$
 $mg h = \mu_1 mg \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha} + \mu_2 mg L \quad | : mg$
 $h = \mu_1 \text{ctg} \alpha h + \mu_2 L$
 $h = \frac{\mu_2 L}{1 - \mu_1 \text{ctg} \alpha}$ $h = S_n \cdot \sin \alpha$
 $S_n = \frac{h}{\sin \alpha}$

63-12-71-13
(92.1)

N5 Числовые

$$\left(\varphi \cdot \frac{N_1}{N_2} \right) \cdot \frac{N_3}{N_4} = \frac{S}{L} \varphi_{\text{кон}}$$

$$S_n = \varphi_{\text{кон}} \cdot \frac{d}{2} = \varphi \cdot \frac{N_1 \cdot N_3 \cdot d}{N_2 \cdot N_4 \cdot 2} = \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$\varphi = \frac{2h \cdot N_2 N_4}{N_1 N_3 d \sin \alpha} = \frac{2\mu_2 L N_2 N_4}{(1 - \text{ctg} \alpha \cdot \mu_1) N_1 N_3 d \sin \alpha}$$

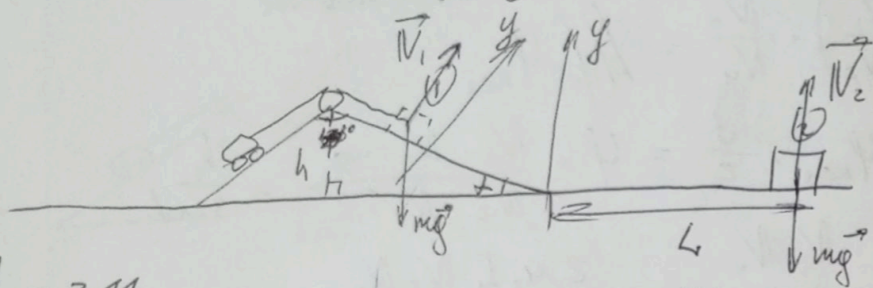
$$\varphi = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 2 \cdot 40 \cdot 24}{(1 - \text{ctg} 30^\circ \cdot 0,1) \cdot 24 \cdot 8 \cdot 0,08 \cdot \sin 30^\circ}$$

$\varphi \approx 120,9489774$ (град)
 $\varphi \approx 6929^\circ 51' 57'' \approx 6930^\circ$

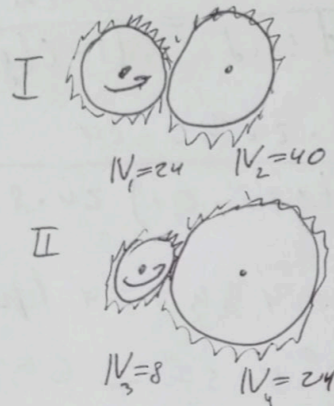
Ответ: ~~6930~~ 6930°
 N6

2 - элемент
 2 - масса
 2 - момент r_1
 2 - момент r_2
 4 - момент r_3
 Будем считать по очереди элементы
 1) элемент
 $40 \cdot 2 + (75 \cdot \frac{5}{4} \pi - a) + (\frac{75}{2} \pi) + b$
 $a: \cos \alpha = \frac{2 \cdot 75^2 - 30^2}{2 \cdot 75^2} = 0,92 \Rightarrow \alpha = 0,402715841$ (рад)
 $a = \alpha \cdot 75 = 30,20368812$
 $b: 75^2 = 2 \cdot x^2 \Rightarrow x = 53,03300859$
 $b = \frac{\pi}{2} \cdot x = 26,51650429 \pi$
 $\frac{S}{L} 80 + 0,3,75\pi - 30,20368812 + 37,5\pi (+)$
 $(+) 26,51650429\pi$
 масса элемент

№ 5 митовик



- $L = 2 \text{ м}$
- $180^\circ - 2\alpha = 120^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$
- $\mu_1 = 0,1$
- $\mu_2 = 0,2$
- $h = 8 \text{ см} = 0,08 \text{ м}$
- $N_1 = 24$
- $N_2 = 40$
- $N_3 = 8$
- $N_4 = 24$



