0 105555 070000

10-55-55-07
(3.5)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант №1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов

по физике

Булгакова Дмитрия Ивановича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

13.48 + лист [signature]
14.55 + лист [signature]

Дата
«09» 02 2024 года

Подпись участника

10-55-55-07 (3.5)

1	2	3	4	5	Σ
3	20	20	10	20	83

4.10.1

Чистовик

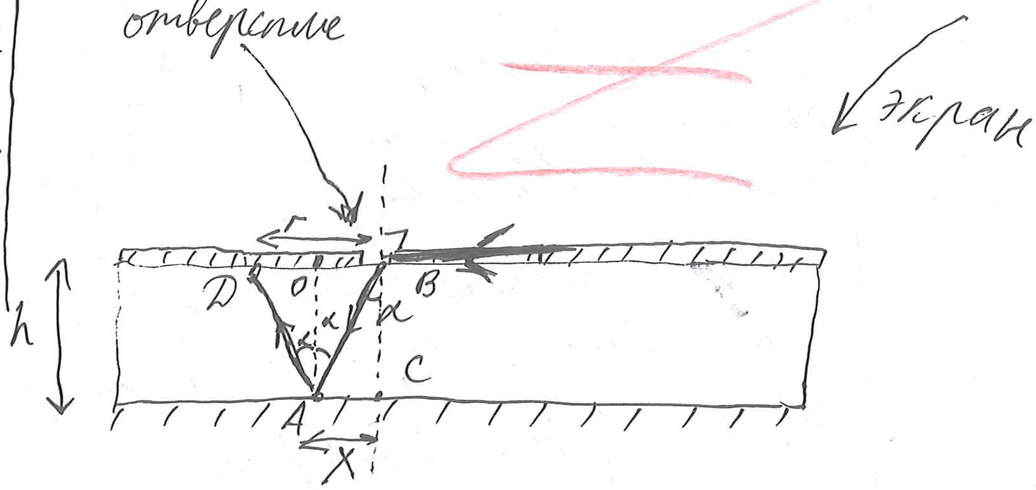
Дано:

$h = 5$ см

$n = 1{,}5$

$r - ?$

Решение:



Поскольку свет попадает в более плотную среду, то угол преломления будет меньше угла падения $\Rightarrow$ чтобы найти радиус освещ. обл. рассмотрим луч, падающий под углом $90°$, т.к. это и будет край этой освещенной области.

По закону Снеллиуса: $1 \cdot \sin 90° = n \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{n}$

Из $\triangle ABC$: $tg\alpha = \frac{x}{h} \Rightarrow x = h\, tg\alpha$

Т.к. $\angle DAD = \angle OAB = \alpha$, то $r = 2x$

Т.к. $\sin\alpha = \frac{1}{n}$, то $\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$, а значит

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{n\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}}$$

Итого:

$$r = 2x = 2h\, tg\alpha = 2h \frac{1}{n\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}}$$

$$r = 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}\sqrt{1-\frac{4}{9}}} = 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{9}}} =$$

$$= 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{20}{\sqrt{5}} \text{ (см)}$$

Ответ: $\frac{20}{\sqrt{5}}$ см.

+ + + 10 б

2.5.1

Чистовик

Дано:

$l = 1$ м

$h = 0{,}45$ м

$x = \frac{l}{2}$

$p_0 = 10^5$ Па

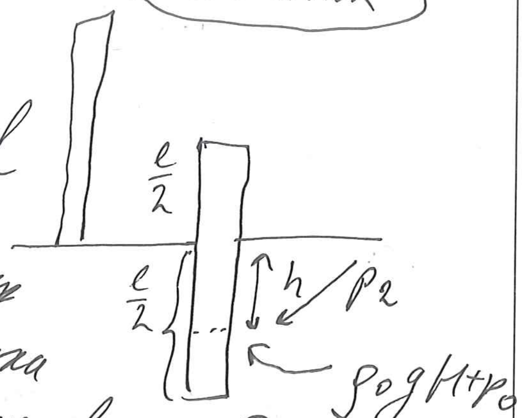
$\rho_0 = 10^3 \frac{кг}{м^3}$

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

$p_{нас}$ - ?

