0 012607 980005

01-26-07-98
(92.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по робототехнике
профиль олимпиады

Лошкова Игоря Юрьевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)
класс 10

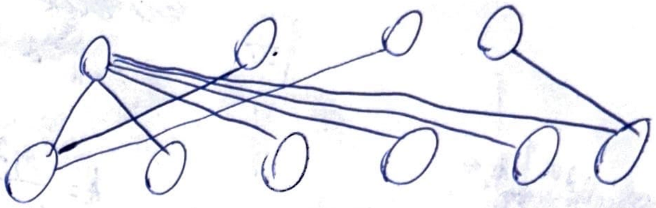
Дата
«30» марта 2024 года

Подпись участника
Лошк

33 (тридцать три)

01-26-07-98
(92.1)

Черновик



№2

1 $\xrightarrow{\text{лисец}}$ 9

9 $\xleftrightarrow{\text{лисец}}$ 1

5 $\xrightarrow{\text{лисец}}$ 9

7 → 2 → 4 → 6 → 8 → 3 → 5 → 9 → 1 | 4п. 4л.

1) п. л. п. л. п. л. п. л. п.

4п.

2) л. п. л. п. л. п. л. п. л. | 5л.

л. < п. 74851

Ответ: 14678.

№3

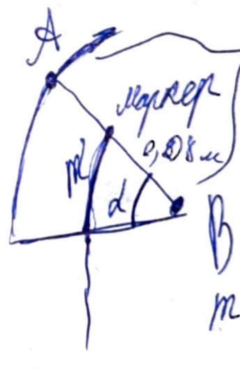
~~V = 64π см~~

V = 16π см = 0,16π м

1) $\frac{K}{360} \cdot \frac{0{,}16\pi}{\cancel{64\pi}}$ м | 2)

35 + 0,16π м

9,16м

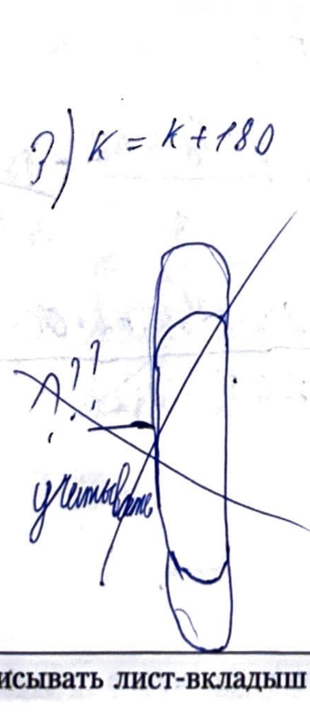


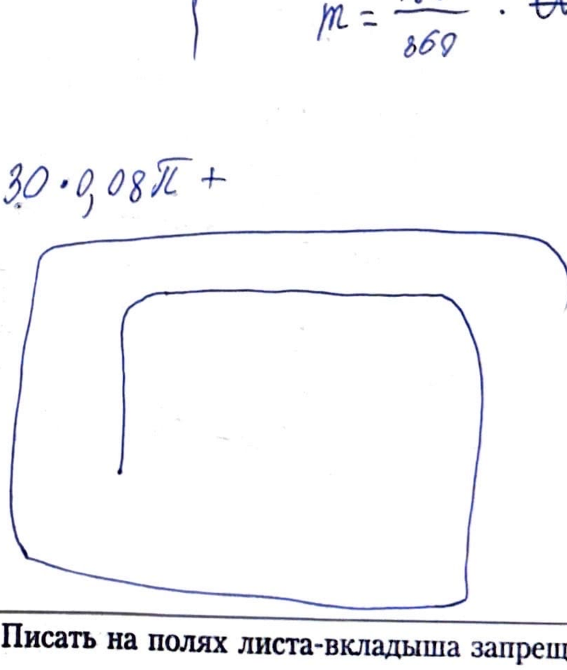
$\alpha = \frac{0{,}16\pi}{0{,}32\pi} = 180°$