$\varphi = ?$

ЗСЭ с учетом потерь от тр.

$$mgh = A_{\text{тр1}} + A_{\text{тр2}}$$

II закон Ньютона

$$1) \text{ оФ: } 0 = N - mg \cos \alpha \Rightarrow N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр1}} = \mu_1 N = \mu_1 mg \cos \alpha \Rightarrow A_1 = F_{\text{тр1}} \cdot S$$

$$2) \text{ оФ: } 0 = N - mg \Rightarrow N = mg$$

$$F_{\text{тр2}} = \mu_2 N = \mu_2 mg \Rightarrow A_2 = F_{\text{тр2}} \cdot L$$

$$A_1 = \mu_1 mg \cos \alpha \cdot S$$

$$S = \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$A_2 = \mu_2 mg L$$

$$mgh = \mu_1 mg \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} + \mu_2 mg L \quad | : mg$$

$$h = \mu_1 h \operatorname{ctg} \alpha + \mu_2 L \Rightarrow h(1 - \mu_1 \operatorname{ctg} \alpha) = \mu_2 L$$

$$h = \frac{\mu_2 L}{1 - \mu_1 \operatorname{ctg} \alpha} \Rightarrow S_{\mu} = \frac{h}{\sin \alpha}$$

№ 6 митовик

2) масса

$$60 \cdot 2 + 60\tau - a$$

$$a: \cos t = \frac{2 \cdot 30^2 - 30^2}{2 \cdot 30^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}$$

$$a = \frac{\pi}{3} \cdot 30 = 10\pi$$

$120 + 50\pi$ - масса газ

3) масса N_1

$$\frac{5}{6} \pi \cdot 80 + a$$

$$a: \quad r = \frac{80 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 140^\circ} = 62,22895307$$

$$a = \frac{7}{9} \pi \cdot 62,22895307 = 48,40029683\pi$$

$115,0669635\pi$ - масса пом N_1

4) масса N_2

$$\pi \cdot 50 + \frac{100 - 30}{2} \pi = 85\pi$$
 - масса пом N_2

5) масса N_3

$$r = \sqrt{70^2 + 15^2} = 71,58910532$$

$143,1782106$ - масса пом N_3

6) итог. (неовинна краба)

$$2 \cdot 143,1782106 + 85\pi + 48,40029683\pi + (120 + 50\pi) \oplus$$

$$\oplus 80 + \frac{75 \cdot 5}{4} \pi - 30,20368812 + \frac{75}{2} \pi + 26,51650479\pi$$

$$= 1527,959849$$

$$\left(\frac{240}{2} - 30 - 30\right) + (180 - 30 - (80 - 62,22895307) - 30) \oplus$$

$$\oplus \left(\frac{240}{2} - 30\right) = 252,2289531$$

итого

$1780,188802$ - неовинна

Ответ: 356 фт

$3560,377604$ - весь таб в см. = 356 фт

№5 шмтовина

$$\left(\cancel{\varphi} \cdot \frac{N_1}{N_2} \right) \cdot \frac{N_3}{N_4} = \Delta \varphi$$

вращ
колеса

$$\Delta \varphi_{\text{колеса}} \cdot \frac{d}{z} = S_n$$

$$\varphi \cdot \frac{N_1 \cdot N_3}{N_2 \cdot N_4} \cdot \frac{d}{z} = \frac{h}{\sin \beta}$$

$$\varphi = \frac{z h N_2 \cdot N_4}{N_1 \cdot N_3 d \sin \beta} = \frac{z \mu_2 L \cdot N_2 \cdot N_4}{(1 - \mu_1 \operatorname{ctg} \beta) d \sin \beta \cdot N_1 \cdot N_3}$$

$$\varphi = 120,9489774 \text{ (град)} = 6929,865941^\circ$$

№6

z - шестни

z - маза

z - мога v_1

z - мога v_2

z - мога v_3

Дадени користи диме постоени

а) шестни

$$40 \cdot z + \left(75 \cdot \frac{5}{4} \pi - \cancel{75} \right) + \left(\frac{75}{2} \cdot \pi \right) + b$$

