0 266220 580009

26-62-20-58
(5.7)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Алешиной Екатерины Алексеевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«9» февраля 2024 года

Подпись участника

26-62-20-58 (5.7)

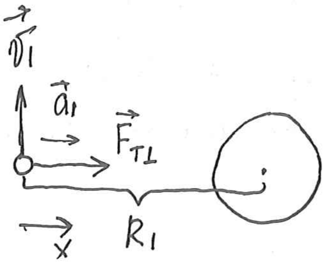
1	2	3	4	5
20	20	20	14	13

Чистовик

Задача №1

Рассмотрим вз-е спутников с Землей:

По 2ЗН: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$



x: $F_{T_1} = m_1 a_1$

$$\frac{GMm_1}{R_1^2} = m_1 a_1$$

$$\frac{GM}{R_1^2} = \frac{v_1^2}{R_1} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} = const$$

Аналогично для 2-ого спутника:

$$\frac{GMm_2}{R_2^2} = m_2\frac{v_2^2}{R_2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}} = const$$

Найдем угловые скорости движ-я спутников: $v_1 = \omega_1 R_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{v_1}{R_1} = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}}$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}}$$

Пусть за некоторое время Δt спутники повернутся соответственно на углы α_1 и α_2:

Тогда: $\omega_1 = \frac{\alpha_1}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \omega_1\Delta t$

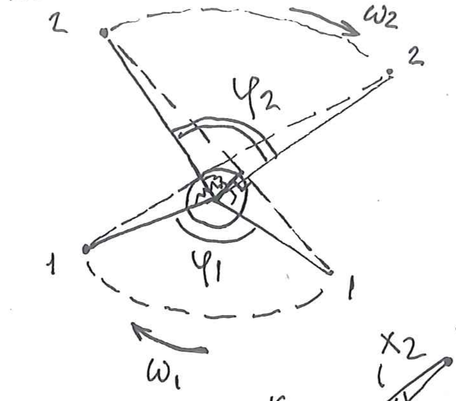
$$\alpha_2 = \omega_2\Delta t \Rightarrow \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3}}$$

Заметим, что $R_2 > R_1 \Rightarrow \alpha_1 > \alpha_2$

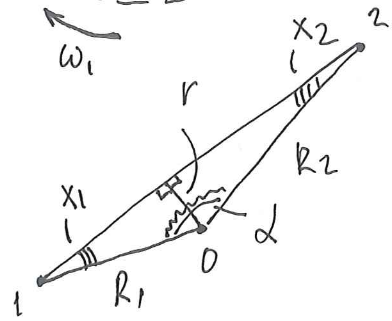
Пусть за искомое время τ спутники повернулись на углы φ_1 и φ_2

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3}}$$

Рассмотрим их движ-е отн-но Земли. Луч лазера в начальный и конечные моменты времени направлены по касательной к пов-ти Земли: Чистовик



Рассмотрим треугольник, который образуют спутники и центр Земли (в нач. и кон. моменты времени они одинаковы)



x_1, x_2 – малые углы:

$$\sin x_1 = \frac{r}{R_1} \Rightarrow x_1 \approx \frac{r}{R_1}$$

$$\sin x_2 = \frac{r}{R_2} \Rightarrow x_2 \approx \frac{r}{R_2}$$

$\angle 1O2 = \alpha = \pi - x_1 - x_2$, $x_1 \approx \frac{6{,}4\cdot 10^3}{6{,}4\cdot 10^4} = 0{,}1$ рад

($\pi \approx 3{,}14$ рад)

$$x_2 \approx \frac{6{,}4\cdot 10^3}{10^5} \approx 0{,}064 \text{ рад}$$

$$\alpha = 3{,}14 - 0{,}1 - 0{,}064 = 2{,}976 \text{ рад}$$

Из геометрии: $\alpha - \varphi_2 + \alpha + \varphi_1 = 2\pi = 6{,}28$ рад

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi - 2\alpha, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = 0{,}328 \text{ рад}$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \sqrt{\frac{10^{15}}{6{,}4^3\cdot 10^{12}}} = \sqrt{\frac{10^3}{(64\cdot 10^{-1})^3}} = \sqrt{\frac{10^6}{4^9}} = \sqrt{\frac{10^6}{8^6}} = \frac{10^3}{8^3} =$$

$$= \frac{10^3}{512} \Rightarrow \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = 0{,}512 \Rightarrow \varphi_2 = 0{,}512\varphi_1 \Rightarrow \varphi_1 - 0{,}512\varphi_1 = 0{,}488\varphi_1$$

$$\Downarrow$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{6{,}4^3\cdot 10^{21}}} \approx \frac{2\cdot 10^{-2}}{512} (c^{-1})$$

