0 371000 830004

37-10-00-83
(5.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант №3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Акаевова Дмитрия Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«9» февраля 2024 года

Подпись участника Акаг

37-10-00-83
(5.2)

1	2	3	4	5	Σ
14	20	20	20	15	89

11.4.3 Чистовик

Дано: +1

$R_1 = 6{,}4\cdot 10^4$ км

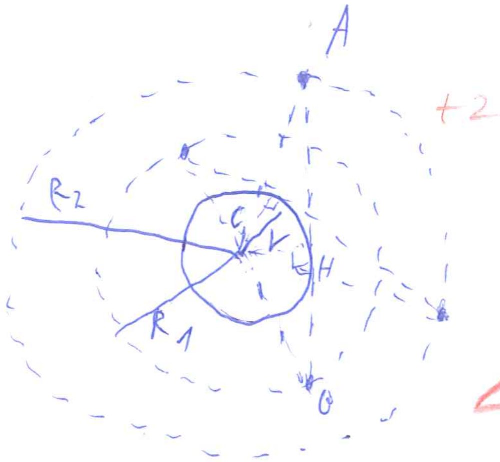
$R_2 = 10^5$ км

$r = 6{,}4\cdot 10^3$ км

$M = 6\cdot 10^{24}$ кг

$G = 6{,}7\cdot 10^{-11}\ \frac{Н\cdot м^2}{кг^2}$

$T - ?$



1) Найдём скорости спутников.

II з-н Ньютона: $m\vec{a} = \vec{F}_T$

$F_T = G\frac{mM}{R^2}$ в модулях: $ma = G\frac{mM}{R^2} \Leftrightarrow a = \frac{GM}{R^2}$ +3

a – центростремительное ускорение $a = \frac{v^2}{R}$

т.е. $\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2} \Leftrightarrow v^2 = \frac{GM}{R} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ +2

угловая скорость $\omega = \frac{v}{R} = \sqrt{\frac{GM}{R}}\frac{1}{R} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$ +2

$\omega_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}}$; $\omega_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}}$

$R_2 > R_1 \Rightarrow \omega_2 < \omega_1$

Т.к. в момент времени T_0 спутники находятся на одной прямой, проходящей через центр земли. α_1, α_2 – углы отклонения от этой прямой. +2

$\Omega = \alpha_1 - \alpha_2$

~~пер про~~ рассмотрим ситуацию, когда луч проходит по касательной к земле.

первый в точке B, второй в т. A.

$AB = AH + HB = \sqrt{R_2^2 - r^2} + \sqrt{R_1^2 - r^2}$

$\cancel{S_{ABC} = AC\cdot CB\sin\varphi}$ $\cos\Omega = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC\cdot BC} = \frac{R_2^2 + R_1^2 - (R_2^2 - r^2 + R_1^2 - r^2 + 2\sqrt{R_2^2 - r^2}\sqrt{R_1^2 - r^2})}{2R_2R_1}$

$= \frac{+2r^2 - 2\sqrt{(R_2^2 - r^2)(R_1^2 - r^2)}}{2R_1R_2} = \frac{+r^2 - \sqrt{(R_2^2 - r^2)(R_1^2 - r^2)}}{R_1R_2}$

~~Стационарные~~ β: $\beta_+ = \arccos \frac{r^2 - \sqrt{(R_2^2 - r^2)(R_1^2 - r^2)}}{R_1 R_2}$ Чистовик

и $\beta_- = 2\pi - \arccos \frac{r^2 - \sqrt{(R_2^2 - r^2)(R_1^2 - r^2)}}{R_1 R_2}$

$\frac{d\beta}{dt} = \frac{d\alpha_1}{dt} - \frac{d\alpha_2}{dt} = \omega_1 - \omega_2$ т.к. $\beta = (\omega_1 - \omega_2)t$

$\beta = \beta_+ \Leftrightarrow t_+ = \frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \arccos \frac{r^2 - \sqrt{(R_2^2 - r^2)(R_1^2 - r^2)}}{R_1 R_2}$