Решение:

Давление внутри трубки можно найти как сумму парциальных давлений пара и воздуха



Пусть первоначально в трубке было давление p_1, а в конце p_2

Тогда $\begin{cases} p_1 = p_{в_1} + p_{нас} \\ p_2 = p_{в_2} + p_{нас} \end{cases}$ т.к. пар всегда останется насыщенным.

Тут $p_{в_1}$ и $p_{в_2}$ - давления воздуха (парциальные) до и после погружения

Если первоначально $p_1 = p_0$, т.к. трубка закрыта с одного конца,

то в конце $p_2 = p_0 + \rho_0 g h$, т.к. на нижней границе давления смеси и воды выравниваются

Отсюда: $\begin{cases} p_0 = p_{в_1} + p_{нас} \\ p_0 + \rho_0 g h = p_{в_2} + p_{нас} \end{cases} \Rightarrow (-) \Rightarrow \rho_0 g h = p_{в_2} - p_{в_1}$ (*)

Для воздуха запишем закон Бойля-Мариотта:

$p_{в_1} S l = p_{в_2} S\left(\frac{l}{2} + h\right)$, где S - площадь поперечного сечения трубки

Тогда $p_{в_2} = \dfrac{p_{в_1} l}{\frac{l}{2} + h}$ подставим в (*)

см на след стр ↓ ↓ ↓

2.5.1 Продолжение: Чистовик

$$\rho_0 g h = \frac{p_{в_1} l}{\frac{l}{2}+h} - p_{в_1} = p_{в_1}\left(\frac{l}{\frac{l}{2}+h} - 1\right)$$

Отсюда получаем $$p_{в_1} = \frac{\rho_0 g h}{\frac{l}{\frac{l}{2}+h} - 1}$$

Т.к. $p_0 = p_{в_1} + p_{нас}$, то $p_{нас} = p_0 - p_{в_1}$

Итого $$\boxed{p_{нас} = p_0 - \frac{\rho_0 g h}{\frac{l}{\frac{l}{2}+h} - 1}}$$

+

$$p_{нас} = 10^5 - \frac{10^3 \cdot 10 \cdot \frac{45}{100}}{\frac{1}{0{,}5+0{,}45} - 1} = 10^5 - \frac{100 \cdot 45}{\frac{100}{95} - \frac{95}{95}} =$$

$$= 10^5 - \frac{100 \cdot \cancel{45}^{9}}{\cancel{5}} \cdot 95 = 10^5 - 100 \cdot 9 \cdot 95 =$$

+

$$= 10^5 - 85500 = 100 \cdot 10^3 - 85{,}5 \cdot 10^3 = 14{,}5 \cdot 10^3 \text{ (Па)}$$

Ответ: 14,5 кПа.

следующая задача на след. стр

3.10.1

Чистовик

Дано:

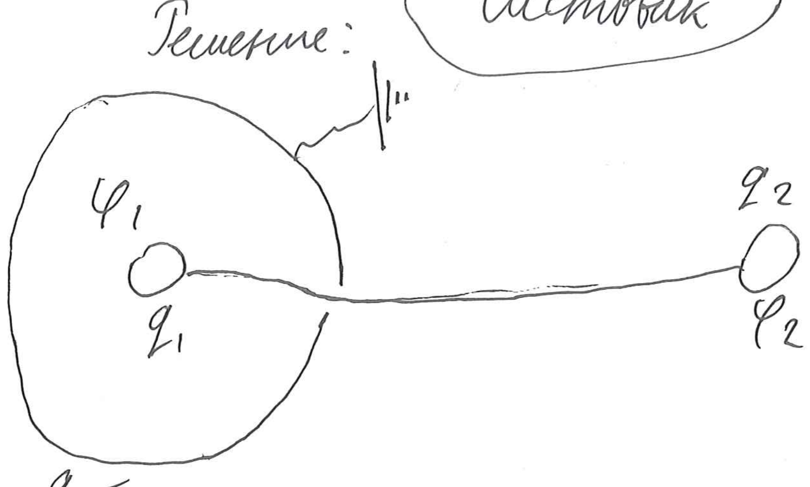
$r = 2$ см

$q_1 = 6 \cdot 10^{-10}$ Кл

$q_2 = 2 \cdot 10^{-10}$

$R - ?$

Решение:



$q_{об} = -q_1$

Пусть на оболочке устанавливается заряд $q_{об}$, на левом шаре q_1 и на правом q_2.
Т.к. оболочка заземлена, то её потенциал 0.
Отсюда

$$\varphi_{об} = \frac{Kq_1}{R} + \frac{Kq_{об}}{R} = 0 \Rightarrow \Rightarrow q_{об} = -q_1$$

Пусть потенциал левого шара φ_1, а правого φ_2.
Тогда

$$\varphi_1 = \frac{Kq_1}{r} + \frac{Kq_{об}}{R} = \frac{Kq_1}{r} - \frac{q_1 K}{R}$$

$\left(K = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}\right)$ - постоянная в законе Кулона

$$\varphi_2 = \frac{Kq_2}{r}$$

Т.к. эти шары соединили тонким проводником, то $\varphi_1 = \varphi_2$, отсюда

$$\frac{Kq_1}{r} - \frac{Kq_1}{R} = \frac{Kq_2}{r} \quad \Big/ \cdot \frac{r}{K}$$

3.10.1. Продолжение: Чистовик

$$q_1 - q_1 \frac{r}{R} = q_2 \Rightarrow q_1 \frac{r}{R} = q_1 - q_2$$

$$\boxed{R = \frac{q_1 r}{q_1 - q_2}}$$

$$R = \frac{6 \cdot 10^{-10} \cdot 2}{6 \cdot 10^{-10} - 2 \cdot 10^{-10}} = 2 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-10}}{4 \cdot 10^{-10}} = 2 \cdot \frac{3}{2} =$$

$$= 3 \text{ (см)}$$

Т.к. радиус получился положительной и подходящей под условие задачи $(R > r)$ величиной, то мы нашли единственно верное распределение заряда (на левом q_1; на правом q_2). Значит другой случай рассматривать не будем.

Ответ: 3 см.

остальные задачи на след. стр.

№5.4.1.

Чистовик

Дано:

$L = 0{,}3$ Гн

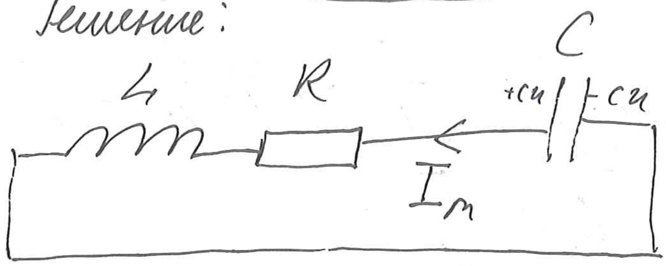
$R = 1$ Ом

$C = 30$ мкФ

$U = 2$ В

Q - ?

Решение:



Рассмотрим ситуацию, когда ток в цепи $I = I_m$ – лок. максимальный. В этот момент $U_L = L\dot{I} = 0$; ~~[illegible]~~

Тогда по II правилу Кирхгофа:

$$0 = RI_m - U \Rightarrow I_m = \frac{U}{R}$$

Рассмотрим малое кол-во теплоты, которое выделится на резисторе

$\delta Q = I^2 R\,dt$, но $I \neq const$, поэтому пренебрегая изменением амплитуды тока в течение 1 колебания найдём действующее значение тока в этот момент $I_д$.