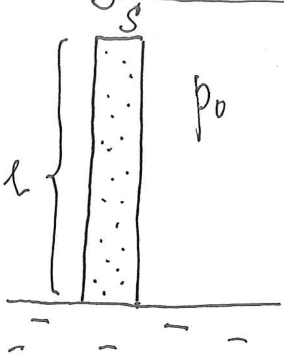
$$\varphi_1 = \frac{0{,}328}{0{,}488} \approx 0{,}67 \text{ рад}$$

$$\varphi_1 = \omega_1 \cdot \tau \Rightarrow \tau = \frac{\varphi_1}{\omega_1} = \frac{\varphi_1}{\sqrt{\frac{GM}{R_1^3}}} = \varphi_1\sqrt{\frac{R_1^3}{GM}}$$

$$\tau = 0{,}67 \cdot \frac{\overset{256}{\cancel{512}}}{\cancel{2}\cdot 10^{-2}} \approx 17152 \text{ (с)}$$

Ответ: $\tau \approx 17\cdot 10^3$ с.

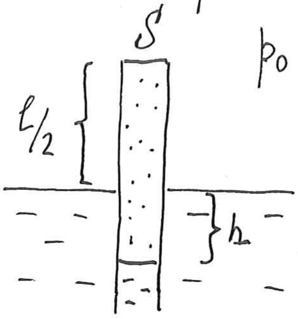
Задача №2 (Чистовик)



По з-ну Дальтона: $p_{вв_1} = p_{св_1} + p_{нп}$

$p_{вв_1} = p_0 \Rightarrow p_{св_1} = p_0 - p_{нп}$

Рассмотрим газ в трубке после ее погружения. Т.к. температура газа не изменилась, а объем газа в ней уменьшился, то водяной пар остался насыщенным.



$p_{вв_2} = p_{св_2} + p_{нп}$

$p_{вв_2} = p_0 + \rho g h$

Для сухого воздуха (считаем его ид. газом) верно ур-е Менделеева-Клапейрона:

$p_{св_1} \cdot l S = \nu_{св} R T$

$p_{св_2}\left(\frac{l}{2}+h\right)S = \nu_{св} R T \Rightarrow p_{св_1} \cancel{S} l = p_{св_2}\left(\frac{l}{2}+h\right)\cancel{S}$

$p_{св_2} = (p_0 - p_{нп})\frac{l}{\frac{l}{2}+h} = (p_0 - p_{нп})\frac{2l}{l+2h}$

$p_0 + \rho g h = (p_0 - p_{нп})\frac{2l}{l+2h} + p_{нп}$

$p_0 - p_{нп} + \rho g h = \frac{2l}{l+2h}(p_0 - p_{нп}) \Rightarrow \cancel{\frac{2l}{l+2h} = 1 + \frac{\rho g h}{p_0 - p_{нп}}}$

$\Downarrow$

$(p_0 - p_{нп})l + 2h(p_0 - p_{нп}) + \rho g h l + 2\rho g h^2 = 2l(p_0 - p_{нп})$

$(p_0 - p_{нп})l - \rho g h l = (p_0 - p_{нп} + \rho g h)\cdot 2h$

$l = \frac{p_0 - p_{нп} + \rho g h}{p_0 - p_{нп} - \rho g h}\cdot 2h$

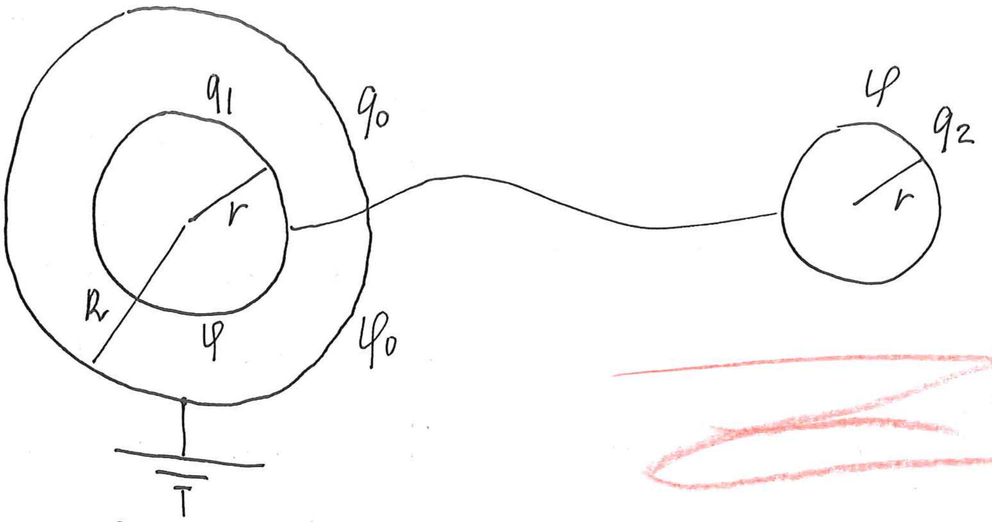
(Чистовик)