$$\text{a) } \cos \beta = \frac{z \cdot 75^2 - 30^2}{z \cdot 75^2} = 1 - 0,08 = 0,92$$

$$\beta \approx 23^\circ 4' 26'' \Rightarrow \alpha = \beta \cdot 75 = 30,20368812$$

$$\beta \approx 0,402715841$$

$$\text{b) } 75^2 = \sqrt{12} x^2 \Rightarrow x = \frac{75}{\sqrt{12}} = 53,03300859$$

$$b = \frac{\pi}{2} \cdot x = 26,51650428 \pi$$

$$80 + \frac{75 \cdot 5}{4} \pi - 30,20368812 + \frac{75 \pi}{2} + 26,51650428 \pi$$

Формула клетни

Чертовик

2) масса

$$60 \cdot 2 + (2\pi \cdot 30) - a$$

$$a: \cos \alpha = \frac{2 \cdot 30^2 - 30^2}{2 \cdot 30^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$a = \frac{\pi}{3} \cdot 30 = 10\pi$$

$$120 + 60\pi - 10\pi = 120 + 50\pi \text{ длина шара}$$

3) масса №1

$$\frac{5}{6}\pi \cdot 80 + a$$

$$a: \begin{array}{c} 80 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 30 \quad 140 \\ \quad \quad \quad \pi \end{array} \Rightarrow \frac{80}{\sin 140^\circ} = \frac{\pi}{\sin 30^\circ}$$

$$\pi = \frac{80 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 140^\circ} = 62,22895307$$

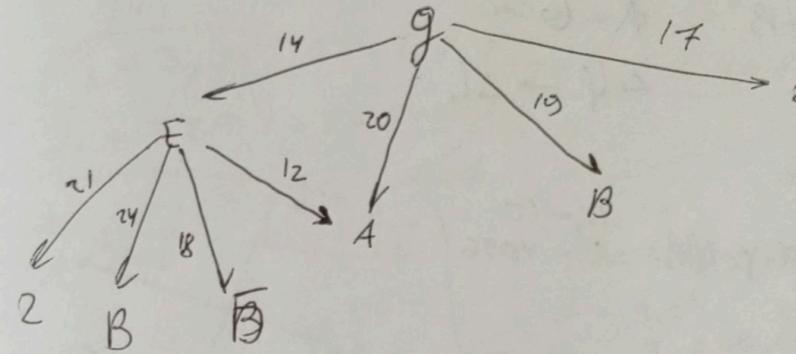
$$a = \frac{7}{9}\pi \cdot 62,22895307 = 48,40029683\pi$$

$$115,0669635\pi - \text{длина шара №1}$$

4) масса №2

$$\pi \cdot 50 + \frac{100-30}{2}\pi = 50\pi + 35\pi = 85\pi -$$

Чертовик №1



заменим что путь

g → E

E → A

A → z

B → z

B → ~~z~~ B

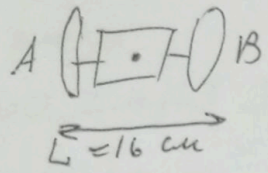
z → A, B

g → E → A → z → B → B → g кратчайший общий путь

$$5 \cdot 10 + 14 + 12 + \underbrace{15 + 15 + 16 + 18}_{30} = 141$$

нод	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	П									
2	П									
3		П								
4	Л									
5		Л	Л							
6		Л								
7						Л				
8							П			
9								Л		
10				Л						

№3 Чертовик



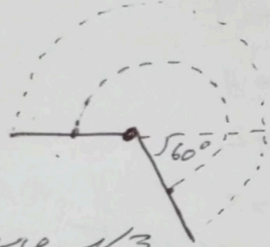
$R = 6 \text{ см}$
 $\Delta\varphi \rightarrow \Delta L$