$$I_д = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{U}{R\sqrt{2}}$$

Тогда $\delta Q = I_д^2 R\,dt$; период колебаний будет $T = 2\pi\sqrt{LC}$ +

$$Q = \int_0^T I_д^2 R\,dt = \frac{U^2}{2R^2} \cdot R \int_0^{2\pi\sqrt{LC}} dt = \frac{U^2}{2R} t \Big|_0^{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{U^2}{\cancel{2}R} \cdot \cancel{2}\pi\sqrt{LC} = \frac{U^2\sqrt{LC}\,\pi}{R} = \frac{\pi U^2}{R}\sqrt{LC}$$ +

$$Q = \frac{3{,}14 \cdot 2^2}{1}\sqrt{0{,}3 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \approx 38 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)}$$

+

Ответ: 38 мДж.

1.4.1

Дано:

$R_1 = 6{,}4 \cdot 10^4$ км

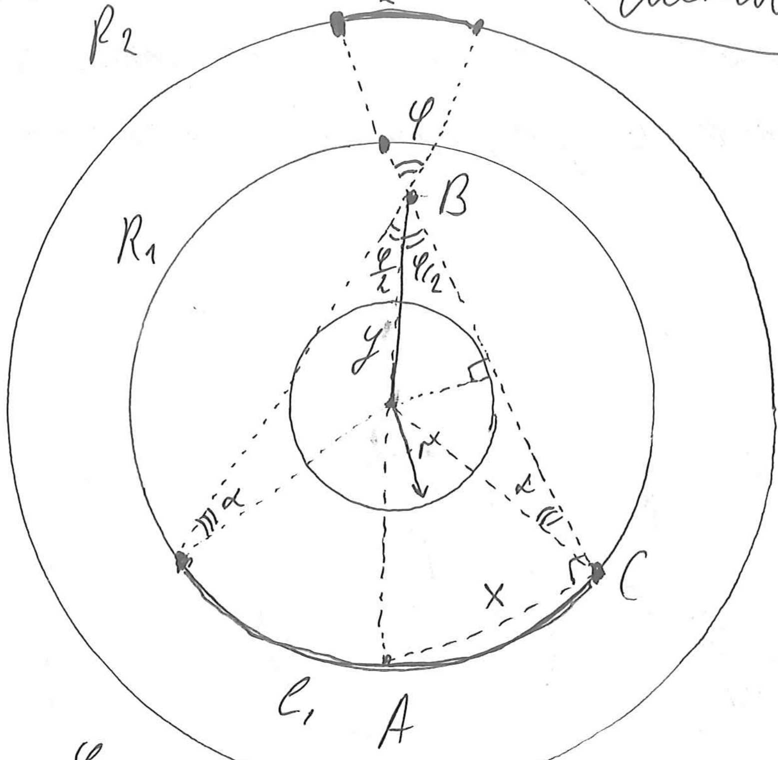
$R_2 = 10^5$ км

$g = 9\ \frac{м}{с^2}$

$\tau - ?$

Решение:

Чистовик



$\sin\frac{\varphi}{2} \approx \frac{r}{y} \approx \frac{\varphi}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{2r}{y}$

$\varphi = \frac{l_2}{R_2 - y} = \frac{l_1}{R_1 + y}$

Т.к. $l_2 = v_2\tau$ и $l_1 = v_1\tau$, то

$\frac{v_2\tau}{R_2 - y} = \frac{v_1\tau}{R_1 + y} \Big| \cdot \frac{1}{\tau}$ учитывая, что $\boxed{\begin{matrix} v_1 = \sqrt{gR_1} \\ v_2 = \sqrt{gR_2} \end{matrix}}$

$\frac{\sqrt{gR_2}}{R_2 - y} = \frac{\sqrt{gR_1}}{R_1 + y} \Big| \cdot \frac{1}{\sqrt{g}}$