$$l = \frac{10^5 - 14{,}5\cdot10^3 + \overbrace{10^3\cdot10\cdot0{,}45}^{4{,}5\cdot10^3}}{10^5 - 14{,}5\cdot10^3 - \underbrace{10^3\cdot10\cdot0{,}45}_{4{,}5\cdot10^3}}\cdot 2\cdot 0{,}45 = \frac{10^5-10^4}{10^5-19\cdot10^3}\,0{,}9 =$$

$$= \frac{100-10}{100-19}\cdot0{,}9 = \frac{\cancel{90}^{\,9}}{\cancel{81}_{\,9}}\cdot\frac{9}{\cancel{10}} = 1\ (м)$$

Ответ: 1 м.

Задача №3



Т.к. сфера заземлена, что ее потенциал равен нулю ($\varphi_0 = 0$). Второй шар находится на большом расстоянии от сферы, поэтому его поле не влияет на потенциал сферы.
Т.к. шары проводящие (металлич.), то их можно представить как сферы.

$$\varphi_0 = \frac{kq_1}{R} + \frac{kq_0}{R} = 0 \Rightarrow q_0 = -q_1$$

Т.к. шары соединены проводом, что их потенциалы равны

26-62-20-58
(5.7)

(Чистовик)

$$\varphi = \frac{kq_1}{r} + \frac{kq_0}{R} = \frac{kq_2}{r}$$

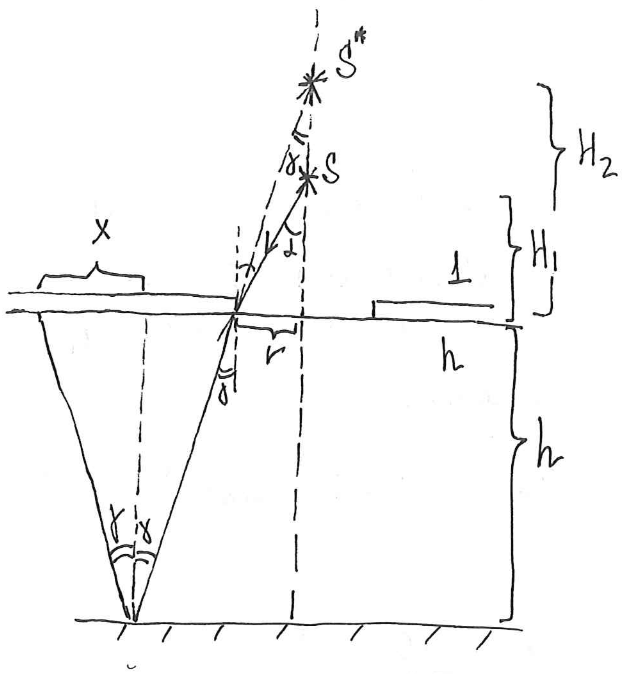
$$\frac{q_1}{r} - \frac{q_1}{R} = \frac{q_2}{r} \Rightarrow q_2 = q_1 - q_1\frac{r}{R}$$

$$q_2 = q_1\left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

$$q_2 = 6\cdot10^{-10}\left(1 - \frac{2}{3}\right) = 6\cdot10^{-10}\cdot\frac{1}{3} = 2\cdot10^{-10}\ (\text{Кл})$$

Ответ: $2\cdot10^{-10}$ Кл.

