0 762358 230002

76-23-58-23
(5.10)

15.15 +1 лист [signature]

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
## имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва
город

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Азизуллова Мурада Ильгамовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

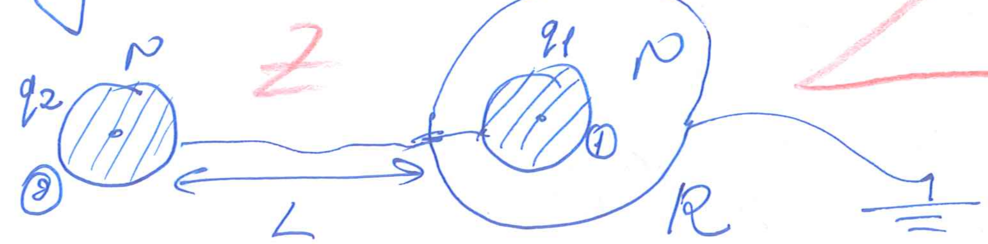
Дата
«09» февраля 2024 года

Подпись участника
МАЗ

76-23-58-23 (5.10)

Чистовик

Задача № 3




$L \gg r$

Рассмотрим начальный момент времени. Тогда на шаре ① заряд $q_{10}$, на шаре ② - $q_{20}$.

Т.к. $L \gg r$, то потенциал на пв-сти сферы:

$\varphi = k\frac{q_{10}}{R} + k\frac{q_0}{R} = 0$ (1) (поскольку сфера заземлена),

где $q_0$ - заряд на сфере.

После соединения проволкой потенциалы на пов-сти шаров одинаковые:

$k\frac{q_2}{r} = k\frac{q_1}{r} + k\frac{q}{R}$ (2), где $q_2$ - новий заряд на шаре ②, $q_1$ - на шаре ①, а $q$ - на сфере

Также виполняется закон сохр. зарядов на шарах (зам. система):

$q_{10} + q_{20} = q_1 + q_2$ (3) И опять же виполняется условие $\varphi = 0$ на сфере:

$k\frac{q_1}{R} + k\frac{q}{R} = 0$ (4). Подставим (4) в (2) и получим: $\cancel{k}\frac{q_2}{r} = \cancel{k}\frac{q_1}{R} - \cancel{k}\frac{q_1}{R}$

Виразим $q_2$: $q_2 = q_1 - \frac{r}{R} q_1$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 19 | 18 | 20 | 20 | 18 | 95 |

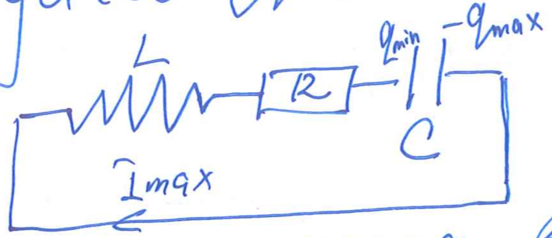
Потапин, Потапин, Демин, Вашина, девятость петь

Задача №3 (продолжение) Чистовик

$$q_2 = \left(1 - \frac{r}{R}\right) q_1 = \left(1 - \frac{2}{3}\right)\cdot 6\cdot 10^{-10} = 2\cdot 10^{-10}\ Кл$$

Ответ: $2\cdot 10^{-10}$ Кл.

Задача №5




$I_{max} \Leftrightarrow U_C = U$

Энергия, запасенная в цепи в момент времени макс. силы тока (локально):

$$\frac{LI_{max}^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = E$$

Если сила тока в цепи максимальна, то производная тока по времени в этот момент равна нулю, тогда напряжение на катушке также равно нулю, т.к. $\varepsilon_L = -L\dot{I}$, т.е. напряжение на конденсаторе в этот момент равно напряжению на резисторе R по модулю. Для резистора в этот момент времени выполняется закон Ома: $I_{max} R = U$

$I_{max} = \frac{U}{R}$. Т.к. ток в цепи переменный, то действующее значение силы тока

$I_D = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{U}{R}\frac{\sqrt{2}}{2}$, $Q = I_D^2 R T$, где $T$ – период колебаний в к-ре.