$\beta = \beta_- \Leftrightarrow t_- = \frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \left(2\pi - \arccos \frac{r^2 - \sqrt{(R_2^2 - r^2)(R_1^2 - r^2)}}{R_1 R_2} \right)$

$\tau = t_- - t_+ = \frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \left(2\pi - 2\arccos \frac{r^2 - \sqrt{(R_2^2 - r^2)(R_1^2 - r^2)}}{R_1 R} \right) =$

$= \frac{1}{\sqrt{GM}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)} \left(2\pi - 2\arccos \frac{r^2 - \sqrt{(R_2^2 - r^2)(R_1^2 - r^2)}}{R_1 R_2} \right) \simeq \frac{2\arccos\left(1 - \frac{r^2}{R_1 R_2}\right)}{\sqrt{GM}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)}$

$= \frac{2}{\sqrt{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}} \left(\frac{1}{\sqrt{(6{,}4 \cdot 10^4)^3 \text{км}^3}} - \frac{1}{\sqrt{(10^5 \text{км})^3}} \right)} (3{,}14 - \arccos$

$\cos\beta \approx \frac{r^2 - R_1 R_2}{R_1 R_2} \Rightarrow \sin\beta = \pm\sqrt{1 - \cos^2\beta} \approx \frac{\sqrt{2}\, r}{\sqrt{R_1 R_2}}$

β: $\beta_+ = \pi - \arcsin \frac{\sqrt{2} r}{\sqrt{R_1 R_2}} \approx \pi - \frac{\sqrt{2} r}{\sqrt{R_1 R_2}}$ $\frac{d\beta}{dt} = \omega_1 - \omega_2 \Rightarrow \beta = (\omega_1 - \omega_2)t$

$\beta_- = \pi + \frac{\sqrt{2} r}{\sqrt{R_1 R_2}}$

$\tau = t_- - t_+ = \frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \left(\frac{\sqrt{2} r}{\sqrt{R_1 R_2}} + \frac{\sqrt{2} r}{\sqrt{R_1 R_2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{GM}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)} \left(\frac{2\sqrt{2} r}{\sqrt{R_1 R_2}} \right) =$

$= \frac{2\sqrt{2} r}{\sqrt{GM}\left(\frac{\sqrt{R_2}}{R_1} - \frac{\sqrt{R_1}}{R_2}\right)}$

букв. ответ неверного −3

Ответ: $\tau = \frac{2\sqrt{2}\, r}{\sqrt{GM}\left(\frac{\sqrt{R_2}}{R_1} - \frac{\sqrt{R_1}}{R_2}\right)}$

14

нет числ. ответа −2

37-10-00-83
(5.2)

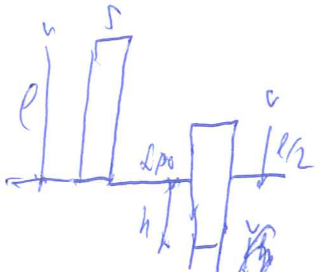
№ 2.5.3

Чистовик

Дано:
$h = 0{,}45$ м
$T = const$
$p_н = 14{,}5$ кПа
$p_0 = 10^5$ Па
$\rho_0 = 10^3 \frac{кг}{м^3}$
$g = 10 \frac{м}{с^2}$

l - ?

ур-е Клапейрона-Менделеева:
$pV = \nu RT$



Пробка не погружена:
$p_1 V_1 = \nu_в RT$ $\quad p_1$ – давление воздуха

общее давление смеси: $p = p_1 + p_н = p_0$
(т.к. уровень жидкости в пробирке совпадает с уровнем воды)

II ситуация: $p_2 V_2 = \nu_в RT$ $\quad p_2$ – давление воздуха

$$p_2 + p_н = \rho g h + p_0$$

$V_1 = Sl$
$V_2 = S\left(\frac{l}{2} + h\right)$

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = 1 \Leftrightarrow p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2}$$

$$\begin{cases} p_1 + p_н = p_0 \\ p_2 + p_н = p_0 + \rho g h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = p_0 - p_н \\ p_1 \frac{V_1}{V_2} + p_н = p_0 + \rho g h \end{cases}$$