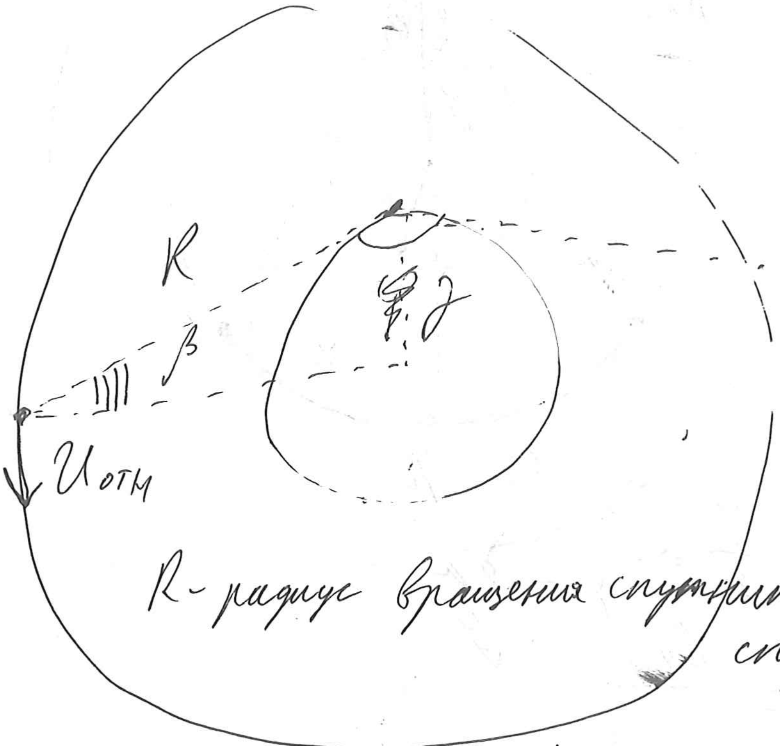
$\frac{\sqrt{R_2}}{R_2 - y} = \frac{\sqrt{R_1}}{R_1 + y} \Rightarrow R_1\sqrt{R_2} + y\sqrt{R_2} = R_2\sqrt{R_1} - y\sqrt{R_1}$

$y(\sqrt{R_2} + \sqrt{R_1}) = R_2\sqrt{R_1} - R_1\sqrt{R_2}$

$y = \frac{R_2\sqrt{R_1} - R_1\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_2} + \sqrt{R_1}}$

1.4.1. Продолжение: (Чистовик)

Перейдём в СО – 1 спутник. В ней спутник на радиусе R_1 – покоится



R – радиус вращения спутника 2 отн спутника 1

$$v_1 = v_2 + u_{отн} + \frac{v_2}{R_2}R_1$$ – з. сложения скоростей для вращ. СО.

$$u_{отн} = v_1 - v_2\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

~~$\operatorname{tg}\beta = \frac{R_1}{R_2}$ ...~~ $\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{R_2}{R} \approx \frac{\gamma}{2}$

$$\gamma = \frac{2R_2}{R} = \frac{u_{отн}\tau}{R} \Rightarrow 2R_2 = u_{отн}\tau$$

$$\tau = \frac{2R_2}{u_{отн}} = \frac{2R_2}{v_1 - v_2\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)} = \frac{2R_2}{\sqrt{gR_1} - \sqrt{R_2 g}\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)}$$

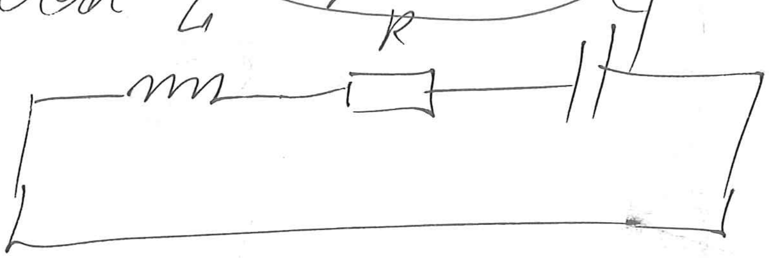
$$\tau = \frac{2\cdot10^5\cdot10^3}{\sqrt{9\cdot6,4\cdot10^4\cdot10^3} - \sqrt{9\cdot10^5\cdot10^3}\left(1+\frac{6,4\cdot10^4\cdot10^3}{10^5\cdot10^3}\right)} =$$

$$= \frac{2\cdot10^5\cdot10^3}{8\cdot3\cdot10^3 - 3\cdot10^4\left(1+\frac{64}{100}\right)} = \frac{2\cdot10^2}{24\cdot10^3 - 3\cdot10^4\cdot1{,}64} = \ldots$$

