95-90-45-29
(3.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по ФИЗИКЕ
профиль олимпиады

АНТОНОВА МАКСИМА ОЛЕГОВИЧА
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«09» ФЕВРАЛЯ 2024 года

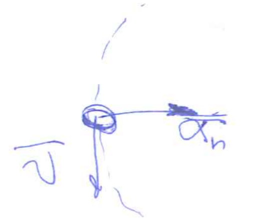
Подпись участника

95-90-45-29
(3.3)

1	2	3	4	5	Σ
12	20	19	10	20	91

№1.4.1. Чистовик

Заметим, что если спутники вращаются по устойчивым круговым орбитам, то:



ускорение, создаваемое притяжением спутника и планеты,

$F = G\frac{mM}{R^2} \Rightarrow a = \frac{GM}{R^2}$

$a_n = G\frac{M}{R^2} = \frac{v^2}{R}$ ← позволяет двигаться по окружности +

$G\frac{M}{R} = v^2 \Rightarrow v_1^2 R_1 = v_2^2 R_2 = GM \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}}$

$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{100}{64} = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4}$

Рассмотрим теперь, какой угол образует слепая зона:

$\varphi = \arcsin\left(\frac{r}{R_2}\right) \approx \frac{r}{R_2}$ +

$\varphi_0 = 2\varphi = \frac{2r}{R_2}$

Тогда дуга получившейся окружности:

$l = (R_1 + R_2)\varphi_0$

Но также:

$l = \varphi_1 R_1$

$\varphi_1 = \varphi_0 \cdot \frac{R_2 + R_1}{R_1} = \frac{41}{16}\varphi_0 = \frac{82 r}{16 R_2}$

Заметим, что

$\omega_1 R_1 v_2 = \omega_2 R_2 v_1$

$\omega_1 R_1 = v_1$ +

$\omega_2 R_2 = v_2$ +

$\Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1 R_2}{v_2 R_1} = \frac{5 \cdot 25}{4 \cdot 16} = \frac{125}{64} \Rightarrow \omega_1 > \omega_2$

$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3}}$

Чистовик

Перейдём теперь в СО, вращающуюся вокруг планеты с ω_2 (пока что 2 спутник покоится)

В этой системе $\omega_1' = \omega_1 - \omega_2$

а угол слепой зоны сохраняется;

$$\varphi_1' = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_1' = \frac{82r}{16R_2}$$

$$\tau = \frac{\varphi_1'}{\omega_1'} = \frac{\frac{82r}{16R_2}}{\frac{125}{64}\omega_2 - \omega_2} = \frac{\frac{82r}{16R_2}}{\frac{61}{64}\omega_2} = \frac{82 \cdot 4r}{61\omega_2 R_2} =$$

$$= \frac{328r}{61 v_2} = \frac{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1}\right)2 \cdot \frac{r}{R_2}}{\left(\sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3}} - 1\right)\omega_2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}}; \quad mg = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{GM}{g}}$$

ускорение на поверхности планеты

$$\tau = \frac{328\sqrt{\frac{GM}{g}}}{61\sqrt{\frac{GM}{R_2}}} = \frac{328\sqrt{R_2}}{61\sqrt{g}} =$$

$$= \cancel{\frac{328 \cdot 100\,\text{м} \cdot \sqrt{10000}\,\text{м}}{}} \frac{328 \cdot \sqrt{10^8\,\text{м}}}{61\sqrt{9\,\text{м/с}^2}} = \frac{328}{183} \cdot 10^4\,\text{с}$$

Ответ: $\tau = \frac{328}{183} \cdot 10^4\,\text{с}$. $\left(1\frac{145}{183} \cdot 10^4\,\text{с}\right)$.