т.к. $(p_0 - p_н)\frac{l}{\frac{l}{2}+h} + p_н = p_0 + \rho g h \Leftrightarrow \frac{l}{\frac{l}{2}+h}(p_0 - p_н) = p_0 + \rho g h - p_н \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow l(p_0 - p_н) = l\frac{p_0 - p_н + \rho g h}{2} + h(p_0 - p_н + \rho g h) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow l\left(\frac{p_0 - p_н - \rho g h}{2}\right) = h(p_0 - p_н + \rho g h) \Leftrightarrow l = 2h\frac{p_0 - p_н + \rho g h}{p_0 - p_н - \rho g h} =$

$= 2 \cdot 0{,}45 м \frac{10^5 Па - 14{,}5 кПа + 10^3 \frac{кг}{м^3} \cdot 10 \frac{м}{с^2} \cdot 0{,}45 м}{10^5 Па - 14{,}5 кПа - 10^3 \frac{кг}{м^3} \cdot 10 \frac{м}{с^2} \cdot 0{,}45 м} = 0{,}9 м \cdot \frac{85{,}5 кПа + 4{,}5 кПа}{85{,}5 кПа - 4{,}5 кПа} =$

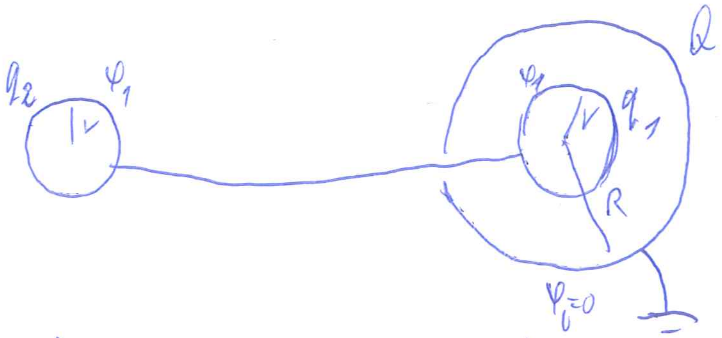
$= 0{,}9 м \cdot \frac{90}{81} = 0{,}9 м \cdot \frac{10}{9} = 1 м$

Ответ: $l = 2h\frac{p_0 - p_н + \rho_0 g h}{p_0 - p_н - \rho_0 g h} = 1 м$

№3.10.3 Тихонович

Дано:
$r = 2$ см
$R = 3$ см
$q_1 = 6\cdot10^{-10}$ Кл

q_2 - ?



расстояние большое, значит шары не влияют друг на друга.
возьмём потенциал сферы равным $\varphi_0 = 0$
Q - заряд, индуцированный на сфере.
шары соединены, значит их потенциал одинаковый и равный φ_1
потенциал уединённого шара $\varphi = \frac{q}{r}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$$\varphi_1 = \frac{q_2}{r}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

индуцированный на сфере заряд $Q = -q_1$

$\varphi_1 = \varphi_ш + \varphi_{сф}$ $\varphi_ш$, $\varphi_{сф}$ - ~~поле~~ составные потенциала точки на шаре ~~на поверхности~~ шара, вызванные самим шаром и сферой.

$$\varphi_ш = \frac{q_1}{r}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\varphi_{сф} = \frac{-q_1}{R}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

т.к. $\varphi_1 = \frac{q_1}{r}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} - \frac{q_1}{R}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{q_2}{r}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = q_1\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{q_2}{r} = q_1\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) \Leftrightarrow q_2 = q_1\left(1 - \frac{r}{R}\right) = 6\cdot10^{-10}\text{ Кл}\left(1 - \frac{2\text{ см}}{3\text{ см}}\right) =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot 6\cdot10^{-10}\text{ Кл} = 2\cdot10^{-10}\text{ Кл}$$