~~$K = K_0 \cdot 1,5$~~
 For i in range(10):
 $K = 4096$
 $K = K \cdot 1,5$

1) посчитаем длину кривой на всем
 промежутке №3

~~$K = K_0 \cdot 1,5$~~

$L \cdot \frac{4}{3} \pi$ $\angle = 240^\circ = \frac{4}{3} \pi$



длина дуги на 1 шаге №3

$L \cdot \frac{4}{3} \pi = \frac{2\pi L}{3} \Rightarrow \text{об.} = \frac{2\pi L}{3} \cdot N$

2) $K_1 = K_0 \cdot 1,5$
 $K_2 = K_1 \cdot 1,5 = K_0 \cdot 1,5^2$ } \Rightarrow есть геом.
 прогрессия K
 под коэф. $q = 1,5$
 $K_0 = 4096$

L шаг K

$360^\circ \rightarrow \pi \text{ рад} \Rightarrow \frac{K \cdot \pi}{180} \neq \pi \text{ рад}$
 $\alpha = \frac{K}{180}$ $\angle = \frac{K}{180}$

$\Delta L = L \cdot R = \frac{K}{180} R$ - на одном шаге

на всем шаге

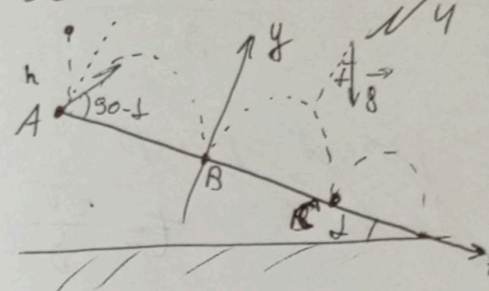
$L = \frac{K_1}{180} R + \frac{K_2}{180} R + \dots = \frac{R}{180} (K_1 + K_1 q + K_1 q^2 + \dots)$

$L = \frac{R}{180} \cdot K_1 \cdot \frac{q^N - 1}{q - 1}$, где

Чертовик

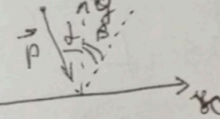
$\frac{z^5 - 1}{z - 1} = 31 \Rightarrow 1 + z + z^2 + z^3 + \dots = \frac{z^5 - 1}{z - 1}$

$S_3 = 3,35103 \approx 164$
 $S_2 = 729,1636549$ } $\frac{732,5146871}{1}$



$h = 15 \text{ м} = 1,5 \text{ м}$
 $\angle = 30^\circ$
 $g = 9,8 \text{ м/с}^2$

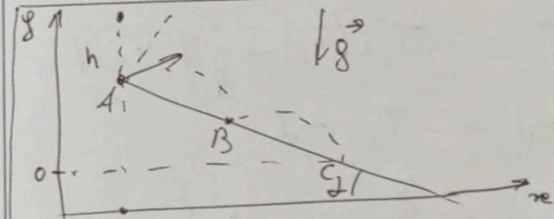
ТА ЗСУ:



он: $P \sin \alpha = P \sin \beta \Rightarrow \alpha = \beta$
 ~~$g \cos \alpha = g \cos \beta$~~

ТА ЗСУ

$mgh = \frac{mV_1^2}{2} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2gh}$



$x(t) = V_1 \cos(90^\circ - \alpha) t$
 $y(t) = H + V_1 \sin(90^\circ - \alpha) t - \frac{gt^2}{2}$

$x(t) = V_1 \cos(90^\circ - \alpha) t + \frac{g \sin^2 t^2}{2}$
 $y(t) = V_1 \sin(90^\circ - \alpha) t - \frac{g \cos^2 t^2}{2}$

$x(t) = V_1 \sin \alpha t + \frac{g \sin^2 t^2}{2}$
 $y(t) = V_1 \cos \alpha t - \frac{g \cos^2 t^2}{2}$ $y(t) = 0$

$0 = V_1 \cos \alpha t - \frac{g \cos^2 t^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2V_1 \cos \alpha}{g}$
 $\frac{g \cos^2 t^2}{2} = V_1 \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{2V_1 \cos \alpha}{g}$