$3 \cdot 10^5 \cdot 10^3$ $2 \cdot 10^8$

Черновик

$24 \cdot 10^3 - 41{,}2$



$1{,}64$
$\times 3$
$4{,}92$

$I(t) = I_m \cos\omega t$

$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

$$\frac{x}{r} = \frac{y+R_1}{y} \approx \frac{v_1\tau}{2r}$$

$$2ry + 2rR_1 = yv_1\tau$$

$\sin\alpha = \frac{R_1}{R_2}$

$\sin\beta = \cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}}$

$$\frac{l_1}{2(y+R_1} = \frac{r}{y}$$

$\frac{v t}{R_2+R_1} = r$

$$r(2y + 2R_1) = yv_1\tau$$

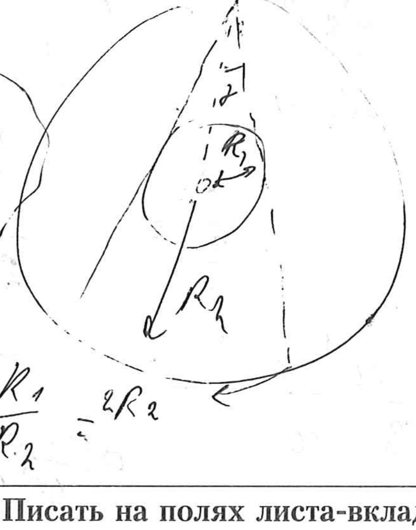
$$r = \frac{yv_1\tau}{2y+2R_1}$$

$\alpha = \frac{r}{R_1}$

~~$L\dot{I} + IR +$~~

$\gamma = \frac{R_1}{R_2}$

$$v_1 = v_{0+4} + \frac{v_2}{R_2} \cdot R_1$$

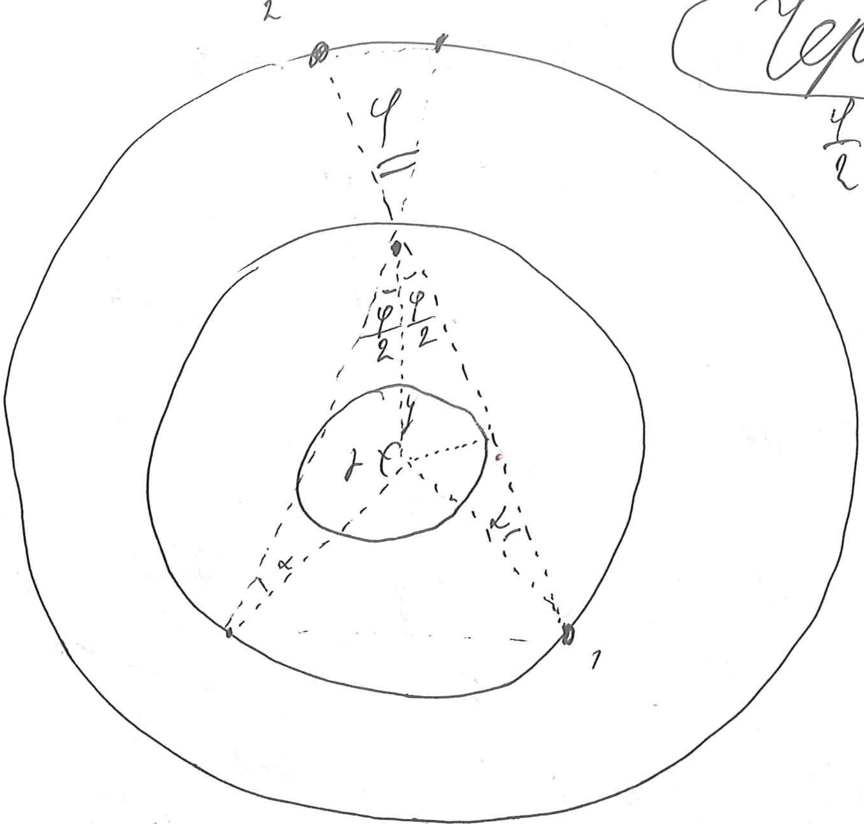


$\frac{vt}{R}$

$v_2 = v_1 +$

$$2\gamma = \frac{2R_1}{R_2} = 2R_2$$

Черновик



$\frac{\varphi}{2} = \frac{r}{y}$

$$\frac{v_1 \tau}{y+R_1} = \frac{v_2 \tau}{R_2 - y}$$

$y = \dots$

$\alpha = \frac{r}{R_1}$

$$r = \frac{v_1 \tau}{2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{y}\right)}$$

$\gamma = \frac{2\pi - v_1 \tau}{2}$

$$\frac{r}{R_1} + \frac{r}{y} + \pi - \frac{v_1 \tau}{2} = \pi$$