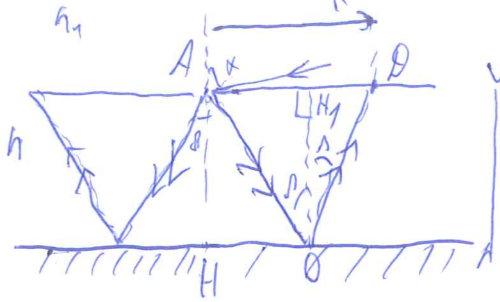
Ответ: заряд второго шара $q_2 = q_1\left(1 - \frac{r}{R}\right) = 2\cdot10^{-11}$ Кл

37-10-00-83
(5.2)

№4. 10.3

Чистовик

Дано:
$R = 8см$
$h = 4см$
$n - ?$



При прохождении экрана луч преломляется.
Максимальный угол преломлённого луча ~~равен~~ будет при угле падающего луча, равном 90°

З-н преломления: $n_1 \sin\alpha = n \sin\beta$

$n_1 \approx 1$ $\quad \beta_{max}$: $\sin 90° = n \sin\beta_{max} \Leftrightarrow \sin\beta_{max} = \frac{1}{n}$

$R = AD = AH_1 + H_1D = HO + H_1D$

по закону отражения угол падения равен углу отражения, равен β

$R = HO + H_1D = h\,tg\beta_{max} + h\,tg\beta_{max} = 2h\,tg\beta_{max}$

т.е. $tg\beta_{max} = \frac{R}{2h}$

$\sin^2\beta_{max} + \cos^2\beta_{max} = 1 \Leftrightarrow \cancel{tg^2\beta_{max}} \quad 1 + ctg^2\beta_{max} = \frac{1}{\sin^2\beta_{max}} \Leftrightarrow$

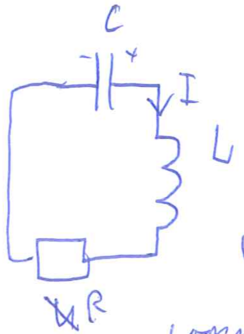
$\Leftrightarrow \sin^2\beta_{max} = \frac{1}{1+\frac{1}{tg^2\beta_{max}}} = \frac{1}{1+\frac{4h^2}{R^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1+\frac{4h^2}{R^2}} \Rightarrow n = \sqrt{1+\frac{4h^2}{R^2}} =$

$= \sqrt{1+\frac{4\cdot 16 см^2}{64 см^2}} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

Ответ: $n = \sqrt{1+\frac{4h^2}{R^2}} = \sqrt{2}$

Чистовик

№ 1.4.3



Дано:
$R = 0{,}4$ Ом
$C = 40$ мкФ
$U = 1$ В
$Q = 31{,}4$ мДж

L — ?

затухание слабое, значит на периоде $I = I_{max}\cos\omega t$ (+)

правило Кирхгофа:

$$U + \mathcal{E}_i = IR \Leftrightarrow U_{max}\cos(\omega t+\varphi) - L\frac{dI}{dt} = I_{max}R\cdot\cancel{\cos\varphi}\cos(\omega t)$$

подставим $t = 0$

$$U_{max}\cos\varphi - 0 = I_{max}R \Leftrightarrow I_{max} = \frac{U_0}{R} \quad (+)$$

$\frac{dI}{dt} = 0$, т.к. I_{max} — максимум.

Энергия системы $E = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} + \frac{LI_{max}^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} + \frac{LU_0^2}{2R^2} = \frac{U_0^2}{2}\left(C + \frac{L}{R^2}\right)$

за период E изменяется слабо, к $t = \frac{\pi}{2\omega}$ $I = 0$

$$U = U_{max}\cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right) = -U_{max}\sin\varphi$$

$$E = \frac{CU^2}{2} = \frac{C(U_{max}\sin\varphi)^2}{2}$$

т.е. $\frac{C}{2}(U_{max}\sin\varphi)^2 = \frac{U_0^2}{2}\left(C+\frac{L}{R^2}\right) \Leftrightarrow U_{max}\sin\varphi = U_0\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}}$ $\Rightarrow$

$U_{max}\cos\varphi = U_0$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \sqrt{1+\frac{L}{CR^2}}$$

