0 427654 920001

42-76-54-92
(4.4)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Антуфьева Филиппа Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

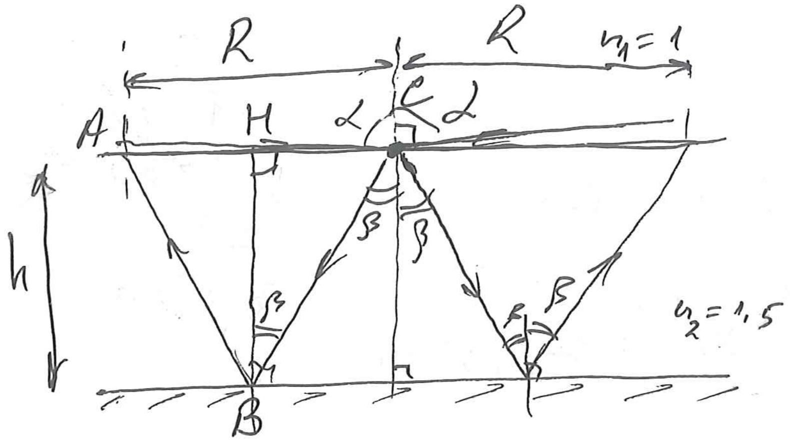
Дата
«9» февраля 2024 года

Подпись участника
Антуфьев Ф.А. / [signature]

42-76-54-92 (4.4)

Чистовик

Задача 4.10.2



Т.к. свет рассеянный, то найдутся лучи, угол падения которых $\alpha \to 90°$

По з. Снеллиуса:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \Rightarrow \sin\beta = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha$$

$$\sin\beta = \frac{1}{1,5}\cdot \underbrace{\sin(90°)}_{=1} = \frac{1}{3/2} = \left(\frac{2}{3}\right)$$

Пусть в точке C – отверстие. BH – высота $\triangle ABC$. $\angle HBC = \angle ABH$ (по з. отражения) $\to$ BH – биссектриса $\triangle ABC \to \triangle ABC$ – равнобедренный.

$AC = 2HC$; $AC = R$; $R = 2HC$.

$HC = h\,tg\beta$; $R = \frac{2h}{ctg\beta} \Rightarrow h = \frac{R\,ctg\beta}{2}$

$tg\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} =$

$= \frac{\sqrt{5}}{3}$; $tg\beta = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$ctg\beta = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Девяносто

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	10	90

Чистовик

$$h = \frac{R\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}}{2} = \frac{R\sqrt{5}}{4}, \quad \sqrt{5}\approx 2{,}23$$

$$h \approx \frac{8\,см\cdot 2{,}23}{4} = 2\,см\cdot 2{,}23 \approx$$

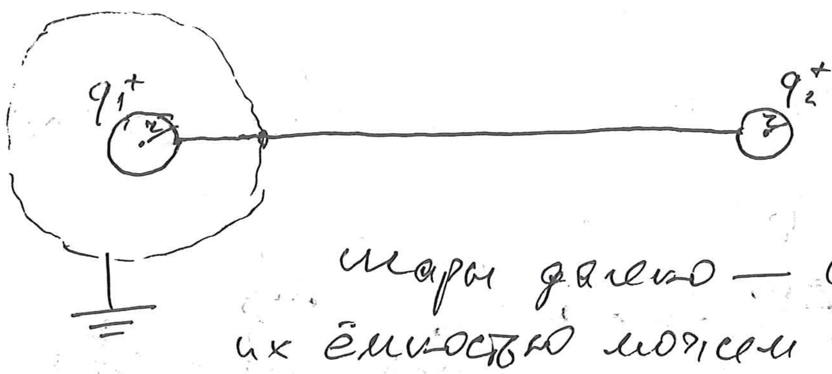
$$\begin{array}{r} \times\, 2{,}23 \\ 1{,}6 \\ \hline 1338 \\ 226 \\ \hline 3{,}568 \end{array}$$

$\approx$ ~~3,6 см~~ 4,46 ≈ 4,5 (см)

Ответ: ~~3,6 см~~ $h \approx 4{,}5$ см

20

Задача 3.10.2.