$m = \frac{180}{360} \cdot \frac{0{,}16\pi}{\cancel{V}} = 0{,}08\pi$ м

3) K = k + 180

Ответ: 30 · 0,08π +

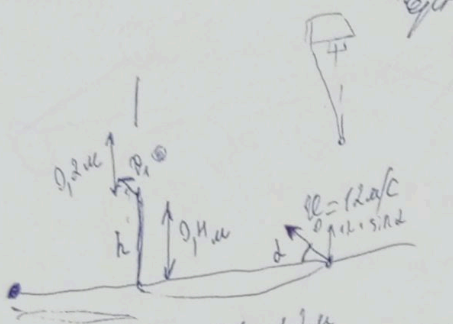




1 | 2 | 3 | 4 | 6
5 | 5 | 8 | 5 | 6 | 6
33

Черновик

$d_{min} = d - ?$



$h = \frac{1{,}2}{12\cdot\sin\alpha}\cdot v_0\cos\alpha - \frac{9{,}8\cdot 1{,}2^2}{2\cdot 12^2\cdot\sin^2\alpha}$

$h = \frac{1}{10\cos\alpha}\cdot\frac{12\cdot\cos\alpha}{10\cdot\sin\alpha} - \frac{9{,}8}{200\cdot\sin^2\alpha}$

$S_2 = 10$ м $S_1 = 1{,}2$ м

$0{,}4 \le 1{,}2\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{9{,}8}{200\sin^2\alpha} \le 0{,}6$

$t_{всё} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} + \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}$

$t_{всё}\cdot v_0\cos\alpha \ge 11{,}2$ м

$\frac{v_0^3\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha}{g} \ge 11{,}2$ ($1-\cos^2$)

$t_{всё} = \frac{S_1+S_2}{v_0\cdot\cos\alpha}$

$\frac{12^3\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha}{9{,}8} \ge 11{,}2$

$\frac{12^3(1-x^2)\cdot x}{9{,}8} \ge 11{,}2$

$v_1 = v_0\sin\alpha - gt = v_0\sin\alpha - g\cdot\frac{S_1}{v_0\cos\alpha}$

$h = \frac{v_1^2 - v_0^2\sin^2\alpha}{2g} =$

$12^3x - 12^3x^3 \ge 11{,}2\cdot 9{,}8$

$12^3\cdot x^3 - 12^3x + 11{,}2\cdot 9{,}8 \le 0$

$x_1 = 0{,}9259$

$x_2 = 0{,}3$

$x_3 = -0{,}2276$

$= \frac{\left(v_0\sin\alpha - g\frac{S_1}{v_0\cos\alpha} - v_0\sin\alpha\right)\left(v_0\sin\alpha - g\cdot\frac{S_1}{v_0\cos\alpha} + v_0\sin\alpha\right)}{2g}$

$\frac{-gS_1}{v_0\cos\alpha}\cdot\left(\frac{2v_0\cdot\sin\alpha}{1} - \frac{gS_1}{v_0\cdot\cos\alpha}\right)$

$\frac{\frac{S_1^2 g^2}{v_0^2\cos^2\alpha} - 2gS_1\cdot v_0\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{2g v_0^2\cdot\cos^2\alpha}$

$\frac{v_1^2 m}{2} + mgh = \frac{v_0^2}{2}$

$v_1^2 = v_0^2 - 2gh$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

01-26-07-98 (92.1)

Чистовик

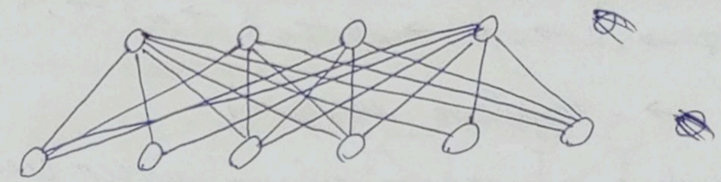
Задание - 1.