правило Кирхгофа: $U_{max}\cos(\omega t+\varphi) + L\omega I_{max}\sin(\omega t) = \cos(\omega t)I_{max}R$

подставим $t = \frac{\pi}{2\omega}$: $-U_{max}\sin\varphi + L\omega I_{max} = 0 \Leftrightarrow L\omega\frac{U_0}{R} = U_0\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \omega = \frac{R}{L}\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}}$ $\quad T$ — период $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi L}{R\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}}}$

$$Q = \frac{RI_{max}^2}{2}T = \frac{RU_0^2}{2R^2}\cdot\frac{2\pi L}{R\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}}} \Leftrightarrow Q = \frac{\cancel{RU_0}U_0^2}{2R}\cdot\frac{2\pi L}{R\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}}} \Leftrightarrow$$

+

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{2\pi}L}{\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}}} = \frac{2R^2Q}{2\pi U_0^2} \Leftrightarrow \frac{L^2}{1+\frac{L}{CR^2}} = \frac{R^4Q^2}{\pi^2U_0^4} \Leftrightarrow L^2 = \frac{R^4Q^2}{\pi^2U_0^4} + \frac{L}{CR^2}\cdot\frac{R^4Q^2}{\pi^2U_0^4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L^2 - L\frac{R^2Q^2}{\pi^2U_0^4C} - \frac{R^4Q^2}{\pi^2U_0^4} = 0 \quad (+)$$

чистовик

подставим:

$$\frac{R^4 Q^2}{\pi^2 \eta_0^4} = \frac{0{,}0256\ Ом^4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot 10^{-6}\ Ом^2}{3{,}14^2 \cdot 16^4} = 2{,}56 \cdot 10^{-6}\ Гн^2$$

$$\frac{R^2 Q^2}{\pi^2 \eta_0^4 C} = \frac{0{,}16\ Ом \cdot (3{,}14)^2 \cdot 10^{-6}\ Ом^2}{3{,}14^2 \cdot 16^4 \cdot 40 \cdot 10^{-6}\ Ф} = \frac{16 \cdot 10^{-6}}{40 \cdot 10^{-6}} Гн = \frac{2}{5} Гн$$

$$L^2 - 0{,}4 L \cdot Гн - 2{,}56 \cdot 10^{-6}\ Гн^2 = 0 \Leftrightarrow L = 0{,}4\ Гн$$

~~$\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}} \approx 1 + \frac{L}{2CR^2}$~~

$$\frac{L}{1+\frac{L}{2CR^2}} = \frac{2R^2 Q^2}{2\pi \eta_0^2} \Leftrightarrow L = \frac{2R^2 Q}{2\pi \eta_0^2} + L\frac{Q}{2\pi \eta_0^2 C} \Leftrightarrow L\left(1 - \frac{Q}{2\pi \eta_0^2 C}\right) = \frac{R^2 Q}{\pi \eta_0^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{R^2 Q}{\pi \eta_0^2 \left(1 - \frac{Q}{2\pi \eta_0^2 C}\right)} = \frac{0{,}16\ Ом^2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-3}\ Ом}{3{,}14 \cdot 16^2 \left(1 - \frac{3{,}14 \cdot 10^{-3}\ Ом}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 16^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}\right)}$$

Ответ: $L = \frac{R^2 Q^2}{\pi^2 \eta_0^4 C} = 0{,}4\ Гн$

откуда?

№ 5.4.3

черновик

$\frac{1}{0,8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} =$

Дано: $[\frac{Bт}{Ом \cdot Ом^2}] = \frac{Вт}{}$

$R = 0,4$ Ом

$C = 40$ мкФ

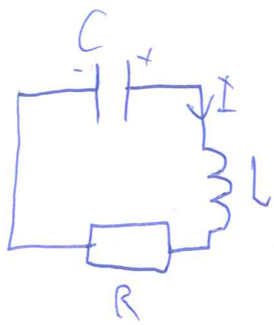
$U_0 = 1$ В

$I = I_{max}$

$Q = 31,4$ мДж

$L - ?$

$P = IU = I^2 R$



$98,596 \cdot 4 = 394,384$

колебания слабо затухающие => гармонические

$\frac{40}{4000} = \frac{4}{400} = 0,01$

$I \approx I_{max} \cos(\omega t)$

правило Кирхгофа: $U + \mathcal{E}_i = RI \Leftrightarrow \frac{q}{C} - L\frac{dI}{dt} = RI$