Задача №4



По з-ну Снеллиуса (считаем, что пучок света сначала нах-я в воздухе)

$$1\cdot\sin\alpha = n\cdot\sin\beta$$

По усл-ю r — мало, поэтому в приближении будем считать, что $R \approx 2x$, где

$$tg\gamma = \frac{x}{h} \Rightarrow x = h\cdot tg\gamma$$

$$R = 2h\cdot tg\gamma \Rightarrow tg\gamma = \frac{R}{2h};\quad tg\gamma = \frac{8}{2\cdot4} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma = 45^\circ;$$

$tg\gamma = \frac{r}{H_2} \Rightarrow H_2 = r$, но r мало, значит H_2 мало. Из рисунка видим, что

$H_1 < H_2 \Rightarrow H_1$ — мало

(Чистовик)

H_1 – высота источника расход. пучка света над поверхностью ~~воды~~ жидкости. Т.к. $H_1 < r \approx 0$, то можно считать, что этот источник находится прямо над пов-ю жидкости $\Rightarrow$

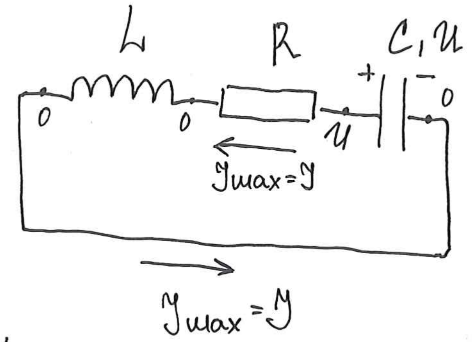
$\Rightarrow \alpha = 90^\circ$

$$1 \cdot \sin 90^\circ = n \cdot \sin 45^\circ \Rightarrow n = \frac{1}{\sin 45^\circ}$$

$$n = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} \approx 1,4$$

Ответ: $n = \sqrt{2} \approx 1,4$.

Задача №5



метод потенциалов

Рассмотрим цепь в момент, когда ток в ней максимален $I_{max} = I$

$U_L = L \cdot I'$, $I = I_{max} \Rightarrow I' = 0 \Rightarrow$

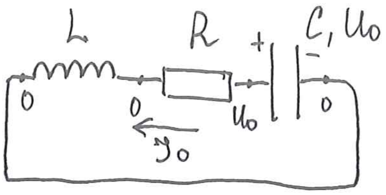
$\Rightarrow U_L = 0$

$$I = \frac{U - 0}{R} = \frac{U}{R}$$

$$I = \frac{1}{0,4} = 2,5 \ (A)$$

Рассмотрим цепь в момент, когда ток в ней снова станет максимальным и равным I_0 ($I_0 \neq I$):

$U_L = 0 \Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{R}$, где U_0 – напр-е на конденсаторе в этот момент времени



(Чистовик)

Запишем ЗСЭ за этот период времени:

$$A_б = \Delta W_C + \Delta W_L + Q$$

$$A_б = 0 \Rightarrow Q + \frac{CU_0^2}{2} + \frac{LI_0^2}{2} - \frac{CU^2}{2} - \frac{LI^2}{2} = 0$$

$$2Q + CI_0^2R^2 + LI_0^2 = CU^2 + L\frac{U^2}{R^2}$$

$$Q = \Sigma \Delta Q = \sum I^2 R \Delta t = R \Sigma I^2 \Delta t$$

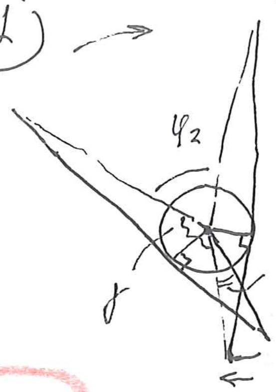
Т.к. по усл-ю колебания слабо затухающие, то в рамках одного периода приближенно посчитаем их гармоническими: $I = I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$, где $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $T = 2\pi\sqrt{LC}$

$$Q = \int dQ = \int_0^T I_0^2 \cos^2(\omega t)\,dt = \int_0^T I_0^2 \cancel{(1 - \sin^2(\omega t))}$$

$$= I_0^2 \int_0^T \cos^2(\omega t)\,dt$$

Черновик

w1



$$x_1 = \frac{6{,}4\cdot10^3}{6{,}4\cdot10^4} = 10^{-1} = 0{,}1 \text{ рад}$$

$$x_2 = \frac{6{,}4\cdot10^3}{10^5} = 6{,}4\cdot10^{-2} = 0{,}064 \text{ рад}$$

$$\gamma = 3{,}14 - 0{,}1 - 0{,}064 = 2{,}976 \text{ рад}$$

$$\begin{array}{r} 3{,}040 \\ -\,0{,}064 \\ \hline 2{,}976 \end{array}$$

$\cancel{\varphi_2 = \pi - \varphi_1}$

$\cancel{\varphi_1 + \varphi_2}$

$$\begin{array}{r} 2{,}976 \\ \times\ 2 \\ \hline 5{,}952 \end{array}$$

$$\varphi_2 = 6{,}28 - 2\gamma + \varphi_1$$

$$\begin{array}{r} 6{,}280 \\ -\,3{,}052 \\ \hline 3{,}228 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6{,}280 \\ -\,5{,}952 \\ \hline 0{,}328 \end{array}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 6{,}28 - 2\cdot2{,}976$$