Решение

Построим двудольный граф, соответствующий данному каркасу:

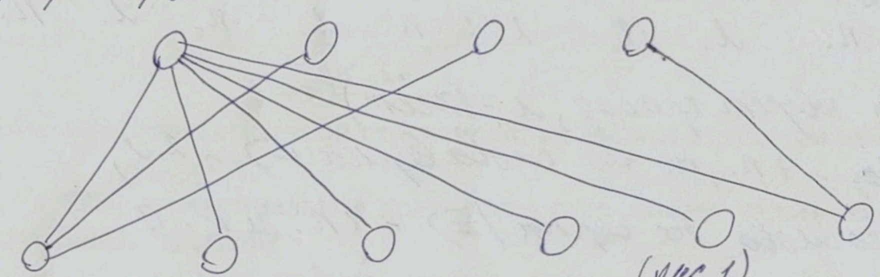
строки

столбцы



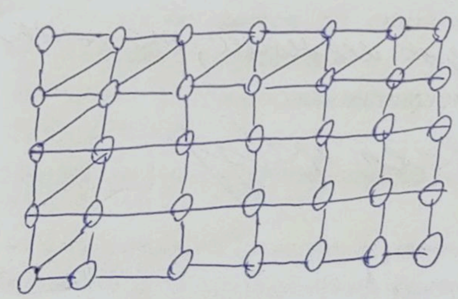
У этого графа 20 рёбер, чтобы получить из данного каркаса жёсткий с минимальным количеством скоб, нужно из нарисованного графа ~~уб~~ убрать все циклы и получить остовное дерево.

К примеру: (это не ед. вариант)



(рис. 1)

Осталось 9 ребер, тогда максимум можно убрать 20 − 9 = 11 скоб, пример такого каркаса (не единственный вариант):



(рис. 2)

Ответ: А) 11. 2

Б) рис. 2 и рис. 1. 3

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик Задание №2.

Решение

Каждый из 9 роботов ~~обвиняет~~ называет какого-то другую лжецом. Вот схема

№7 → №2 → №4 → №6 → №8 → №3 → №5 → №9 → №1

(→ - называет лжецом)

Про робота №7 никто не говорит, может быть два варианта:

1) №7 лжец
2) №7 говорит правду

Рассмотрим оба

1) №7 → №2 → №4 → №6 → №8 → №3 → №5 → №9 → №1
п. л. п. л. п. л. п. л. п.

(п - говорит правду, л. - лжёт)

Раз №7 п., то его слова верны |=> №2 л.,
его слова не верны |=> №4 п. и т.д.

Всего 6 роботов говорят правду и 4 лжеца

2) №7 → №2 → №4 → №6 → №8 → №3 → №5 → №9 → №1
л. п. л. п. л. п. л. п. л.

5 л. и 4 п.

Т.к. по условию лжецов меньше, то только вариант 1 верный.

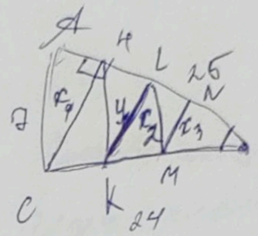
№7, №4, №8, №5, №1 говорят правду.

Ответ: 14578.

+

01-26-07-98 (92.1)

Черновик



$\sin B = \frac{7}{25}$ $CH = CB \cdot \frac{7}{25}$ $x_1 = BC \cdot \sin$

$HK = BH \cdot \frac{7}{25}$ $x_2 = BK \cdot \sin =$ $BH \cdot \cos \cdot \sin$ $= BC \cdot \cos^2 \cdot \sin$

$BH = BC \cdot \frac{7}{25}$

$KL = BK \cdot \frac{7}{25} = BH \cdot \left(\frac{7}{24}\right)^2 \frac{7}{25} = BC \cdot \frac{7^3}{24^2 \cdot 25}$

$x_a = BC \cdot \sin \cdot \cos^{2(a-1)}$

$y_a = BC \cdot \sin \cdot \cos^{1+2a-1}$

$x_3 = BH \cdot \sin =$ $= BC \cdot \cos \cdot \sin =$ $= BK \cdot \cos^2 \sin$ $= BH \cdot \cos^3 \cdot \sin$ $= \cos^4 \cdot \sin$