$I = -\frac{dq}{dt}$ т.е. $L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$

$31,4 \cdot 31,4 = 1256 + 942 = 985,96 \approx 986$

$\Leftrightarrow L\omega \frac{U_0}{R} = \frac{q_{max}\cos\varphi}{C}$ $\omega = \frac{R}{LU_0} q_{max} \sin\varphi$

$q = q_{max}\cos(\omega t + \varphi)$ $t = \frac{\pi}{\omega}$

$-\frac{q_{max}\sin\varphi}{C} + L I_{max}\omega = 0 \Leftrightarrow$

$\frac{q_{max}\cos(\omega t + \varphi)}{C} + L I_{max}\omega \sin(\omega t) = R I_{max}\cos(\omega t)$

I_{max} при $t = 0$ т.е. $\frac{q_{max}\cos\varphi}{C} = R I_{max} \Leftrightarrow U_0 = R I_{max} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow I_{max} = \frac{U_0}{R}$

$R = \frac{U}{I}$ $Ом^2 = \frac{В^2}{А^2} = \frac{В^2 \cdot с^2}{Кл^2}$

$I = -\frac{dq}{dt}$ т.е. $q = q_{max} \Leftrightarrow$, если $I = 0$

~~Энергия системы:~~ ~~т.е.~~ $q = q_{max} \Leftrightarrow \cos(\omega t + \varphi) = 1$ $[\omega] = \frac{Ом}{Кл}$

$I = 0 \Leftrightarrow \cos(\omega t) = 0 \Leftrightarrow \omega t = \frac{\pi}{2}$ $Кл = \frac{Ом}{\omega}$

$\cancel{Q = \int_0^{2\pi} I U_R \, dt = \int_0^{2\pi} I_{max}\cos(\omega t)}$ $Q = \cancel{\frac{I_{max} q_{max}}{2}\cos(\varphi) = \frac{I_{max} U_0}{2}} =$

$= \cancel{\frac{U_0^2 R}{2}} = \frac{R I_{max}^2}{2}\cos\varphi = \frac{U_0^2}{2R}\cos\varphi$ $\cancel{Q} = U_R$

Энергия системы $E = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{L I_{max}^2}{2} + \frac{CU_0^2}{2} = \frac{L U_0^2}{2R^2} + \frac{C U_0^2}{2}$

$U_{max}\cos\varphi = U_0$

$E = \frac{L(I_{max}\cos(\frac{\pi}{2}))^2}{2} + \frac{C(q_{max}\cos(\frac{\pi}{2} + \varphi))^2}{2} =$

$= \frac{C q_{max}^2 \cos^2(\frac{\pi}{2} + \varphi)}{2} = \frac{C q_{max}^2 \sin^2(\varphi)}{2}$

$q_{max}\sin(\varphi) = \ldots$

$q_{max}\cos(\varphi) = \ldots$

Черновик №5.4.3 ~~Черновик~~ ~~Чистовик~~

Дано:

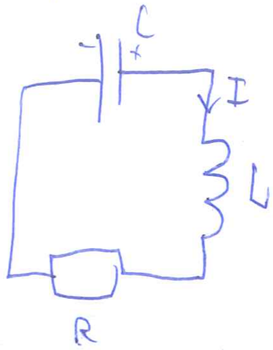
$R = 0{,}4$ Ом

$C = 40$ мкФ

$U = 1$ В

$Q = 31{,}4$ м Ом

L - ?