76-23-58-23 (5.10)

Задача № 5 (продолжение) Чистовик

ЗСЭ:

$$\frac{LI_{max}^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{CU_{max}^2}{2}$$

рассматриваем момент $I=0$, тогда

$$U_{max} = \cancel{+}L\dot{I}$$

$$\frac{q_{max}}{C} + L\dot{I} = 0$$

$$\frac{q_{max}}{C} + L\ddot{q} = 0 \Rightarrow \frac{q_{max}}{LC} + \ddot{q}_m = 0,$$

отсюда $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

подставим в Q:

$$Q = \frac{U^2}{R^2} \cdot \frac{1}{2} R \cdot 2\pi\sqrt{LC}$$

$$Q^2 = \frac{U^4}{R^4} \cdot \frac{1}{4} R^2 LC$$

$$L = \frac{Q^2 R^4}{U^4 R^2 C} = \frac{31{,}4^2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}4^2}{1 \cdot \cancel{0{,}4^2} \cdot 40 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= \frac{31{,}4^2 \cdot 164}{100 \cdot \cancel{40}\,10} =$$

$$\begin{array}{r} 31{,}4 \\ \times\ 31{,}4 \\ \hline 1256 \\ +\ 314\phantom{0} \\ 942\phantom{00} \\ \hline 985{,}96 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 985{,}96 \\ \times\ 4 \\ \hline 3943{,}84 \end{array}$$

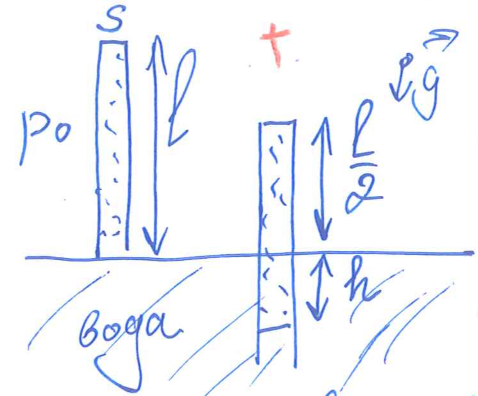
$= \cancel{00\,98596}$

$\cancel{0}\ 3{,}94384 \approx$

$\approx 3{,}9$ Гн

Ответ: ~~3,9~~ 0,4 Гн.

# Задача № 2 Чистовик




$p_{н.п.}(T) = 14{,}5\cdot10^3$ Па

$p_0 = 10^5$

$l - ?$

Пусть давление воздуха в трубке $p$, (начальное)
тогда по закону Дальтона суммарное давление в сосуде $p_{\Sigma_0} = p + p_{н.п.}$

Условие равновесия: $p + p_{н.п.} = p_0$ (1)

Для начального состояния запишем закон сост. газа: $p\,lS = \nu_в RT$ (2),
где $S$ – пл-дь сечения сосуда, $\nu_в$ – кол-во воздуха.

В конечном состоянии давление воздуха станет равным $p_x$, а давление насыщенных паров не изменится по причине контакта с водой, постоянства температуры, конденсации паров (частично).

Для конечного состояния:

$p_x\left(\frac{l}{2}+h\right)S = \nu_в RT$ (3)

$p_x + p_{н.п.} = \rho_0 g h + p_0$ (условие равнов.) (4)

Подставим (1) в (2) и приравняем к (3):

$(p_0 - p_{н.п.})\,lS = \nu_в RT = p_x\left(\frac{l}{2}+h\right)S$ (5)

Подставим (4) в (5):

$(p_0 - p_{н.п.})\,lS = (p_0 - \rho_0 g h - p_{н.п.})\left(\frac{l}{2}+h\right)S$

76-23-58-23 (5.10)

Задача № 2 (продолж.) Чистовик

$p_0 l - p_{н.п.} l = p_0 \frac{l}{2} - \rho_0 g h \frac{l}{2} -$

$- p_{н.п.} \frac{l}{2} + p_0 h - \rho_0 g h h - p_{н.п.} h$

Вынесем $l$:

$l\left(\frac{p_0}{2} - \frac{\rho_0 g h}{2} - \frac{p_{н.п.}}{2} + p_{н.п.} - p_0\right) =$

$= (p_{н.п.} + \rho_0 g h - p_0) h$

~~$l = \frac{\frac{p_{н.п.}}{2} - \frac{p_0}{2} - \frac{\rho_0 g h}{2}}{p_{н.п.}}$~~

$l\left(\frac{p_{н.п.}}{2} - \frac{p_0}{2} - \frac{\rho_0 g h}{2}\right) = (p_{н.п.} + \rho_0 g h - p_0) h$

$l = \frac{p_{н.п.} + \rho_0 g h - p_0}{p_{н.п.} - p_0 - \rho_0 g h} 2h =$

$= \frac{14{,}5 \cdot 10^3 + 10^3 \cdot 4{,}5 - 10^5}{14{,}5 \cdot 10^3 - 10^5 - 10^3 \cdot 4{,}5} \cdot 2 \cdot 0{,}45 =$

$= \frac{14{,}5 + 4{,}5 - 100}{14{,}5 - 100 - 4{,}5} \cdot 0{,}9 =$

$19 - 100 = -81$

$= \frac{+81}{+90} \cdot \frac{9}{10} = 0{,}81$ м

Ответ: 0,81 м.

76-23-58-23
(5.10)

Задача №1 Чистовик

способ 1

Пусть $\angle LCF = \varphi$, тогда

$$2\varphi = \overset{\smile}{LF} + w_2\tau$$

$$\overset{\smile}{LF} = 2\varphi - w_2\tau$$

$$LF = (2\varphi - w_2\tau)R_2$$

$$\frac{LF}{AB} = \frac{(2\varphi - w_2\tau)R_2}{w_1\tau R_1} = \frac{CL}{CB}$$

$$CB = \sqrt{R_1^2 - r^2} + r\,ctg\,\varphi$$

$$LC = \sqrt{R_2^2 - r^2} + r\,ctg\,\varphi$$

по т. косинусов в $\triangle CDE$:

$$w_2^2\tau^2R_2^2 = 2R_2^2 - 2R_2^2\cos\varphi$$

$$w_2^2\tau^2R_2^2 = 2R_2^2(1 - \cos\varphi)$$

$$\cos\varphi = -\frac{w_2^2\tau^2\cancel{R_2^2}}{2\cancel{R_2^2}} + 1 = 1 - \frac{w_2^2\tau^2}{2}$$

$$\sin\varphi = \sqrt{\cancel{1} - \cancel{1} + \frac{4w_2^2\tau^2 - w_2^4\tau^4}{4}} =$$

$$= \frac{w_2\tau}{2}\sqrt{4 - w_2^2\tau^2}$$

$$\frac{(2\varphi - w_2\tau)R_2}{w_1\tau R_1} = \frac{\sqrt{R_2^2 - r^2} + r\,ctg\,\varphi}{\sqrt{R_1^2 - r^2} + r\,ctg\,\varphi}$$

$$\varphi \ll 1: \quad \varphi = \frac{w_2\tau}{2}\sqrt{4 - w_2^2\tau^2}$$

Числовик

$$ctg\,\varphi = \frac{2 - \omega_2^2\tau^2}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\frac{\omega_2\tau}{\cancel{2}}\sqrt{4-\omega_2^2\tau^2}} =$$

$$= \frac{2-\omega_2^2\tau^2}{\omega_2\tau\sqrt{4-\omega_2^2\tau^2}} \approx \frac{1}{\varphi}$$

$$\frac{\left(\omega_2\tau\sqrt{4-\omega_2^2\tau^2} - \omega_2\tau\right)R_2}{\omega_1\tau R_1} = \frac{\sqrt{R_2^2-r^2} + \frac{2r}{\omega_2\tau\sqrt{4-\omega_2^2\tau^2}}}{\sqrt{R_1^2 + r^2} + \frac{2r}{\omega_2\tau\sqrt{4-\omega_2^2\tau^2}}}$$

$$\frac{\omega_2\tau\left(\sqrt{4-\omega_2^2\tau^2} - 1\right)R_2}{\omega_1\tau R_1} = \frac{2r + \omega_2\tau\sqrt{4-\omega_2^2\tau^2}\sqrt{R_2^2-r^2}}{2r + \omega_2\tau\sqrt{4-\omega_2^2\tau^2}\sqrt{R_1^2-r^2}}$$