$q_1 > 0$

$q_2 > 0$

шары далеко — взаимной их ёмкостью можем пренебречь.

Потенциал φ_0 оболочки равен нулю всегда.

Т.к. внутри неё заряженный шар, то на оболочке индуцируется заряд равный по модулю заряду шара и противоположный ему по знаку (следует из т. Гаусса)

Заряд на внутреннем шаре равен q_1.

В противном случае не будет выполняться условие равенства потенциалов 2-х шаров, соединённых тонким проводом, с учётом того, что на сфер. оболочке индуцируется отрицательный заряд.

42-76-54-92 (4.4)

Чистовик

φ_1 – потенциал, создаваемый ~~зарядом~~ только зарядом q_1 в точке крепления провода

$\varphi_1 = \frac{kq_1}{r}$; $q_и = -q_1$, где $q_и$ – индуцированный заряд

φ_{01} – потенциал, создаваемый q_1 и $q_и$ в точке присоединения нити к 1-му шару

$\varphi_{01} = \cancel{\frac{kq_1}{R}}\ \frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R} = kq_1\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$

Потенциалы обеих поверхностей шаров равны (соединены проводом) +

$\varphi_2 = \frac{kq_2}{r}$; $\varphi_{01} = \varphi_2 \Rightarrow \cancel{k}q_1\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = \cancel{k}q_2 \cdot \frac{1}{r}$

$\frac{q_1}{r} - \frac{q_1}{R} = \frac{q_2}{r}$ + , $\frac{1}{r}(q_1 - q_2) = \frac{q_1}{R} \Rightarrow$

~~$\Rightarrow \boxed{r = \frac{q_1 - q_2}{q_1}}$ $r = (7{,}5 - 2{,}5)\cdot 10^{-6}$~~

$\Rightarrow \boxed{r = \frac{q_1 - q_2}{q_1} R}$ $r = \frac{(7{,}5 - 2{,}5)\cdot 10^{-10}\text{ Кл}}{7{,}5 \cdot 10^{-10}\text{ Кл}}$.

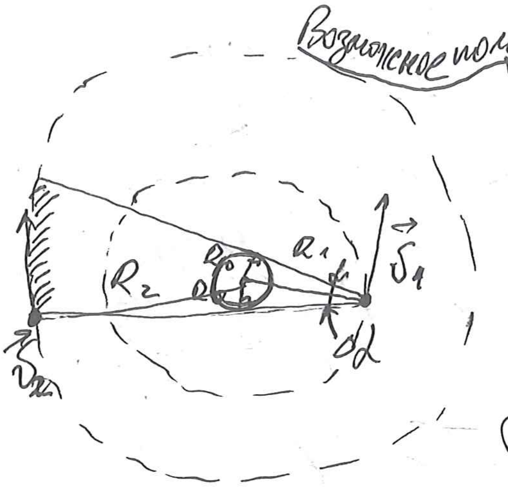
$\cdot \cancel{8}^{3}\text{ см} = \frac{5}{7{,}5} \cdot \cancel{6}^{3}\text{ см} = \frac{2}{3} \cdot 6^{3}\text{ см} = \cancel{\ldots}$

~~...~~ $= 2$ см

Ответ: $r = 2$ см +

Задача 1.4.2.

Заметим, что радиус планеты на несколько порядков меньше, чем радиусы орбит спутников. Поэтому будем считать угол, под которым видна планета с орбиты 1-го спутника, малым ($\sin\alpha \approx \alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$)



~~Слепой зоны~~ зона заштрихована на орбите 2-го спутника (скорость v_2)

На пов-ти планеты:

$g = G\frac{M_0}{R_0^2}$, где M_0 и R_0 — соотв. масса и радиус планеты. $R_0 = \sqrt{\frac{GM_0}{g}}$. $\exists\ \alpha$ — угол, ограничивающий слепую зону. $\alpha = 2\arcsin\left(\frac{R_0}{R_1}\right)$ — из геом. соображений.