Затухание слабое, значит на периоде можно считать, что $I = I_{MAX}\cos(\omega t)$

правило Кирхгофа:

$U + \mathcal{E}_i = IR \Leftrightarrow U - L\frac{dI}{dt} = IR$

$U = U_{MAX}\cos(\varphi + \omega t)$

т.к. $t = 0$ при $I = I_{MAX}$

$\frac{dI}{dt} = -I_{MAX}\,\omega\sin(\omega t)$

в момент времени $t = 0$ $\quad U_{MAX}\cos\varphi + LI_{MAX}\omega\sin(\omega\cdot 0) = RI_{MAX}\cos(\omega\cdot 0)$

$\Leftrightarrow U_{MAX}\cos\varphi = RI_{MAX} \Leftrightarrow U_0 = RI_{MAX} \Leftrightarrow I_{MAX} = \frac{U_0}{R}$

$U_{MAX}\cos\varphi = U_0$

Энергия системы: $E = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} + \frac{LI_{MAX}^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} + \frac{LU_0^2}{2R^2}$

за период энергия почти не меняется

т.к. $t = \frac{\pi}{2\omega}$ $\quad I = I_{MAX}\cos\frac{\pi}{2} = 0$

$U = U_{MAX}\cos(\frac{\pi}{2} + \varphi) = -U_{MAX}\sin\varphi$

$E = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{CU_{MAX}^2\sin^2\varphi}{2}$

т.е. $\frac{C}{2}(U_{MAX}\sin\varphi)^2 = \frac{U_0^2}{2}(C + \frac{L}{R^2}) \Leftrightarrow (U_{MAX}\sin\varphi)^2 = U_0^2(1 + \frac{L}{CR^2}) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow U_{MAX}\sin\varphi = U_0\sqrt{1 + \frac{L}{CR^2}}$ $\quad\Big|\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \sqrt{1 + \frac{L}{CR^2}}$

$U_{MAX}\cos\varphi = U_0$

$\cancel{Q = \frac{RI_{MAX}^2}{2}\cos\varphi = \frac{RU_0^2}{2R^2}\cos\varphi = \frac{U_0^2}{2R}\cos\varphi \Leftrightarrow \cos\varphi = \frac{2RQ}{U_0^2} \Leftrightarrow}$

$\cancel{\Leftrightarrow \cos^2\varphi = \frac{4R^2Q^2}{U_0^4} \Leftrightarrow \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\varphi} = \frac{4R^2Q^2}{U_0^4} \Leftrightarrow \frac{1}{2 + \frac{L}{CR^2}} = \frac{4R^2Q^2}{U_0^4} \Leftrightarrow}$

$\cancel{\Leftrightarrow 2 + \frac{L}{CR^2} = \frac{U_0^4}{4R^2Q^2} \Leftrightarrow \frac{L}{CR^2} = \frac{U_0^4}{4R^2Q^2} - 2 \Leftrightarrow L = \frac{U_0^4 C}{4Q^2} - 2CR^2 =}$

$\cancel{= \frac{1В^4 \cdot 40\cdot 10^{-6}Ф}{4\cdot(31{,}4)^2\cdot 10^{-6}Ом^2} - 2\cdot 10^{-6}\cdot 40Ф\cdot 0{,}16Ом^2 =}$

$\cancel{\times 31{,}4 \; 31{,}4}$

Черновик

$u_{max}\cos(\omega t+\varphi)+L\omega I_{max}\sin(\omega t)=RI_{max}\cos(\omega t)$

подставим $t=\frac{\pi}{2\omega}$

$-u_{max}\sin\varphi+L\omega I_{max}=0 \Leftrightarrow L\omega\frac{u_0}{R}=u_{max}\sin\varphi=u_0\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow L\omega=R\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}} \Leftrightarrow \omega=\frac{R}{L}\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}}$

$Q=\frac{RI_{max}^2}{2}\cos\varphi\cdot T$ (T - период) $\quad T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{L\,2\pi}{R\sqrt{1+\frac{L}{CR^2}}}$

т.о. $Q^2=\frac{R^2u_0^4}{2R^4}\cos^2\varphi\,T^2 \Leftrightarrow Q^2=\frac{u_0^4}{2R^2}\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\varphi}\frac{L^2\cdot 4\pi^2}{R^2(1+\frac{L}{CR^2})} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow Q^2=\frac{u_0^4L^24\pi^2}{2R^4(1+\frac{L}{CR^2})(2+\frac{L}{CR^2})}=\frac{u_0^4L^24\pi}{2R^2(R^2+\frac{L}{C})(2R^2+\frac{L}{C})}=$