$\cancel{\frac{\varphi_2}{\varphi_1}}$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \sqrt{\frac{6{,}4^3\,10^{12}}{10^{15}}} = \frac{\sqrt{6{,}4^3}}{10}$$

$$6{,}4 = \frac{64}{10} = \frac{4^3}{10}$$

$$\sqrt{\frac{4^9}{10^3}} = \frac{9}{100} = 0{,}09$$

$$\varphi_1 = 0{,}09\cdot\varphi_2$$

$$1{,}09\,\varphi_2 = 3{,}228 \Rightarrow \varphi_2 =$$

$\cancel{3{,}228 \,|\, 1{,}090}$

$$\begin{array}{l} 3228 \,|\, 1090 \\ 2180 \quad 2{,}961 \approx \boxed{2{,}96} \\ 10480 \\ 9810 \\ 6700 \\ 6540 \\ 1600 \end{array}$$

$$\varphi_2 \approx 2{,}96 \text{ рад}$$
$$\varphi_1 \approx 0{,}268 \text{ рад}$$

$$\begin{array}{r} 3{,}228 \\ -\,2{,}960 \\ \hline 0{,}268 \end{array}$$

$$\varphi_1 = \omega_1\cdot\tau$$

$$\tau = \frac{\varphi_1}{\omega_1} = \frac{\varphi_1}{\sqrt{\frac{GM_1}{R_1^3}}}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{6{,}7\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}{6{,}4\cdot10^4\cdot10^3}} = 10^{-2}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ -\,11 \\ \hline 13 \\ -\,7 \\ \hline 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6{,}7 \\ \times\ 6 \\ \hline 40{,}2 \\ \times\ 6{,}4 \\ \hline 1608 \\ 2412 \\ \hline 25728 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0{,}268 \,|\, 160 \\ 160 \quad 1{,}67 \\ 1080 \\ 960 \\ 1200 \\ 1120 \\ 80 \end{array}$$

0,268 16000

$$= \sqrt{\frac{6{,}7\cdot6}{6{,}4}}\cdot1000 \approx 16\cdot10^3$$

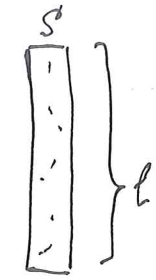
256

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 16 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\tau = \frac{0{,}268}{16\cdot10^3} \approx 1{,}67\cdot10^{-5}\ (c)$$

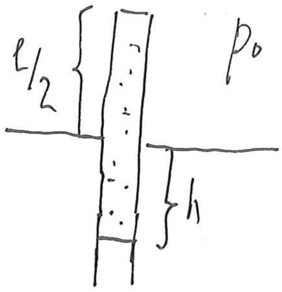
Черновик

№2.