$$r\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{y}\right) = \frac{v_1 \tau}{2}$$

$$\frac{2r}{y} = \frac{v_2 \tau}{R_2 - y}$$

$\frac{R_1}{R}$

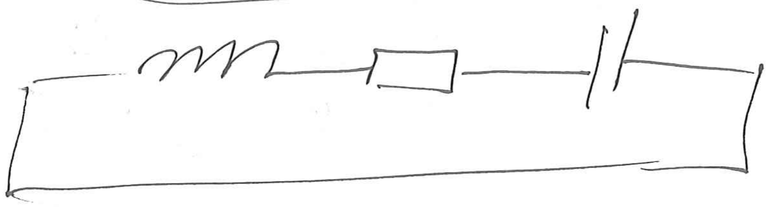
$\frac{\gamma}{2} =$

$$\frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3}{24 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^4 \cdot \frac{32}{5}} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3}{}$$

$$\frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3}{8 \cdot 3 \cdot 10^3}$$

$\frac{64 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 10^2}$

Черновик



$IR = q_c = u$

$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{q_c}{C} = 0$

$\delta Q = \int I^2 R\,dt$ $\boxed{I_g = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}$

$Q = \int_0^{2\pi\sqrt{LC}} \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 R\,dt = \frac{I_m^2}{2} R \cdot 4\pi^2 LC$

$L\ddot{q} + \dot{q}R + \frac{q}{C} = 0$

Черновик

$Q = \int_0^T \frac{u^2}{2R^2} \cdot R\,dt =$

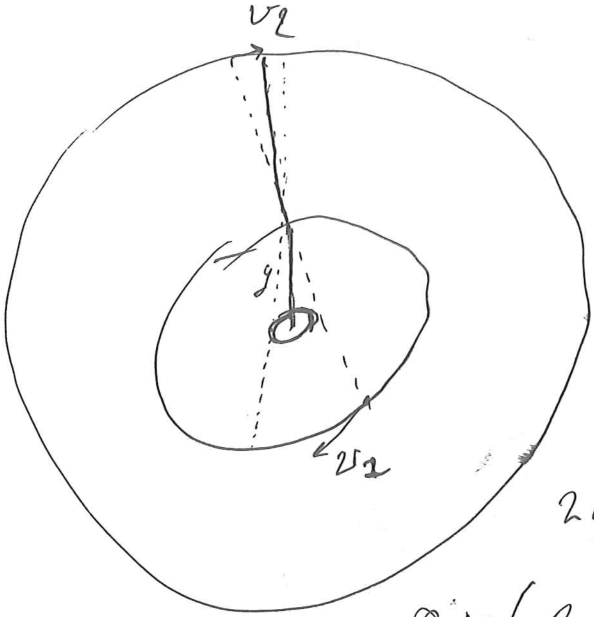
$= \frac{u^2}{2R} \cdot 2\pi\sqrt{LC} = \frac{u^2\pi}{R}\sqrt{LC}$