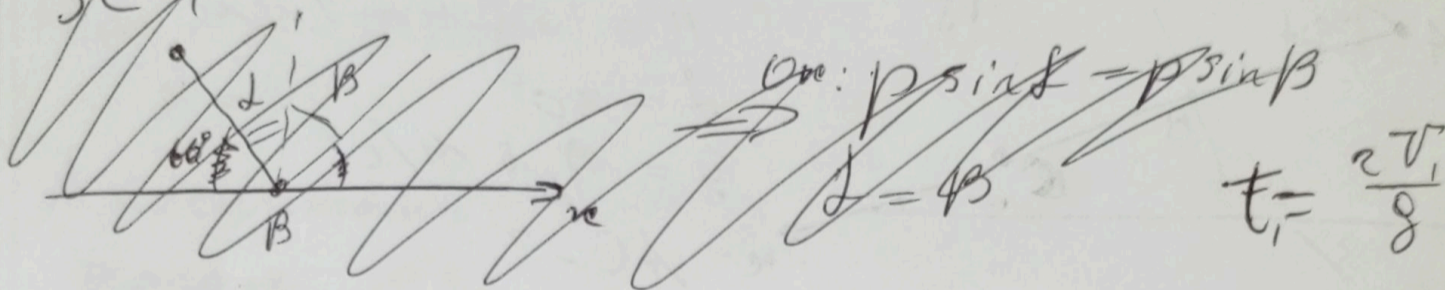
Черновик

N4

$$x(t_1) = S_1 = V_1 \sin t \left(\frac{2V_1}{g} \right) + \frac{g \sin t}{2} \cdot \left(\frac{4V_1^2}{g^2} \right)$$

$$S_1 = \frac{2V_1^2 \sin t}{g} + \frac{2V_1^2 \sin t}{g} = \frac{4V_1^2 \sin t}{g}$$

ЗКЧ



~~Второй вариант~~

$$S_1 = \frac{g \cdot g \cdot h^2 \sin t}{g} = \cancel{g h^2 \sin t} = g h \sin t$$

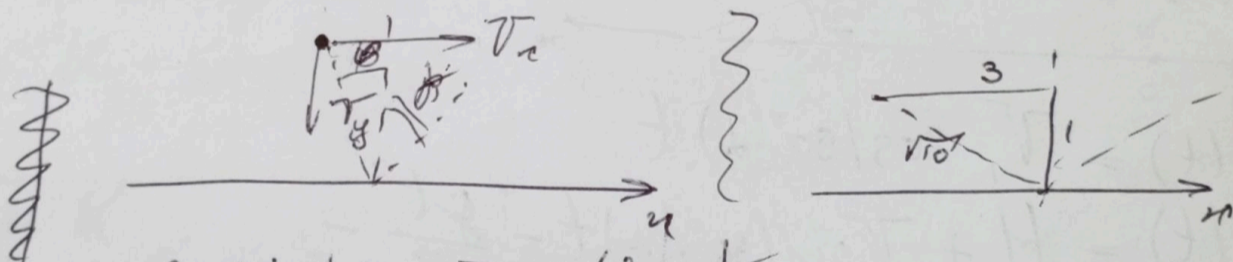
~~Второй вариант~~

$$V_x(t) = V_1 \sin t + g \sin t \cdot t \Rightarrow V_x(t_1) = V_1 \sin t + 2V_1 \sin t$$

$$V_y(t) = V_1 \cos t - g \cos t \cdot t \Rightarrow V_y(t_1) = 3V_1 \sin t$$

$$V_y(t) = V_1 \cos t - 2V_1 \cos t = -V_1 \cos t$$

ЗКЧ



$$\text{ор: } p_x \sin \varphi = p_y \sin t \Rightarrow \varphi = t$$

$$\varphi = \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$x(t) = 3V_1 \sin t \cdot t + \frac{g \sin t}{2} t^2$$

$$y(t) = V_1 \cos t \cdot t - \frac{g \cos t}{2} t^2$$

$$y(t_2) = 0 \Rightarrow t_2 = \cos \left(\frac{2V_1}{g} \right) = t_1$$

$$S_2 = x(t_2) = 3V_1 \sin t \left(\frac{2V_1}{g} \right) + \frac{g \sin t}{2g^2} \left(\frac{4V_1^2}{g^2} \right)$$