$p_{вв} = p_{св} + p_{нп}$

$p_{св_1} S l = \nu_{св} R T$



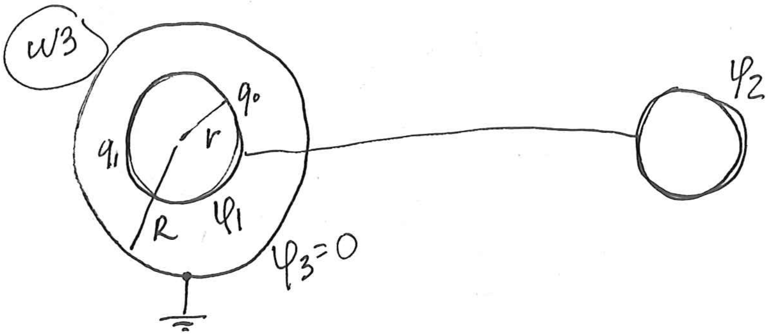
$p_{вв} = p_0 + \rho g h$

$p_{св_2} S\left(\frac{l}{2} + h\right) = \nu_{св} R T$

$p_{св_1} S l = p_{св_2} S\left(\frac{l}{2} + h\right)$

$p_{св_1} = p_0 - p_{нп} \Rightarrow p_{св_2} = \dots$

№3



$256 \times 0{,}67 = 1792 + 1536 = 171{,}52$

42 35 14 36 30 12

$2q_0 = q_1 + q_2$

$\frac{kq_0}{R} + \frac{kq^*}{R} = 0$

$q_0 = -q^*$

$q_1 = -q^{**}$

$\frac{kq_2}{r} = \frac{kq_1}{r} + \frac{kq^{**}}{R}$

$\Downarrow$

$q_2 = \dots$

$6{,}7 \times 6 = 40{,}2$

$\sqrt{\frac{6{,}7 \cdot \cancel{10^{-11}} \cdot 6 \cdot \cancel{10^{24}}}{6{,}4^3 \cdot \cancel{10^{21}}}}$ 10^{-8} 10^{3}

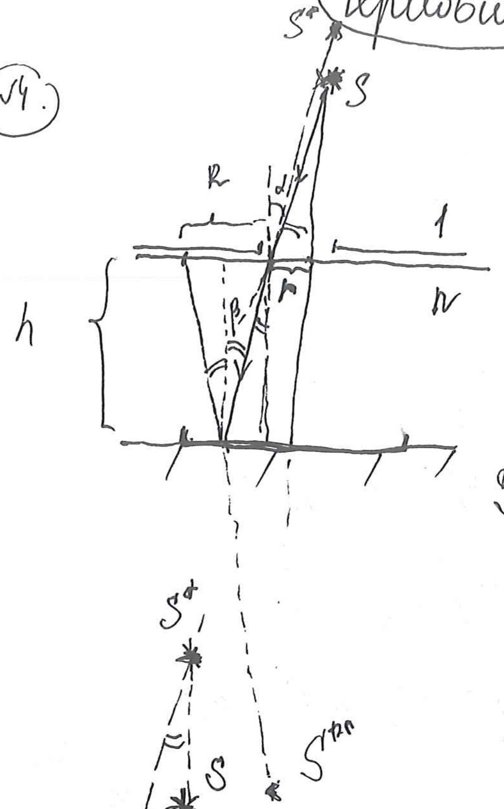
$\sqrt{\frac{40{,}2 \cdot \cancel{10^{-8}}\, 10^{-5}}{64^3 \cdot \cancel{10^{-3}}}} = \sqrt{\frac{40{,}2 \cdot 10^{-5}}{8^6}}$ $\frac{\sqrt{40{,}2}\, 10^{-2}}{512} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{512}$

$(8^2)^3$ ≈ 2

Черновик

№4.