$\alpha \approx \frac{2R_0}{R_1}$ $\quad \exists\ \omega_0$ — ~~отно~~ ~~скоро~~ угловая скорость вращения 2-го спутника относительно 1-го. T_0 — время между двумя такими ближайшими положениями спутников, ~~т~~ когда они располагаются на одном радиусе.

Тогда справедливо сказать:

$\frac{\tau}{T_0} = \frac{\alpha}{2\pi}$, где τ — искомое время. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \tau = T_0\frac{\alpha'}{2\pi}$; $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ $\quad$ / α' — величина центрального угла, опирающегося на дугу „тёмной зоны"/

Найдём скорости v_1 и v_2 и угловые ск-ти ω_1 и ω_2:

$\frac{v_1^2}{R_1} = G\frac{M_0}{R_1^2}$; $\frac{v_2^2}{R_2} = G\frac{M_0}{R_2}$ $\Rightarrow$

$\boxed{\text{Чистовик}}$

Чистовик

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{G\frac{M_0}{R_1}}$; $v_2 = \sqrt{G\frac{M_0}{R_2}}$

$\omega_1 = \frac{v_1}{R_1} = \sqrt{G\frac{M_0}{R_1^3}}$; $\omega_2 = \frac{v_2}{R_2} = \sqrt{G\frac{M_0}{R_2^3}}$

Из относительности движения спутников следует: $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$

$\omega_0 = \sqrt{GM_0}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} + \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)$

Из условий приближения: $\alpha' = \frac{R_2+R_1}{R_2}\alpha$

$\tau = \frac{2\pi}{\omega_0}\cdot\frac{\alpha'}{2\pi} = \frac{\alpha'}{\omega_0} = \frac{2R_0}{R_1\omega_0} =$

$= \frac{2\sqrt{GM_0}}{\sqrt{g}\cdot R_1\cdot\sqrt{GM_0}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}}+\frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)} = \frac{2}{R_1 g} =$

$= \boxed{\frac{2}{R_1\left(\sqrt{\frac{g}{R_1^3}}+\sqrt{\frac{g}{R_2^3}}\right)} = \tau}$

$R_1 = 6{,}4\cdot10^7$ м $= 0{,}64\cdot10^8$ м

$R_2 = 10^8$ м

$64\cdot8 = 2^6\cdot2^3 =$
$= 2^9 = 512$

$\tau = \frac{2}{3\cdot6{,}4\cdot10^7\left(\sqrt{\frac{1}{(6{,}4\cdot10^7)^3}}+\sqrt{\frac{1}{(10^8)^3}}\right)} =$

$= \frac{2}{3\cdot6{,}4\cdot10^7\left(\sqrt{\frac{1}{(0{,}64\cdot10^8)^3}}+\sqrt{\frac{1}{(10^8)^3}}\right)} =$

$= \frac{2}{3\cdot6{,}4\cdot10^7\left(\sqrt{\frac{1}{0{,}8^6\cdot10^{24}}}+\sqrt{\frac{1}{10^{24}}}\right)} =$

$= \frac{2\cdot10^{12}}{3\cdot6{,}4\cdot10^7\left(1+\left(\frac{1}{0{,}8}\right)^3\right)} = \frac{2\cdot10^{12}}{3\cdot6{,}4\cdot10^7\left(1+\frac{1000}{512}\right)} =$

~~$= \frac{10^5 \cdot 512}{3 \cdot 3{,}2 \cdot 1512} = \frac{10^6 \cdot 512}{3 \cdot 32 \cdot 1512} =$~~ ~~$3{,}2 = 0{,}32 \cdot 10$~~

~~$= \frac{10^6 \cdot 2^9}{3 \cdot 2^5 \cdot 1512} = \frac{10^6 \cdot 2^4}{3 \cdot 1512} \approx$~~ ~~$= 0{,}$~~