$S_n = BC \cdot \sin($ $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$S_y = BC \cdot \sin$ $S = b_1(1 + q + q^2 + q^3 \ldots)$

$S = \frac{b(q^n - 1)}{q - 1}$

$4^2 = 16$ $2^{2^2} = 2^4 = 16$ $(2^2)^2 =$

y_1 $KH = BH \cdot \sin =$ $= BC \cdot \cos \cdot \sin$

y_2 $ML = BL \cdot \sin =$ $= BK \cdot \cos \cdot \sin$ $= BH \cdot \cos^2 \cdot \sin$ $= BC \cdot \cos^3 \cdot \sin$

174,6319169

$\cancel{3^2 = 6}$ $\cancel{4^3 = 64}$ $8^2 = 64$ $2^{3^2} = 2^6 = 64$

y_3 $NO = BC \cdot \cos^5 \cdot \sin$

$56 + 58,1 + 60,53 =$ $2^9 = 128$

$= \cancel{170} 174,63$

1: 2 1
2: 2 2
3: 4
4: 8
15

2, 6, 18, 26

$S_3 = \frac{b^n(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{1(2^4 - 1)}{2}$

$\frac{b(q^n - 1)}{q - 1}$ $b_{n+1} - b_0$ $b^n - b^n$

Черновик

$$0{,}4 \le 1{,}2\,\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{9{,}8}{200\sin^2\alpha} \le 0{,}6$$

$$0{,}4 \le 1{,}2\,\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{9{,}8}{200(1-x^2)} \le 0{,}6$$

$$0{,}4 \le \frac{200x\sqrt{1-x^2} - 9{,}8}{\sqrt{1-x^2}\;200(1-x^2)} \le 0{,}6$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

Задание №6.

Решение

Длина линий, начерченной ~~...~~ роботом, будут равна периметру △ABC + сумма длин линий внутри треугольника.

$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = 25 + 7 + 24 = 56$ м

~~Т.к. отрезк~~ Видно, что длина ~~как~~ каждой линии внутри △ABC зависит от длины предыдущей, параллельной ей, и ~~скоро~~ ~~сам~~ параметров самого △ABC. Пусть последовательность $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{15}$ – длины отрезков, перпендикулярных AB, а последовательность $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_{15}$ – длины отрезков перпендикулярных BC, т.к. они чередуются между собой, то отрезков каждого вида всего по 15 штук.

(к примеру: $x_1 = CH$, $x_2 = KL$, $x_3 = MN$, ...;

$y_1 = KH$, $y_2 = ML$, $y_3 = ON$, ...)

Пусть $\angle ABC = \alpha$; $\sin\alpha = \sin\angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{7}{25}$

$\cos\alpha = \cos\angle ABC = \frac{BC}{AB} = \frac{24}{25}$

~~Найдём величина~~ первы

Рассмотрим способ нахождения ~~первых~~ величин первых членов каждой последовательности

$x_1 = CH = BC \cdot \sin\alpha$

$x_2 = KL = BK \cdot \sin\alpha = BH \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = BC \cdot \sin\alpha \cdot \cos^2\alpha$

$x_3 = MN = MB \cdot \sin\alpha = BL \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = BK \cdot \sin\alpha \cdot \cos^2\alpha =$

$= BH \cdot \sin\alpha \cdot \cos^3\alpha = BC \cdot \sin\alpha \cdot \cos^4\alpha$

...

~~За~~ Видно, что последовательность является геометрической прогрессией $x_a = x_{a-1} \cdot \cos^2\alpha$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

Тогда по формуле суммы первых ~~...~~ членов геометрической прогрессии получаем

$$x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{15} = \frac{BC\cdot\sin\alpha(\cos^{30}\alpha-1)}{\cos^2\alpha-1} = \frac{BC\cdot\sin\alpha(\cos^{30}\alpha-1)}{-\sin^2\alpha} =$$

$$= \frac{-BC\cdot(\cos^{30}\alpha-1)}{\sin\alpha} = \frac{-24\cdot\left(\left(\frac{24}{25}\right)^{30}-1\right)}{\frac{7}{25}}$$