$$\begin{array}{r}100\\-19\\\hline 81\end{array}$$

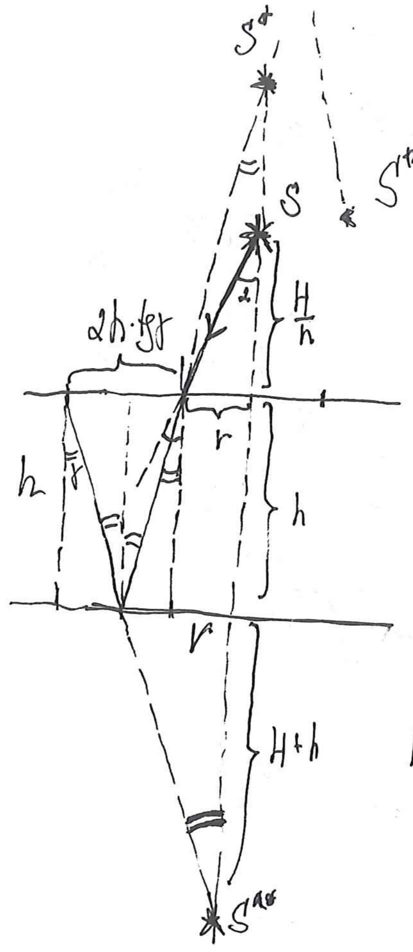


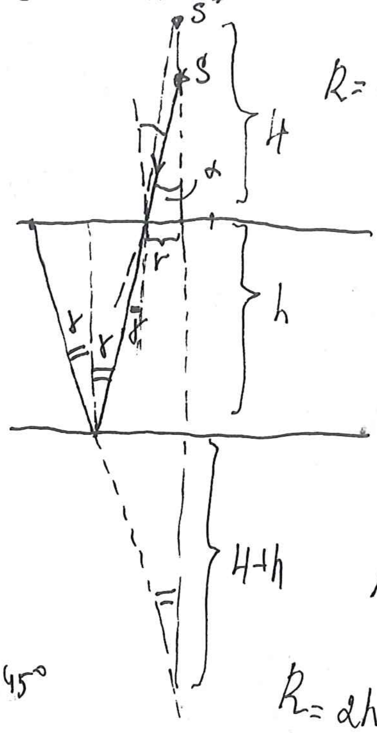
$1\cdot\alpha = n\cdot\beta$

$r \to 0$

$tg\beta = \frac{R}{2\cdot h}$

$\frac{\gamma}{\alpha} \approx \frac{1}{n}$





$R = r + 2h\cdot tg\beta$

$\cancel{tg\gamma = \frac{2h+H}{R}}$

$tg\gamma = \frac{R}{2h+H}$

$tg\alpha = \frac{r}{H}$

$\cancel{H = tg\alpha}$

$H = \frac{r}{tg\alpha}$

$R = 2h\cdot\gamma + \frac{r}{\alpha}\cdot\gamma$

$tg\gamma = \frac{x}{h}$

$\gamma = \frac{8}{2\cdot 4} = 45^\circ$

$H = r\angle$

$r = R - 2h\gamma$

$R = 2h\gamma + \frac{R}{n} - 2h\frac{\gamma^2}{\alpha}$

$\alpha = \frac{r}{H}\cdot n$ $\gamma = \frac{r}{H}$

$n = \frac{\alpha}{\gamma}$

$\cancel{r+2H}$

$ctg\gamma = \frac{r+2h}{R}$

$\gamma = \frac{R}{H+2h}$, $R = r + 2h\cdot\gamma$

$R = \gamma H + 2h\cdot\gamma = \alpha\frac{H}{n} + 2h\gamma =$

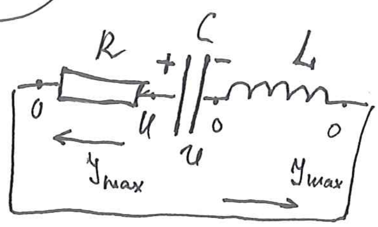
$r = \alpha\cdot\frac{H}{n}$

$\cos^2 x =$

$= \cancel{\cos 3x}$

Черновик

№5.



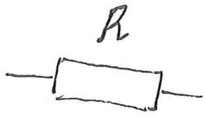
$I = I_{max} \Rightarrow U_L = 0$

$I_{max} = \frac{U}{R} \Rightarrow I$

$A_\delta = 0 = Q + \Delta W_C + \Delta W_L$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$

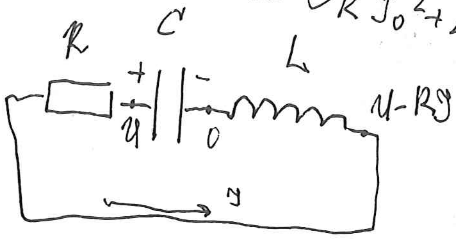
$Q + \frac{CU_0^2}{2} + \frac{LI_0^2}{2} - \frac{CU^2}{2} - \frac{LI^2}{2} = 0$



$I_0 = \frac{U_0}{R}$

$q_0 =$

$2Q + CR^2I_0^2 + LI_0^2 = CU^2 - LI^2$

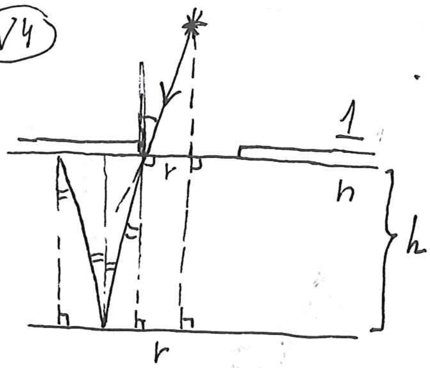


$U - RI = U_L = LI'$

$\frac{q}{C} + Rq' = Lq''$

$Lq'' + Rq' + \frac{q}{C} = 0$

№4



$1 = h \cdot \sin \gamma$

$h \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$

$h = \sqrt{2}$

28
5

$28 + 6 = 34$

$48 + 4 = 52$

$56 + 5 = 61$

$24 + 5 = 29$

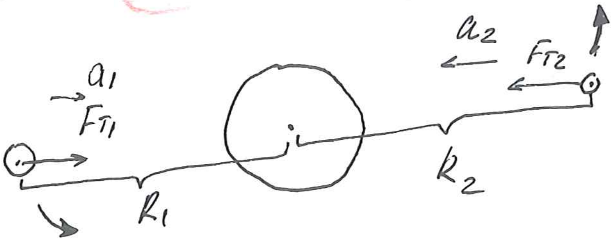
$$\begin{array}{l|l} 3280 & 488 \\ \underline{2928} & 0{,}67 \\ 3520 & \\ \underline{3416} & \\ 104 & \end{array}$$