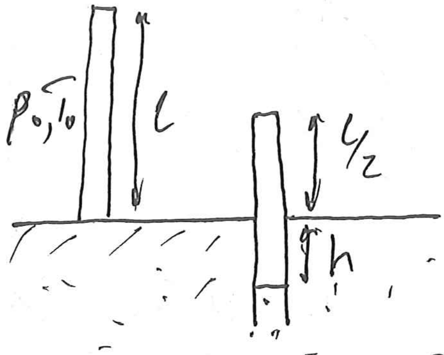
~~$\times \frac{1512}{3}$, 4536~~

~~$\approx 3{,}53 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 = 3{,}53 \cdot 10^3$ (с)~~

~~$16000 : 4536 = 0{,}003526$; 13608; 23920; 22680; 12400; 9072; 33280~~

~~Ответ: $\tau \approx 3{,}53 \cdot 10^3$ с~~

Задача 2.5.2



Давление насыщ. пара не зависит от его объёма, а только от температуры. Поэтому $p_{нас} = const$ при этом эксперименте, т.к. $T_0 = const$

p_1 — давление смеси изначально.

$p_1 = p_0$, т.к. давление на пов-ти жидкости равно p_0

$$p_1 = p_{нас} + p_{возд} = p_{нас} + \frac{\nu_{возд} R T_0}{V_{возд}} = p_{нас} + \frac{\nu_{возд} R T_0}{S l},$$ где

S — площадь попер. сечения трубки.

p_2 — давление в трубке после погружения.

$$p_2 = p_0 + \rho g h$$

$$p_2 = p_{нас} + \frac{\nu_{возд} R T_0}{S(\frac{l}{2} + h)}$$

$$\begin{cases} p_0 = p_{нас} + \frac{\nu_{возд} R T_0}{S l} \\ p_0 + \rho g h = p_{нас} + \frac{\nu_{возд} R T_0}{S(\frac{l}{2} + h)} \end{cases}$$

Чистовик

Из системы: $\rho g h = \nu_{возд} R T_0 \left(\frac{1}{\frac{Sl}{2}+Sh} - \frac{1}{Sl}\right) =$

$= \nu_{возд} R T_0 \left(\frac{2}{Sl+2Sh} - \frac{1}{Sl}\right) = \nu_{возд} R T_0 \left(\frac{l-2h}{Sl(l+2h)}\right)$

$\nu_{возд} R T_0 = \frac{\rho g h \cdot Sl(l+2h)}{l-2h}$

$p_0 = p_{нас} + \frac{\nu_{возд} R T_0}{Sl} = \boxed{p_{нас} + \rho g h \frac{(l+2h)}{(l-2h)}}$

$p_0 = 14{,}5 \cdot 10^3 + 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}45 \cdot \frac{1+0{,}9}{1-0{,}9} =$

$= 14{,}5 \cdot 10^3 + 4{,}5 \cdot 10^3 \cdot \frac{1{,}9}{0{,}1} =$

$= \cancel{14{,}5 \cdot 10^3 +} \; 10^3(14{,}5 + 4{,}5 \cdot 19) =$

$= 10^3 \cdot 100 = 10^5 (Па)$

$\times\frac{4{,}5}{19}$, 405, $+45$, 855; $+\frac{85{,}5}{14{,}5}$, $100{,}0$

Ответ: $p_0 = 10^5$ Па

Задача 1.4.2 (Исправленное решение)

$\tau = \frac{2\pi}{\omega_0} \cdot \frac{\delta\alpha}{2\pi} = \frac{\delta\alpha}{\omega_0} = \frac{\delta\alpha \cdot \frac{R_1+R_2}{R_2}}{\omega_0} = \frac{2R_0(R_1+R_2)}{R_1 R_2 \omega_0} =$

$= \frac{2\sqrt{\cancel{G}M_0}(R_1+R_2)}{\sqrt{g} \cdot R_1 R_2 \cdot \sqrt{\cancel{GM_0}}\left(\sqrt{\frac{1}{R_1^3}} + \sqrt{\frac{1}{R_2^3}}\right)} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{g}} \cdot \frac{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^{2/3} + \left(\frac{1}{R_2}\right)^{2/3}}}$