Оценим $\sqrt{4-\omega_2^2\tau^2} = \sqrt{4 - G\frac{M}{R_1^3}\tau^2} \approx$

$$\approx \sqrt{4 - 6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot\frac{6\cdot 10^{24}}{6{,}4^3\cdot 10^{18}}\tau^2}.$$

Задача № 1 (прод.) Чистовик

Способ (2)

Из рисунка:

$\triangle ABC \sim \triangle CDE$:

$$\frac{\omega_1 R_1}{\omega_2 R_2} = \frac{AC}{CD} = \frac{\sqrt{R_1^2 - r^2} + y}{\sqrt{R_2^2 - r^2} - y}$$

$$\frac{\sqrt{G\frac{M}{R_1^3}}\, R_1}{\sqrt{G\frac{M}{R_2^3}}\, R_2} = \frac{\sqrt{R_1^2 - r^2} + y}{\sqrt{R_2^2 - r^2} - y}$$

$$\frac{\cancel{R_1}}{\cancel{R_2}} \cdot \frac{\cancel{R_2}\sqrt{R_2}}{\cancel{R_1}\sqrt{R_1}} = \frac{\sqrt{R_1^2 - r^2} + y}{\sqrt{R_2^2 - r^2} - y}$$

$$\sqrt{R_1(R_1^2 - r^2)} + \sqrt{R_1}\, y = \sqrt{R_2(R_2^2 - r^2)} - \sqrt{R_2}\, y$$

$$y(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) = \sqrt{R_2(R_2^2 - r^2)} - \sqrt{R_1(R_1^2 - r^2)}$$

$$y = \frac{\sqrt{100(100^2 - 6{,}4^2)} - \sqrt{64(64^2 - 6{,}4^2)}}{\sqrt{64} + \sqrt{100}} \cdot 10^3 =$$

$$\approx \frac{10 \cdot 100 - 8 \cdot 64}{18} = \frac{1000 - 512}{18} = \frac{244}{9}$$

$$\begin{array}{r} \times\, \overset{3}{64} \\ 8 \\ \hline 512 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -\,\overset{\cdot\, 9\, 9\, 10}{1000} \\ 512 \\ \hline 488 \end{array} \qquad 488 \,|\, \frac{2}{244}$$

244

В $\triangle H_2OC$: $y\, tg\varphi = r$, $tg\varphi \approx \varphi$

$$\frac{\overset{122}{\cancel{244}}}{9}\, \frac{\omega_2 \tau}{\cancel{2}} \sqrt{4 - \omega_2^2 \tau^2} = r$$

Задача №1

Чистовик

$$\frac{9}{122}\rho = w_2 r\sqrt{4 - w_2^2 r^2}$$

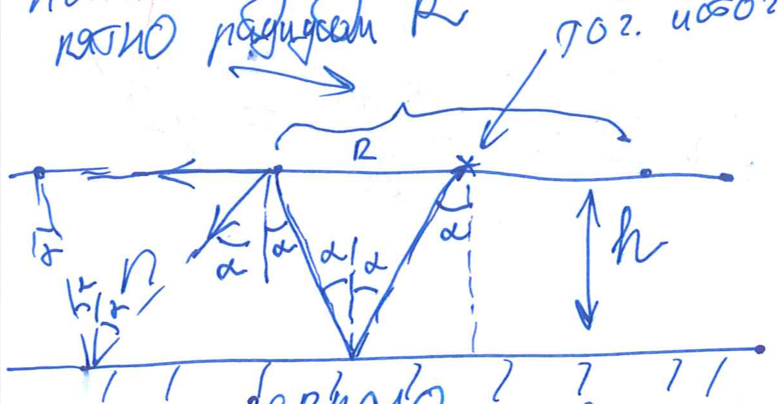
$$\frac{81}{122^2} 6{,}4^2 \cdot 10^{6} \cdot 10^{24} = w_2^2 r^2 (4 - w_2^4 r^4)$$