Черновик

№1.

$$\begin{array}{r} 1{,}000 \\ -\,0{,}512 \\ \hline 0{,}488 \end{array}$$

$$\frac{GMm_1}{R_1^2} = m_1 \frac{v_1^2}{R_1}$$



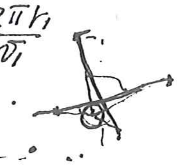
$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}}$$

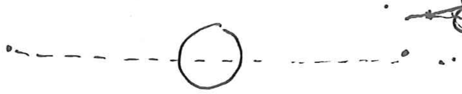
$$\frac{GMm_1}{R_1^2} = \frac{кг \cdot м}{с^2}$$

$$Н = \frac{кг \cdot м}{с^2}$$

$v_1 > v_2$ $\qquad T = \frac{2\pi R_1}{v_1}$



$$\left|\frac{Н \cdot м^2}{кг^{-1}}\right| \cdot \left|\frac{кг^2}{м^2}\right| \quad Н \cdot м^2 \cdot кг^{-1} \cdot кг^2 \cdot м^{-2}$$



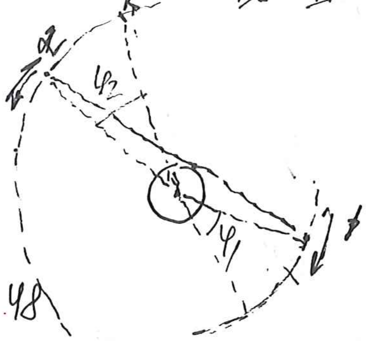
$$F = \frac{GMm}{R^2} \quad \frac{Н \cdot м^2}{кг} \cdot \frac{кг^2}{м^2}$$

~~$\omega_1 = v_1 \cdot R_1$~~

$v_1 = \omega_1 \cdot R_1$

$v_2 = \omega_2 \cdot R_2$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

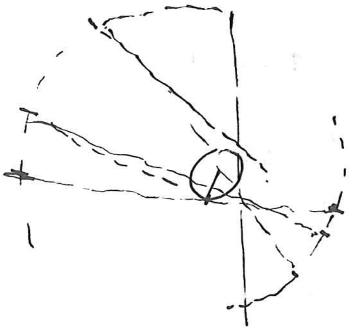


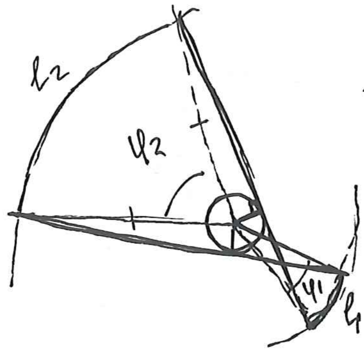
$\omega_1 = \frac{v_1}{R}$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times\, 8 \\ \hline 512 \end{array} \quad 48$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}} \qquad \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \sqrt{\frac{R_1^3}{R_2^3}}$$

$\varphi_1 < \varphi_2$

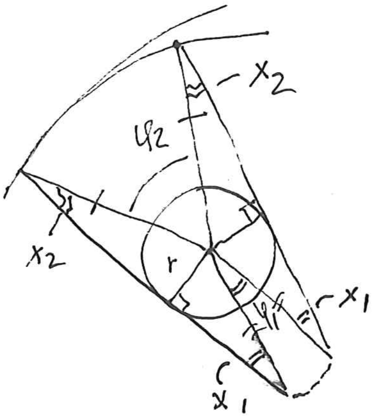


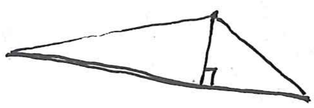


$l_2 = R_2 \cdot \varphi_2$

$l_1 = R_1 \cdot \varphi_1$

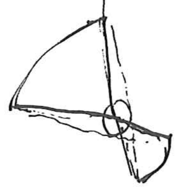
$T = t \cdot \frac{2\pi}{\alpha_1}$





$$\sin x_1 \approx \frac{r}{R_1} \Rightarrow x_1 \approx \frac{r}{R_1}$$

$$x_2 \approx \frac{r}{R_2}$$



$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi - 2x_1 - 2x_2$$