$\tau = \frac{2}{3} \cdot \frac{\left(\frac{1}{6{,}4 \cdot 10^7} + \frac{1}{10^8}\right)}{\left(\frac{1}{6{,}4 \cdot 10^7}\right)^{2/3} + \left(\frac{1}{10^8}\right)^{2/3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\frac{1}{10^8}\left(\frac{1}{0{,}64}+1\right) \cdot 10^{12}}{\left(1+\frac{1000}{512}\right)} =$

$= \frac{2}{3} \cdot 10^4 \cdot \frac{164}{64} \cdot \frac{512}{1512} =$

чистовик

$$= 10^4 \cdot \frac{\cancel{2}^{\,82} \cdot \cancel{164} \cdot 512}{3 \cdot \cancel{64}_{\,32} \cdot \cancel{1512}_{\,756}} = 10^4 \cdot \frac{82 \cdot \cancel{512}^{\,256}}{3 \cdot \cancel{32}_{\,16} \cdot 756} = \cancel{10^4}$$

$$= 10^4 \cdot \frac{82}{3} \cdot 16 \cdot \frac{1}{756} \approx$$

$$\approx 10^4 \cdot 0{,}58 = 5{,}8 \cdot 10^3 \, (c)$$

Ответ: $\tau \approx 5{,}8 \cdot 10^3$ с

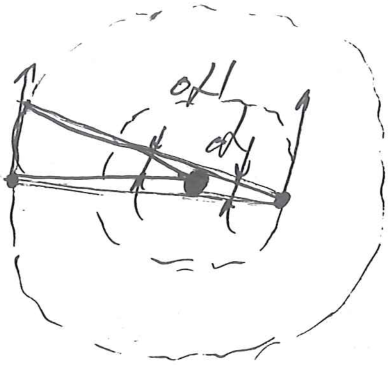
$\times\, 82$
16
492
$+\, 82$
1312

$\times\, 756$
3
2268

$13120 \mid 2268$
$-\,11340 \quad 0{,}578$
17800
$-\,15876$
19240
...

[чистовик]

Черновик



$$\upsilon_1 = \sqrt{G\frac{M_0}{R_1}}; \quad \upsilon_2 = \sqrt{G\frac{M_0}{R_2}}$$

$$g = G\frac{M_0}{R_0^2}$$

τ – время, необх. на преодаление угла α

~~В СО тоже~~ ~~ω отн.~~ ω отн $= \omega_1 + \omega_2 = \sqrt{G\frac{M_0}{R_1^3}} + \sqrt{G\frac{M_0}{R_2^3}}$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{R_2+R_1}{R_2}$$

$$\frac{\tau}{T_0} = \frac{\alpha}{2\pi} \Rightarrow \frac{R_2+R_1}{R_2}$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{tg(\alpha')}{tg(\frac{\alpha}{2})}$$

$$\Rightarrow \tau = T_0 \cdot \frac{\alpha}{2\pi}$$

$$\alpha' = \frac{R_2+R_1}{R_2}\alpha$$

$$\frac{\alpha}{2} = \cancel{\arcsin} \arcsin\frac{R_0}{R_1} \approx \frac{R_0}{R_1}$$

$$\alpha = \frac{2R_0}{R_1} \qquad \tau = T_0 \cdot \frac{2R_0}{2\pi \cdot R_1} = T_0\frac{R_0}{\pi R_1}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}; \quad \omega_0 = \sqrt{GM_0}\left(\sqrt{\frac{1}{R_1^3}} + \sqrt{\frac{1}{R_2^3}}\right) \quad \tau = \frac{2\pi}{\omega_0} \cdot \frac{\frac{2R_0}{R_1} \cdot \frac{R_2+R_1}{R_2}}{2\pi}$$

$$\tau = T_0 \cdot \frac{2\frac{R_0}{R_1}}{2\pi} \qquad R_0 = \sqrt{\frac{GM_0}{g}}$$