$$T^2 = \frac{81 \cdot 6{,}4^2 \cdot 10^{10} \cdot 6{,}4^3 \cdot 10^{12}}{122^2 \cdot 4 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} 2} =$$

$$= \frac{81 \cdot 6{,}4^2 \cdot 6{,}4^3}{122^2 \cdot 4 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-9} \cdot 6} \; c^2!$$

Задача № 4 Чистовик

Поскольку через отверстие в экране (причем маленькое) поступает рассеянный свет, т.е. лучи распространяются во все стороны, будем считать его точечным источником света. Почему может возникнуть лишь ограниченное радиусом R светлое пятно на экране? Существует такое явление как предельный угол преломления при переходе световых лучей из среды с большим пок. преломления в меньший. Тогда ↑ угла падения лучей к раздела сред ведёт к явлению отражения лучей от границы (или проскальзыванию по пов-сти). Рассмотрим на примере нашей задачи:




С помощью обратимости восстановим ход движения лучей.

Угол α – предельный угол преломления, который описывался ранее. По рисунку очевидно, что вторичное отражение луча (от пов-сти) не позволит лучу выйти из среды n.

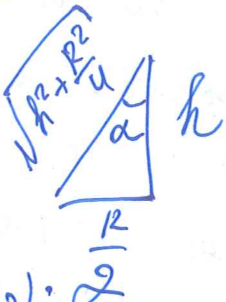
Задача № 4 (продолжение) Чистовик

А вот уменьшение угла $\alpha$ при точечн. источнике позволит сформировать пятно радиусом $R$;

Запишем закон преломления для пред. значения $\alpha$:

$$n\sin\alpha = 1, \quad \sin\alpha = \frac{1}{n} \;(1)$$

Из геометрии:




$$\sin\alpha = \frac{R}{2\sqrt{h^2+\frac{R^2}{4}}} \;(2)$$

Приравняем (1) и (2):

$$\frac{1}{n} = \frac{R}{\sqrt{4h^2+R^2}}$$

$$R^2 n^2 = 4h^2+R^2$$

$$n^2 = \frac{4h^2+R^2}{R^2}$$

$$n = \frac{\sqrt{4h^2+R^2}}{R} = \frac{\sqrt{4\cdot 4^2+8^2}}{8} =$$

$$= \frac{\sqrt{64+64}}{8} = \frac{\sqrt{2\cdot 64}}{8} = \frac{8\sqrt{2}}{8} = \sqrt{2}$$

Ответ: $\sqrt{2}$;