Аналогично с другой последовательностью:

$$y_1 = KH = \cancel{BC}\, BH\cdot\sin\alpha = BC\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$y_2 = HL = BL\cdot\sin\alpha = \overset{BK}{\cancel{BC}}\cos\alpha\cdot\sin\alpha =$$

$$= BH\cdot\cos^2\alpha\cdot\sin\alpha = BC\cdot\cos^3\alpha\cdot\sin\alpha$$

$$y_3 = ON = \overset{BN}{\cancel{BH}}\sin\alpha = BM\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha = BL\cdot\cos^2\cdot\sin\alpha =$$

$$= BK\cdot\cos^3\alpha\cdot\sin\alpha = BH\cdot\cos^4\alpha\cdot\sin\alpha = BC\cdot\cos^5\cdot\sin\alpha$$

...

$$y_a = \cancel{y_a}\; y_{a-1}\cdot\cos^2\alpha$$

$$y_1 = BC\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$y_1+y_2+y_3+y_4+\ldots+y_{15} = \frac{BC\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha(\cos^{30}\alpha-1)}{\cos^2\alpha-1} =$$

$$= \cos\alpha\cdot(x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{15}).$$

Итак, длина всей линии равна

$$56 + \frac{-24\left(\left(\frac{24}{25}\right)^{30}-1\right)}{\frac{7}{25}} + \frac{24}{25}\cdot\frac{-24\left(\left(\frac{24}{25}\right)^{30}-1\right)}{\frac{7}{25}} =$$

$$\approx 174{,}63 \text{ м} = 1746{,}3 \text{ дм} \approx 1746 \text{ дм}$$

Ответ: 1746 дм.

Чистовик

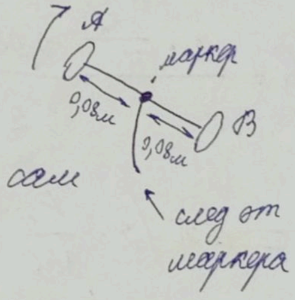
Задание 3.

Решение

1) Длина окружности колёс $l = \cancel{2\pi\cdot 0{,}08}\, 0{,}08\pi$ м, тогда при шаге №1 робот проедет

$\frac{k}{360}\cdot 0{,}08\pi$ м вперёд, и соответственно прочертит прямую линию такой же длины.

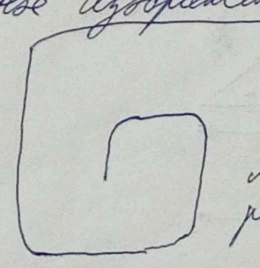
2) При шаге №2 робот будет поворачивать направо. Колесо A проедет $0{,}08\pi$ м по окр. радиуса 0,16 м, то есть $\frac{0{,}08\pi}{0{,}16\cdot 2\pi} = \frac{1}{4}$ часть этой окружности, а сам робот повернётся направо под 90°.



При этом маркер оставит след в виде дуги ~~...~~ длиной в четверть окружности с радиусом 0,08 м, то есть $\frac{1}{4}\cdot 2\cdot 0{,}08\cdot\pi = 0{,}04\pi$

3) К третьем шаге увеличивается k, а значит ~~значит каждый первый шаг цикла~~ каждый раз за первый шаг цикла робот будет проезжать всё большее расстояние, при этом в ~~этой~~ его траектории не будет пересечений.

Схематичное изображение начала траектории (первые несколько циклов)



А за второй шаг всегда рисуется одинаковая длина кривой

Чистовик

4) Тогда Всю длину ~~круг~~ кривой можно найти так:

$30\cdot 0,04\pi + S$, где S - сумма длин всех шагов №1

за шаг №1 его проходит $\frac{k}{360}\cdot 0,08\pi$, м,

т.к. k постоянно увеличивается, то

S - сумма первых 30 членов алгебраической прогрессии, разность соседних её членов