$$\tau = T_0 \frac{2\sqrt{\frac{GM_0}{g}}}{2\pi R_1}; \quad T_0 =$$

$p_{нас} = f(t) \neq f(V)$

$$p_0 = p_{н.п.} + \frac{\nu_в R T_0}{lS}$$

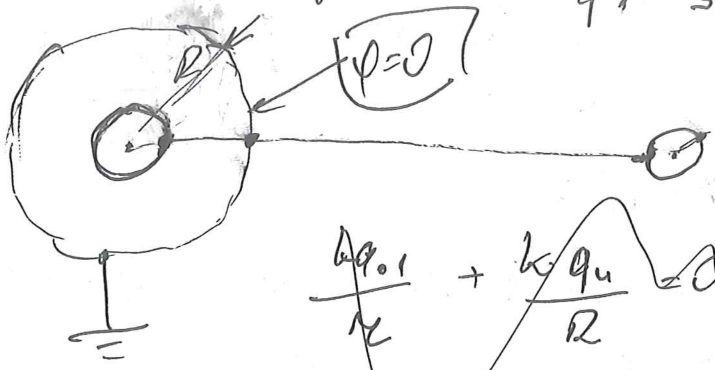
$$p_0 + \rho g h = p_{н.п.} + \frac{\nu_в R T}{S(\frac{l}{2}+h)}; \quad \cancel{\rho g h = \nu_в R T_0}$$

$$\rho g h = \nu_в R T_0\left(\frac{1}{\frac{Sl}{2}+Sh} - \frac{1}{Sl}\right) = \nu_в R T_0\left(\frac{2}{S(l+2h)} - \frac{1}{Sl}\right) =$$

$$= \left(\frac{2l-l-2h}{S(l+2h)\cdot l}\right)(\nu_в R T_0) = \nu_в R T_0\left(\frac{l-2h}{Sl(l+2h)}\right)$$

$\nu_в R T_0 =$

Черновик.



$q_1 = 3q_2$; $q_2 = q$, $q_1 = 3q$

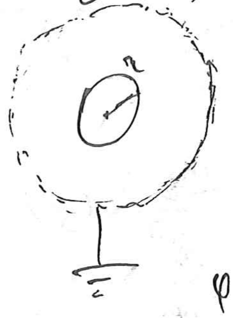
$q_1 + q_2 = const$

$\frac{kq_{01}}{r} + \frac{kq_4}{R} = 0$

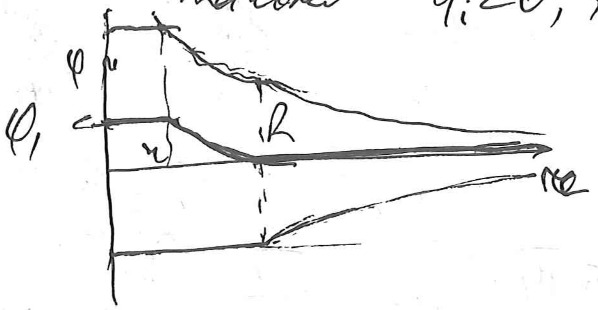
$\frac{kq_1}{r} + \varphi_0 = \frac{kq_2}{r}$

$\frac{kq_{0r}}{r}$ φ_0 – потенциал оболочки.

$\frac{k}{r}(q_2) = -\varphi_0 = -\frac{kq_4}{R}$



$\frac{kq_0}{R} + \frac{kq_i}{R} = 0 \Rightarrow |q_i| = |q_0|$ – изначально $q_i < 0$, т.к. $q_0 > 0$



$\varphi_1 = \frac{kq_0}{r} - \frac{kq_0}{R} = \frac{kq_0}{}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$

$A_{вн}$

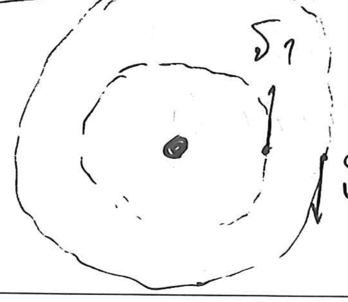
$A_{вн} = \Delta W + Q \Rightarrow \Delta W = 0$: $W_1 = W_2$

$W_1 = q_0\varphi_1 + q_i\varphi_0 + q_0\varphi_2$ – энергия второго шарика.