~~$u_R=u_0-L\frac{dI}{dt}=u_{max}\cos(\omega t+\varphi)-L\omega I_{max}\sin(\omega t)=$~~

~~$=u_{max}\cos(\omega t+\varphi)-L\omega I_{max}\sin(\omega t)$~~

$u_R=IR=I_{max}\cos(\omega t)R$

$Q=\frac{I_{max}^2R}{2}T=$

черновик

Дано:

$R_1 = 6,4 \cdot 10^4$ км

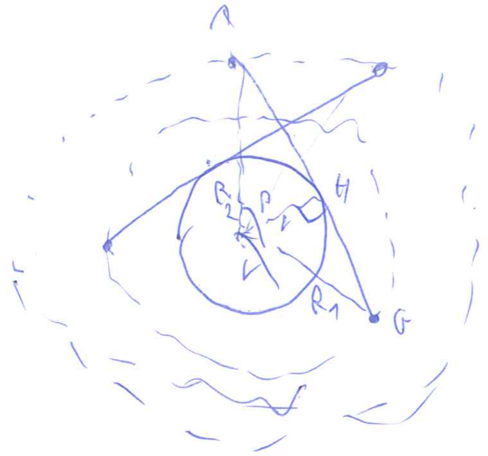
$R_2 = 10^5$ км

$V = 6,4 \cdot 10^3$ км

$M = 6 \cdot 10^{24}$ кг

$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$

T ?



$a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{aR}$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{\sqrt{aR}}{R} = \sqrt{\frac{a}{R}} = \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{R}} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

$$\cos\alpha = \frac{R_2^2 + R_1^2 - AG^2}{2R_2R_1} = \frac{R_2^2 + R_1^2 - (AH + HG)^2}{2R_2R_1}$$

$$\arccos\frac{r^2 - \sqrt{(R_1^2 - r^2)(R_2^2 - r^2)}}{R_2R_1} \approx \arccos\frac{r^2 - R_2R_1}{R_2R_1} = \arccos\left(\frac{r^2}{R_1R_2} - 1\right) =$$

$$= \pi - \arccos\left(1 - \frac{r^2}{R_1R_2}\right) = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(1 - \frac{r^2}{R_1R_2}\right) \approx \frac{\pi}{2} + 1 - \frac{r^2}{R_1R_2}$$

$$1 - \frac{r^2}{R_1R_2} = 1 - \frac{6,4^2 \cdot 10^6}{6,4 \cdot 10^9} = 1 - 6,4 \cdot 10^{-3} =$$

$\sin x$ $\sin$ $\cos 2x =$ $\cos 2x = \sin x + \cos$ $1 - 2\sin^2 x$ $\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \Leftrightarrow$$

$$\arccos x = -\arcsin x + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos\alpha = \frac{r^2 - RR_2}{R_1R_2} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{(r^2 - RR_2)^2}{RR_2^2}} = \frac{\sqrt{R_1^2R_2^2 - r^4 + R_1^2R_2^2 - 2R_1R_2r^2}}{RR_2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2R_1R_2}\,r}{R_1R_2} = \frac{\sqrt{2}\,r}{\sqrt{R_1R_2}}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\,r}{\sqrt{GM}\left(\frac{\sqrt{R_2}}{R_1}-\frac{\sqrt{R_1}}{R_2}\right)}=\frac{2\sqrt{2}\cdot 6{,}4\cdot 10^{3}\,\text{км}}{\sqrt{6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}}}\left(\frac{\sqrt{10^{7}}}{6{,}4\cdot 10^{4}}-\frac{\sqrt{6{,}4\cdot 10^{4}}}{10^{7}}\right)}=$$

черновик

$$=\frac{2\sqrt{2}\cdot 6{,}4\cdot 10^{3}\,\text{км}}{}$$