равна $\frac{180}{360}\cdot 0,08\pi = 0,04\pi$, тогда по формуле

$$S = \frac{2\cdot\frac{k_1}{360}\cdot 0,08\pi + 0,04\pi\cdot 29}{2}\cdot 30 =$$

$$= 15\pi\left(2\cdot\frac{k_1}{360}\cdot 0,08 + 0,04\cdot 29\right) =$$

$$= 15\pi\left(\frac{k_1}{2250} + 1,16\right)$$, где k_1 - начальное k,

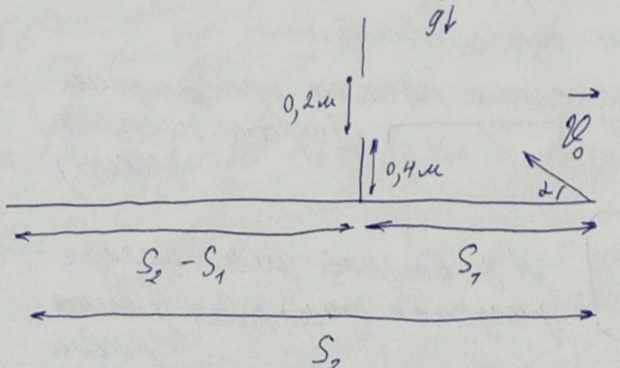
согласно условию, оно равно 540, тогда

$S = 21\pi \approx$ ~~66 м~~ $65,97 \approx 66$ м

Ответ: 66 м.

Задание №4

Решение



Чистовик

Пусть робот стреляет шариком под углом α к горизонту

т.к. шарик маленький будем его считать его материальной точкой.

т.к. $S_2 - S_1 \gg S_1$, то самая высокая точка траектории находится за стенкой

В момент, когда шарик будет в дырке его время t_1 будет равно $\frac{S_1}{v_0\cdot\cos\alpha}$, а его высота

$$h_1 = v_0\cdot\sin\alpha\cdot\frac{S_1}{v_0\cdot\cos\alpha} - \frac{g\cdot\frac{S_1^2}{v_0^2\cdot\cos^2\alpha}}{2} =$$

$$= \frac{S_1\cdot\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{g\cdot S_1^2}{2v_0^2\cdot\cos^2\alpha}$$

Дальность полёта шарика ~~равна~~ S_3 равна

$$v_0\cdot\cos\alpha\cdot t_{всё} = v_0\cdot\cos\alpha\left(\frac{v_0^2\cdot\sin^2\alpha - 0^2}{2g} + \frac{0^2 - v_0^2\cdot\sin^2\alpha}{-2g}\right)$$

$$= v_0\cdot\cos\alpha\cdot\frac{v_0^2\cdot\sin^2\alpha}{g}$$

Чтобы выполнялось условие задачи должно выполняться условие

$$\begin{cases} 0,4 \le h_1 \le 0,4+0,2 \\ S_3 \ge S_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,4 \le \frac{1,2\cdot\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{9,8\cdot 1,2^2}{2\cdot 12^2\cdot\cos^2\alpha} \le 0,6 \\ \frac{12^3\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha}{g} \ge 10 \end{cases}$$

Пусть $\cos\alpha = x$, т.к. $\alpha \in I$ ч., то $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$

Чистовик

$$\begin{cases} 0,4 \le \dfrac{1,2 \cdot \sqrt{1-x^2}}{x} - \dfrac{9,8 \cdot 1,2^2}{2 \cdot 12^2 \cdot x^2} \le 0,6 \; (2) \\ \dfrac{12^3 \cdot (1-x^2)x}{9,8} \ge 10 \; (1) \end{cases}$$

(1) $12^3 x^3 - 12^3 x^2 + 98 \le 0$

$$\left[\begin{array}{l} x \le -0,216 \\ 0,28 \le x \le 0,935 \end{array}\right.$$ (приблиз. знач.)

(2) $\dfrac{1,2 \cdot \sqrt{1-x^2}}{x} - \dfrac{9,8 \cdot 1,2^2}{2 \cdot 12^2 \cdot x^2} = \dfrac{2,4 \cdot 12^2 x \cdot \sqrt{1-x^2} - 9,8 \cdot 1,2^2}{2 \cdot 12^2 x^2}$