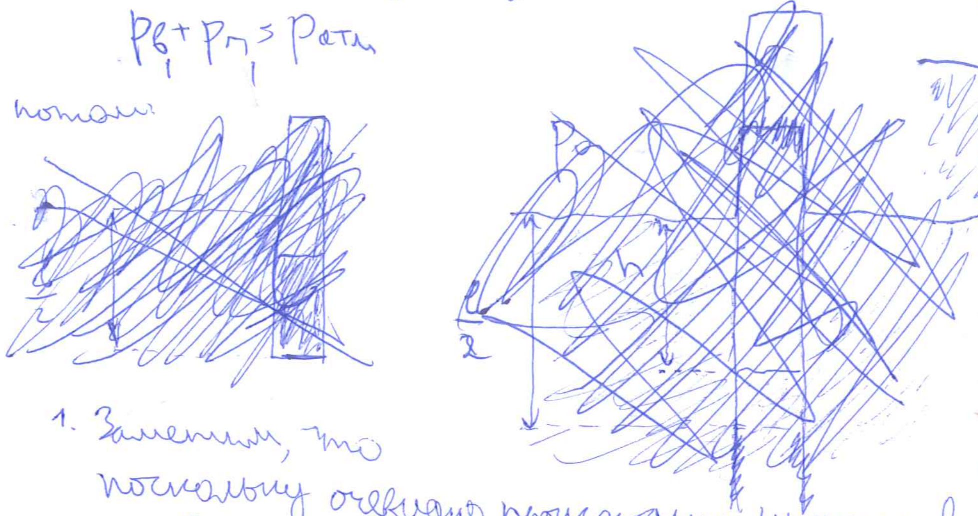
№2.5.1 чистовик

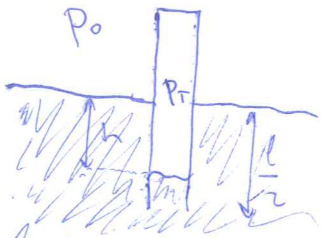
1. Заметим, что давление насыщенного пара при постоянной температуре: $p_{нас}=const$

2. давление в трубке изначально:

$p_{в_1}+p_{п_1}=p_{атм}$

потом:





~~1. Заметим, что~~

поскольку очевидно происходит интенсивный теплообмен с водой, процесс изотермический (газ не находится в теплоизолированной системе => адиабаты быть не может)

$$P_1=P_0+\rho g\frac{l}{2}=P_T+\rho g\left(\frac{l}{2}-h\right)$$

$$+\ P_T=P_0+\rho gh$$ ← новое давление в трубке

поскольку $T=const \Rightarrow p_{нас}=const$ $(p_{п_1}=p_{п_2})$

$$+\ p_{в_2}\cdot\left(\frac{l}{2}+h\right)=p_{в_1}\cdot l$$

$$p_{п_2}+p_{в_2}=p_{п_1}+p_{в_1}+\rho gh$$

$$p_{в_2}=p_{в_1}+\rho gh$$

$$p_{в_1}\frac{l}{\frac{l}{2}+h}-p_{в_1}=\rho gh \Rightarrow p_{в_1}\cdot\frac{l-\frac{l}{2}-h}{\frac{l}{2}+h}=\rho gh$$

$$p_{в_1}\cdot\frac{\frac{l}{2}-h}{\frac{l}{2}+h}=\rho gh$$

$$p_{п_1}=p_{атм}-p_{в_1}$$

чистовик

$p_{газ} = p_{атм} - p_{B_1} = p_{атм} - \rho g h \cdot \frac{\frac{l}{2}+h}{\frac{l}{2}-h}$

$p_{газ} = 10^5 Па - 10^3 \frac{кг}{м^3} \cdot 10 \frac{Н}{кг} \cdot 0{,}45 м \cdot \frac{0{,}95 м}{0{,}05 м} = 10^4 Па(10 - 0{,}45 \cdot 19) \approx$

$= 1{,}45 \cdot 10^4 Па$

Ответ: $1{,}45 \cdot 10^4$ Па

№ 3.10.1

Заметим, что поскольку один из шаров находится ~~снаружи~~ внутри сферы, что суммарный потенциал вне заземлённой сферы равен 0. (т.к. сфера заземлена). Но если снаружи сферы поле = суперпозиции полей сферы и шара, то внутри себя поле сфера не создаёт ⇒ там только поле шара (который ведёт себя как заряженная точка)

Рассмотрим маленький (dq) заряд, который пойдёт по проводу из точки A в точку B. тогда разность потенциалов:

$\varphi_A - \varphi_B = kq_2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}\right) + kq_1\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$

?