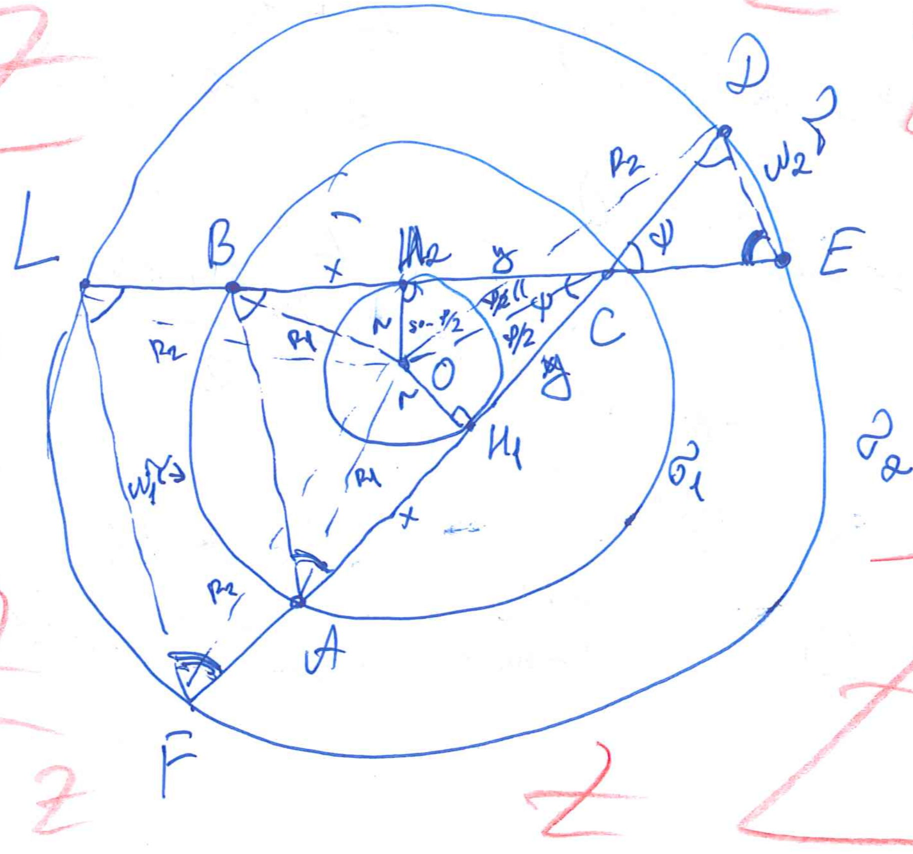
# Задача № 8. Чистовик

Запишем Второй закон Ньютона для спутников. Будем считать спутники материальными точками, т.к. их размеры << длины траектории их движения. Пусть спутники имеют угловые скорости $\omega_1$ и $\omega_2$ соответственно их радиусам вращения:

$$G\frac{m_1 M}{R_1^2} = \omega_1^2 m_1 R_1 \; ; \; G\frac{m_2 M}{R_2^2} = m_2 \omega_2^2 R_2$$

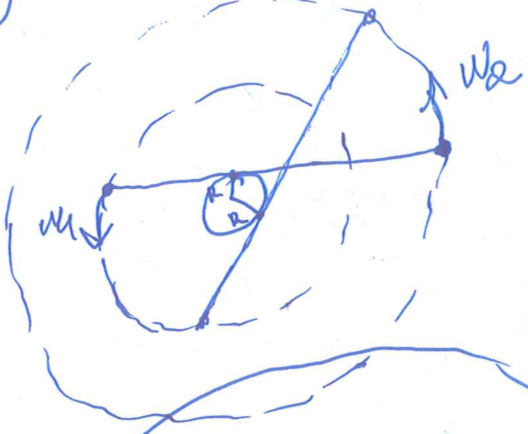
$$\omega_1^2 = G\frac{M}{R_1^3}, \; \omega_2^2 = G\frac{M}{R_2^3}.$$

Заметим, что $R_2 > R_1 \Rightarrow \underline{\omega_2 < \omega_1}$. Рассмотрим крайние положения спутников перед и после „слепой зоны".