~~$W_2 = q_1\varphi_2$~~

$\varphi_2 = \frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R} = kq_1\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = \frac{kq_2}{r}$

$g = G\frac{M_0}{R_0^2}$ ~~Замет~~ $R_0 \ll R_1 \approx R_2$ → угловой малые.

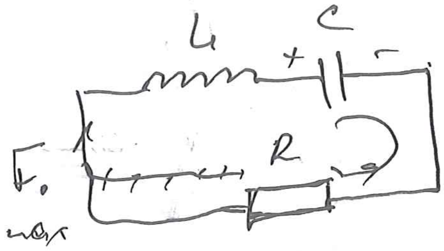


$\frac{v_1^2}{R_1} = G\frac{M_0}{(R_1)^2}$; $\frac{v_2^2}{R_2} = G\frac{M_0}{R_2^2}$

$v_1^2 = G\frac{M_0}{R_1}$; $v_2^2 = G\frac{M_0}{R_2}$

Черновик

$$\frac{dq}{dt}\cdot R = \frac{q_c}{C}$$



$dQ \ll Q$

$$dq R = \frac{q_c\, dt}{C}$$

I_0 — нач: $\frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathcal{E}_{c/u} = 0$ +

$\cancel{I_0 R} = \mathcal{E}_{c/u} = U_c + U_R$; $0 = U_c + U_R \Rightarrow$

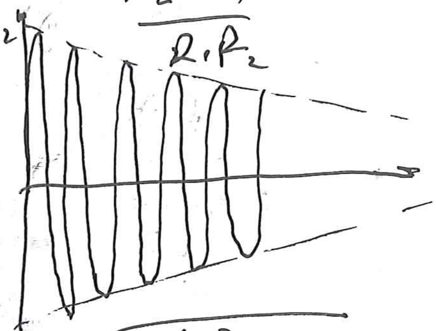
$\Rightarrow U_c = -U_R$ $\quad U_c = -I_0 R \Rightarrow$

$\Rightarrow |I_0| = \frac{U_c}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow R_1 = \frac{U_c}{I_0}$ (1)

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$$

~~ЗСЭ:~~ $\cancel{\frac{CU_c^2}{2} + \frac{LI_0^2}{2}} =$



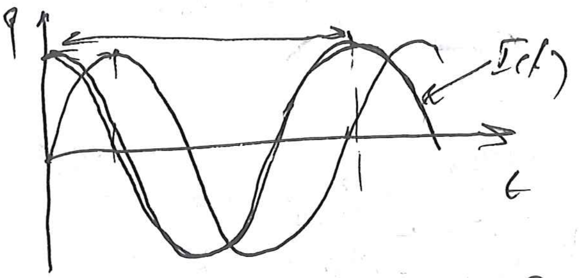
\+ $T \simeq 2\pi\sqrt{LC}$

Энергия в данный момент:

$$\frac{CU_c^2}{2} + \frac{LI_0^2}{2} = \frac{LI_A^2}{2}$$

$$I_A = \sqrt{\frac{CU_c^2}{L} + I_0^2}$$

$$\cancel{\frac{CU_{c_2}^2}{2} + \frac{LI_1^2}{2} = Q_0 - \delta Q}$$

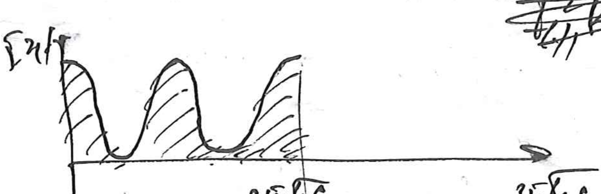


$q(t) = q_0 \sin(\omega t)$

$I(t) = \dot{q}(t) = q_0 \omega \cos(\omega t)$

$\cos^2(\omega t) = \frac{1 + \cos(2\omega t)}{2}$

$\cancel{I^2(t)R}$ $dQ = I^2(t) R\, dt$

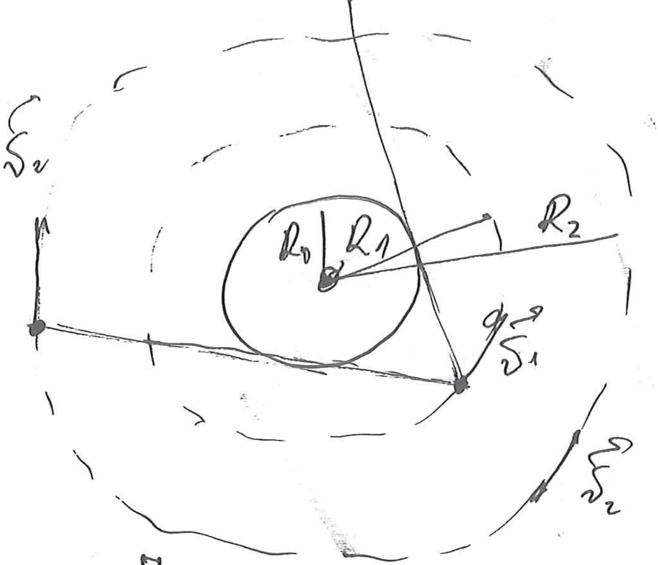


$$\delta Q = \int_0^{2\pi\sqrt{LC}} I^2(t) R\, dt =$$

$$= R\int_0 I^2(t)\, dt = R\int_0 \left(\frac{CU_c^2}{2} + I_0^2\right)\cos^2(\omega t)\, dt$$

не довел до конца

Черновик

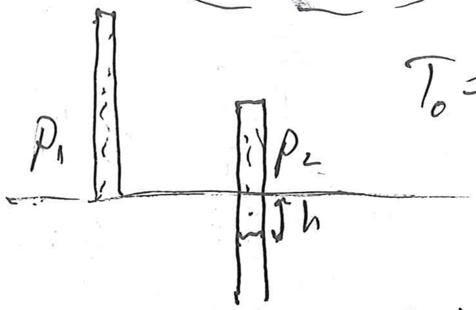


$R_0 \sim 10^3$ км

$R_1 \sim 10^4$ км

$$\rho g h = \frac{\nu_в R T_0}{S\left(\frac{l}{2} - h\right)}$$

$$p_0 = p_{нп} + \frac{\nu_в R T_0}{Sl}$$



$T_0 = const \to p_{н.п} = const$

$$p_1 = p_0 = p_в + p_{нп}$$

$$p_в V = \nu_в R T_0 \quad p_в S l = \nu_в R T_0$$

$$p_в = \frac{\nu_в R T_0}{Sl} \qquad p_1 = p_{нп} + \frac{\nu_в R T_0}{Sl}$$

$$\times 2{,}23$$
$$2{,}23$$
$$+\ 669$$
$$446$$
$$446$$
$$4{,}9729$$

$$p_2 = p_{нп} + p_в' = p_0 + \rho g h$$

$$p_в' = \frac{\nu_в R T_0}{\cancel{S(l-h)}\ S\left(l - \left(\frac{l}{2} - h\right)\right)} = \frac{\nu_в R T_0}{S\left(\frac{l}{2} + h\right)}$$

$$\cancel{p_{нп}} \begin{cases} p_1 = p_0 = \frac{\nu_в R T_0}{Sl} + p_{нп} \\ p_2 = p_0 + \rho g h = p_{нп} + \frac{\nu_в R T_0}{S\left(\frac{l}{2} + h\right)} \end{cases} \ominus \qquad \frac{\rho g h = \Delta p_{возд}}{\Delta p_{возд} = \frac{\nu_в R T_0}{\Delta V}}$$

$$\cancel{p_2 - p_1 = \rho g h + \frac{\nu_в R T_0}{S\left(\frac{l}{2} + h\right)} - \frac{\nu_в R T_0}{Sl}}$$

$$\rho g h = \frac{\nu_в R T_0}{S\left(\frac{l}{2} + h\right)} - \frac{\nu_в R T_0}{Sl} = \nu_в R T_0 \left(\frac{1}{S\left(\frac{l}{2} + h\right)} - \frac{1}{Sl}\right)$$