Заметим, что из-за сферы R q_1 начнёт действовать на dq только когда тот зайдёт в сферу R. ⇒ поскольку заряды уже перераспределились, то ток нулевой ⇒ $\varphi_A = \varphi_B$ и потенциалы равны

$\varphi_A - \varphi_B = 0$

95-90-45-29 (3.3)

Чистовик

$kq_2\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l}\right)+kq_1\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)=0=\varphi_A-\varphi_B$

$kq_2\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l}\right)=kq_1\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)$

поскольку $l>>r$ $\quad \frac{1}{l}\approx 0$

$q_2/r = q_1/r - q_1/R$

$q_1 = 3q_2$

$q_2/r = 3q_2/r - 3q_2/r$

$1/r = 3\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right) \Rightarrow \frac{1}{r}-\frac{1}{R}=\frac{1}{3r}$

$\frac{3}{3r}-\frac{1}{R}=\frac{1}{3r} \Rightarrow R=\frac{3r}{2}$

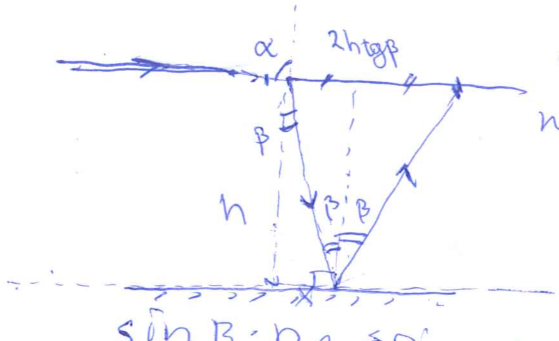
$R=\frac{3}{2}\cdot 2см$

Вычисление

Ответ: 3см.

№4.10.1

Заметим, что нас будет интересовать в первую очередь прохождение крайних лучей, ведь именно они будут определять радиус пятна:



Заметим, что крайним будет луч, пришедший под углом $\alpha=90°$ к поверхности. после преломления он пойдет под углом β.

$\sin\beta\cdot n_В=\sin\alpha\cdot 1$ — закон Снеллиуса (Снелла)

$\sin\beta=\frac{\sin\alpha}{n_В}=\frac{\sin 90}{3/2}=\frac{2}{3}$; $\cos\beta=\sqrt{1-\sin^2\beta}=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$tg\beta=\frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}=\frac{2/3}{\sqrt{1-\frac{4}{9}}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Тогда смещение $X_0=2x=2h\cdot tg\beta=2\cdot 5см\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}=4\sqrt{5}см$

205.

Ответ: $4\sqrt{5}$ см.

№5.41. чистовик

$L\dot{I} + IR + q/C = 0$ – II закон Кирхгофа

$L\ddot{q} + \dot{q}R + \frac{1}{C}q = 0$

$\ddot{q} + \dot{q}\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}q = 0$

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$2\gamma = \frac{R}{L}$

$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$

$q = Ae^{\lambda t}$

$\lambda^2 Ae^{\lambda t} + \lambda 2\gamma Ae^{\lambda t} + \omega_0^2 Ae^{\lambda t} = 0$

$\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-2\gamma \pm \sqrt{4\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2} =$

$= -\gamma \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ ряд тейлора

$q = Ae^{-\gamma t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}\, t)$ $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$

как нужна только реальная часть

$\omega_0^2 = \left(\frac{1}{LC}\right) = \frac{1}{9\cdot 10^{-6}}\, c^{-1} \approx 10^5\, c^{-1}$; $\frac{1}{\omega_0} = 3\cdot 10^{-3}\, c$

$\gamma^2 = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \left(\frac{1}{2\cdot 0{,}3}\right)^2 \approx 5$

$\Downarrow$

$\omega_0^2 >> \gamma^2 \Rightarrow q = Ae^{-\gamma t}\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$

действительно можем пренебречь

Энергия в конденсаторе, когда ток равен 0: $W = \frac{q^2}{2C}$

$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega}$ т.к. прошел период

$\Delta t = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}}} = 2\pi\sqrt{LC}$ +

$W_1 = \frac{q_1^2}{2C}$ $\quad q_1 = Ae^{-\gamma t}$

$W_2 = \frac{q_2^2}{2C}$ $\quad q_2 = Ae^{-\gamma(t+\Delta t)}$

$\left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 = e^{-2\gamma\Delta t}$

$\Delta W = W_2 - W_1 = (1 - e^{-2\gamma\Delta t})W_1 =$

$= (1 - e^{-2\gamma 2\pi\sqrt{LC}})W_1$? так с помощью калькулятора можно найти ΔW, но есть ли другой способ.