Задача № 1

Черновик

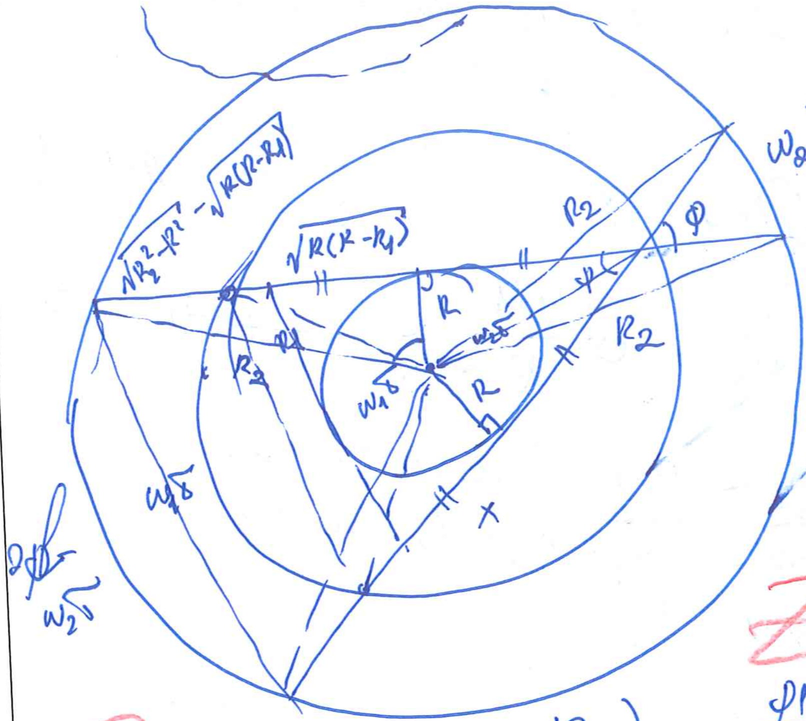



$$G\frac{mM}{(R+h)^2} = m\omega^2(R+h)$$

$$\omega^2 = G\frac{M}{(R+h)^3}$$

$$h\uparrow \Rightarrow \omega\downarrow$$

$$\sin 2\varphi = 2\frac{R}{R_1}\sqrt{1-\frac{R^2}{R_1^2}}$$





$$\cos\frac{\varphi}{2} = \sqrt{1-\frac{R^2}{R_1}}$$

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{R}{R_1}$$

$$\frac{\varphi_1}{2}+\frac{\varphi_2}{2}\ \cancel{= 180-\varphi}$$

$$\cancel{\varphi = 180 - \omega_1\tau + \ldots}$$

$$x^2 = R(R-R_1)$$

$$\frac{\omega_1\tau}{l} = \frac{2\sqrt{R(R-R_1)}}{}$$

$$l =$$

$$\varphi = \frac{\omega_2\tau+\varphi_0}{2}$$

$$360-\omega_2\tau-180+\varphi =$$

$$= 180-\omega_2\tau+\varphi$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} \qquad \frac{\omega_1\tau}{2\varphi-\omega_2\tau} = \frac{2\sqrt{R(R-R_1)}}{2\sqrt{R(R-R_1)}+\sqrt{R^2-R_2^2}}$$

Задача № 1 (продол.) Черновик

~~Пусть ∠BCA = 2φ, тогда~~

△LCF и △ABC – р/б и у них общий угол при вершине ⇒ они подобны и AB∥LF. Тогда ~~△ ... DE∥AB по равным н.л.у.~~ (см. рисунок). △BCA ~ CDE, а также AB∥DE по равным н.л.у.

~~$\frac{DE}{AB}=\frac{A}{CE}$~~. Будем измерять углы в радианах: $AB = w_1 \delta R_1$, $DE = w_2 \delta R_2$

По св-ву касательных:

$$\left(\frac{AC}{2}\right)^2 = H_1C^2 = (R_1 - \cancel{R_2})R_1$$

$$AC^2 = 4(R_1-r)R_1 \; ; \; AC = 2\sqrt{(R_1-r)R_1}$$

$$H_1D^2 = \left(\frac{AC}{2} + CD\right)^2 = R_2(R_2 - r)$$

$$(R_1-r)R_1 + 2\sqrt{(R_1-r)R_1}\,CD + CD^2 = R_2(R_2-r)$$

$$CD^2 + 2\sqrt{(R_1-r)R_1}\,CD + (R_1-r)R_1 - (R_2-r)R_2 = 0$$

$$D = \cancel{4R_1^2} - \cancel{4rR_1} - \cancel{4R_1^2} + \cancel{4rR_1} + 4R_2^2 - 4rR_2 = 4R_2(R_2-r)$$

$$CD = \frac{-2\sqrt{(R_1-r)R_1} + 2\sqrt{(R_2-r)R_2}}{2} = -\sqrt{(R_1-r)R_1} + \sqrt{(R_2-r)R_2} = CE.$$

(т.к. аналогично вычисляется)