$W_1 = \frac{CU_1^2}{2}$

Черновик

Заметим, что в этой системе

~~$U = U_0$~~

$$\frac{LI_0^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} \Rightarrow I_0 = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$I = I_0\cos(\omega t)$ ← т.к. затухание мало, то в пределах периода $I_0 = const$

Тогда для мощности, рассеиваю. на резисторе, справедлива след. формула

$$Q = \int_0^T I^2 R = \int_0^T I_0^2\cos^2(\omega t) R = \frac{I_0^2 R}{2}\cdot T = \frac{I_0^2 R}{2}\cdot T =$$

$$= \frac{I_0^2 R}{2}\cdot 2\pi\sqrt{LC} = I_0^2 R\cdot \pi\sqrt{LC} =$$

+

Далее есть два варианта трактовки предложения «когда сила тока достигла максимального значения напряжение на конденсаторе равно $U = 2В$»

1. поскольку мы фактически пренебрегаем затуханием было оговорено, ток минимальный

тогда $\frac{LI_0^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{CU_0^2}{L}} = I_0 \Rightarrow I_0^2 = \frac{CU_0^2}{L}$

$$Q = \frac{CU_0^2}{L} R\cdot\pi\sqrt{LC} = \frac{30\cdot10^{-6}Ф\cdot 4В^2}{0,3Гн}\cdot 1Ом\cdot 3,14\sqrt{9\cdot10^{-6}} =$$

$= 4\cdot10^{-4}\cdot 3\cdot10^{-3}\cdot 3,14 Дж = 3,768 мкДж \approx 4 мкДж$ ← слишком мало. получились мкДж

ищем дальше

2. ~~учтём уравнение колебаний~~

Значит не правильно (1.)

Ответ: ~~150,72 мДж~~

2. Запишем уравнение колебаний   чистовик

$q = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t)$ $\omega^2 >> \gamma^2$

$\dot{q} = -\gamma A e^{-\gamma t}\cos(\omega t) - \omega A e^{-\gamma t}\sin(\omega t)$

$\ddot{q} = -\gamma(-\gamma A e^{-\gamma t}\cos(\omega t) - \omega A e^{-\gamma t}\sin(\omega t)) - \omega(-\gamma A e^{-\gamma t}\sin(\omega t) + \omega A e^{-\gamma t}\cos(\omega t))$

$\ddot{q} = 0 \Leftrightarrow \dot{q} = max$

$0 = \frac{\ddot{q}}{Ae^{-\gamma t}} = \gamma^2 \cos(\omega t) + \gamma\omega \sin(\omega t) + \omega\gamma\sin\omega t - \omega^2\cos(\omega t)$

$\frac{\omega^2 - \gamma^2}{2\gamma\omega} = tg(\omega t) = \frac{\omega}{2\gamma}$

$\sin(\omega t) = \frac{-\omega}{\sqrt{\omega^2 + 4\gamma^2}}$

$\cos(\omega t) = \frac{2\gamma}{\sqrt{\omega^2+4\gamma^2}}$ ~ т.к. $\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t) = 0$

$\sin(\omega t) \approx \frac{-\omega}{\omega} = -1$ ← действительно max.

$\cos(\omega t) \approx \frac{2\gamma}{\omega}$

$U = U_0 \cos(\omega t)$ ← изменением $e^{-\lambda t}$ в один период пренебрегаем

$\frac{U \cdot \omega}{2\gamma} = U_0$; $U_0 = 2В \cdot \frac{\frac{1}{3\cdot 10^{-3} c}}{2 \cdot \frac{1 Ω}{2 \cdot 0{,}3 Гн}} = 2В \cdot \frac{0{,}3}{3 \cdot 10^{-3}} = 2В \cdot \frac{0{,}3}{0{,}3 \cdot 10^{-2}} = 200В$

Тогда,

$Q = \frac{CU_0^2}{L} R \pi \sqrt{LC} = \frac{3\cdot 10^{-5} Ф \cdot (200В)^2}{0{,}3 Гн} \cdot 1Ω \cdot \pi \sqrt{0{,}3 Гн \cdot 3\cdot 10^{-5} Ф} =$

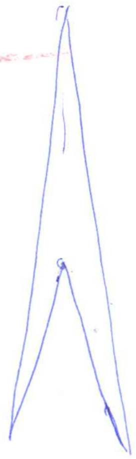
$= (10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{4} \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^{-3})Дж = \cancel{37{,}68 \cdot 10}$

$= 37{,}68 \cdot 10^{-3} Дж \approx 37{,}68 мДж$ +

такой ответ связан с трактовкой „U" в условии, сама же формула выводится через U_0.

Ответ: 38 мДж.

черновик



$R_1^2 +$

$\frac{R_2}{\sin\alpha_2} = \frac{R_1}{\sin\alpha_1}$

$\sin\alpha_2 =$

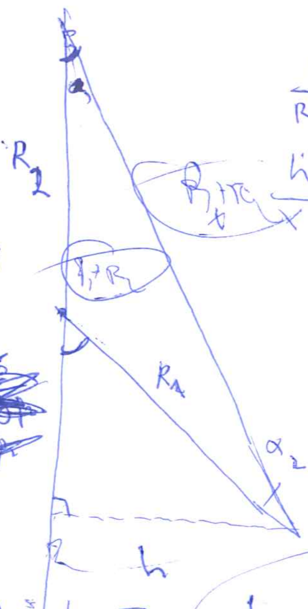
$\frac{h}{R_2} = \sin\beta_2 = \frac{\sin\alpha_1}{R_1} \cdot R_2$

$\alpha_1 + \alpha_2 =$

$\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2 = \sin\beta$

$\sin\alpha_1 + \frac{R_2}{R_1}\sin\alpha_1 = \sin\beta$

$\sin\alpha_1\left(\frac{R_1+R_2}{R_1}\right) = \sin\beta$



$\frac{R_1+R_2}{} \frac{h}{x} = \sin\beta_1$

$\frac{1}{9}p = \rho g \cdot 0{,}45\,м$

$p = 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}45 \cdot 9$

$\frac{h}{R_1}$

$\frac{1\,м}{0{,}95\,м} = \frac{20}{19}$

$\frac{1}{19}p = \rho g$

Черновик

$40 \cdot 3{,}768$

$3{,}768 \cdot 4$

32

2,4

28

12

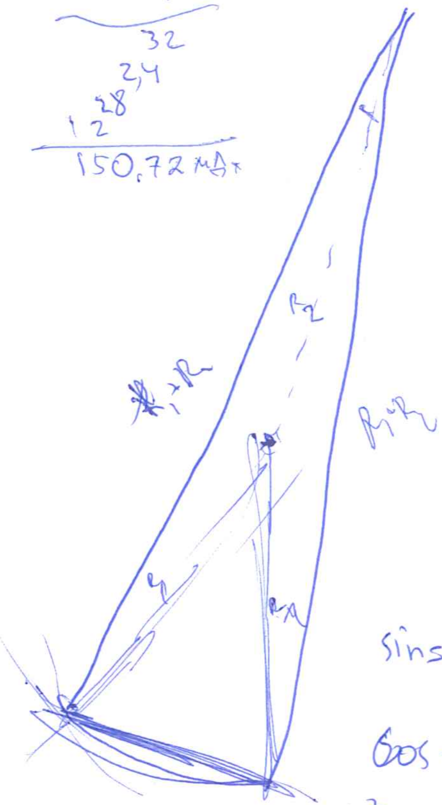
150,72 мДж

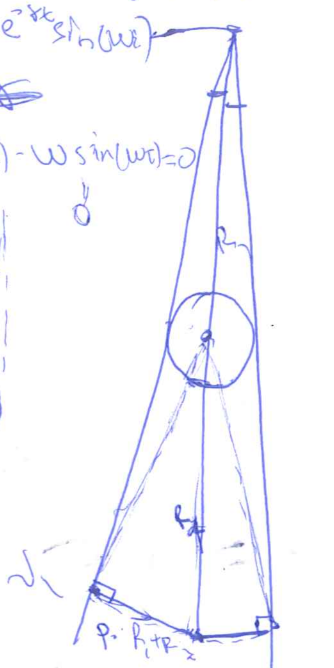
$q = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t)$

$\dot{q} = -\gamma A e^{-\gamma t}\cos(\omega t) \mp \omega A e^{-\gamma t}\sin(\omega t)$

$-\gamma\cos(\omega t) - \omega\sin(\omega t) = 0$

$-\frac{\gamma}{\omega}$





$\sin = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2+1}}$

$\cos = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2+1}}$

$\frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}$

$\varphi_1 \cdot R_2 = \varphi_0(R_1+R_2)$

$\varphi_1 = \frac{\varphi_0(R_1+R_2)}{R_2}$

$20 \cdot 0{,}45 - 0{,}45 =$

$= 9 \cdot 0{,}45 =$

$= 8{,}55$

$12 \cdot 3{,}14 =$

$= 31{,}4 + 6{,}28 =$

$= 37{,}68$

$q = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega t) =$

$\dot{q} = -\gamma A e^{-\gamma t}\cos(\omega t) + Ae^{-\gamma t}\sin(\omega t) = 0$

$\Rightarrow -\gamma\cos(\omega t) - \sin(\omega t) = 0$

$\operatorname{tg}(\omega t) = -\gamma$