Задача № 1. (продолж) Черновик

~~Наконец, используем подобие:~~

$\cancel{\frac{\omega_2 \tau R_2}{\omega_1}}$ Запишем Th косинусов для $\triangle ABC$:

$$\omega_1^2 R_1^2 \tau^2 = 8(R_1 - r)R_1 - 2 \cdot 4(R_1 - r)R_1 \cos\varphi$$

рассмотрим $H_2OH_1C$:

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{r}{R_1} \Rightarrow \cos\frac{\varphi}{2} = \sqrt{1 - \frac{r^2}{R_1^2}}$$

$$\cos\varphi = \cos^2\frac{\varphi}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2} = \frac{r^2}{R_1^2} - 1 + \frac{r^2}{R_1^2} =$$

$$= 2\frac{r^2}{R_1^2} - 1$$

$$\omega_1^2 R_1^2 \tau^2 = 8(R_1 - r)\cancel{R_1}\left(\cancel{1} - \frac{2r^2}{R_1^2} + 1\right)$$

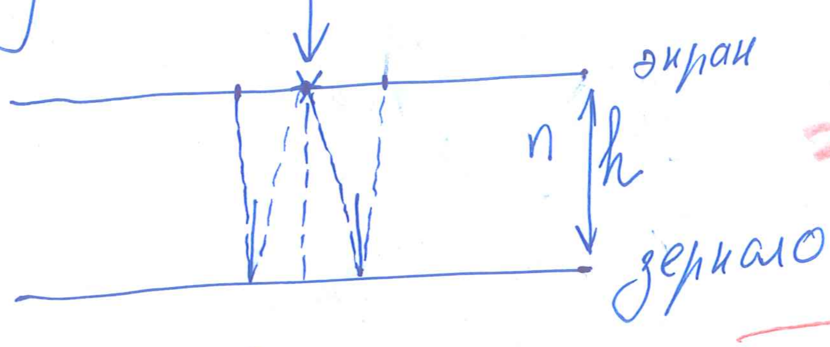
$$\tau^2 = \frac{8(R_1 - r)\left(2 - \frac{2r^2}{R_1^2}\right)}{\omega_1^2 R_1} = \frac{16(R_1 - r)(R_1^2 - r^2)}{\omega_1^2 R_1^3} =$$

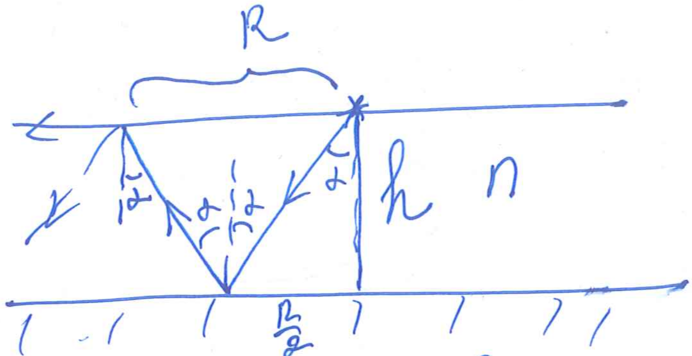
$$= \frac{16(R_1 - r)(R_1^2 - r^2)}{G\frac{M}{\cancel{R_1^3}}\cancel{R_1^3}} = 16(R_1 - r)^2(R_1 + r)$$

$$\sin\varphi = \frac{\omega_2 \tau}{2}\sqrt{4 - \omega_2^2 \tau^2}$$

$$\cos\varphi = 1 - \frac{\omega_2^2 \tau^2}{2}$$

Задача № 4 Черновик




$$n \sin\alpha = 1$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{n}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R}{2h}$$

$\sqrt{h^2+\frac{R^2}{4}}$ $h$ $\frac{R}{2}$

$$\frac{R}{2\sqrt{h^2+\frac{R^2}{4}}} = \frac{R}{\sqrt{4h^2+R^2}} = \frac{1}{n}$$

$$n^2R^2 = 4h^2+R^2$$

$$n^2 = \frac{4h^2+R^2}{R^2}; \quad n = \frac{\sqrt{4h^2+R^2}}{R}$$