$Q = \frac{4 \cdot 3{,}14}{1}\sqrt{0{,}3 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} =$

$= 4 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 12 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-3}$

$\times\begin{array}{r} 3{,}14 \\ 12 \\ \hline 628 \\ +314 \\ \hline 37{,}68 \end{array}$ $\times\begin{array}{r} 3{,}14 \\ 12 \\ \hline 628 \\ +314 \\ \hline 37{,}68 \end{array}$

Черновик



$$\varphi = \frac{2r}{y} = \cancel{\frac{v_2 \tau}{y+R_2}}$$

$$\boxed{\frac{2r}{y} = \frac{v_1 \tau}{y+R_1} = \frac{v_2 \tau}{R_2 - y}}$$

$$2ry + 2R_1 r = y v_1 \tau$$

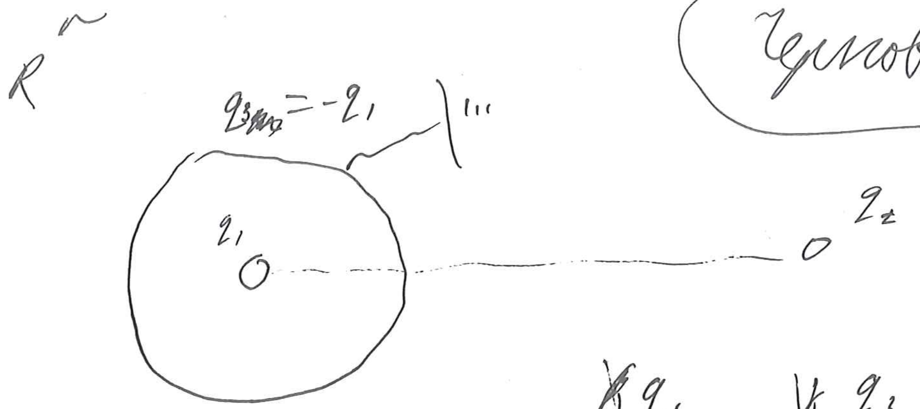
$$\boxed{2r(y+2R_1) = y v_1 \tau}$$

$$\varphi = \frac{y v_1 \tau}{y+2R_1} = \frac{v_1 \tau}{y+2R_1} = \frac{v_2 \tau}{R_2 - y}$$

$$\frac{v_2 \tau}{R_2} = \frac{2r}{y} \Rightarrow r = \ldots$$

$$\frac{v_2 \tau}{R_2 - y} = \frac{y v_2 \tau}{R_2}$$

Черновик



$\frac{\cancel{k}q_1}{R} + \frac{\cancel{k}q_3}{R} = 0$

$2q_0 = q_1 + q_2$

$q_3 = -q_1$

$\frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R} = \frac{kq_2}{r}$

$\frac{q_1}{r} - \frac{q_1}{R} = \frac{q_2}{r} \quad | \cdot r$

$q_1 - q_1\frac{r}{R} = q_2$

$q_1\frac{r}{R} = q_1 - q_2$

$r = \frac{R}{q_1}(q_1 - q_2)$

Черновик

$F = k\frac{q^2}{r^2}$

$\frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R} = \frac{kq_2}{r}$

$\frac{3\cancel{6\cdot10^{-10}}\cdot 2}{\cancel{2}\ \cancel{4\cdot10^{-10}}}$

$q_1 - q_1\frac{r}{R} = q_2$

$q_1\frac{r}{R} = q_1 - q_2$

$R = \frac{q_1 r}{q_1 - q_2}$

Черновик

l

$x = \frac{l}{2}$

h

$$p_1 = p_{в_1} + p_н$$

$$p_2 = p_{в_2} + p_н$$

$$p_{в_1} S l = p_{в_2} \left(\frac{l}{2} + h\right) S$$

$$\frac{p_{в_2}}{p_{в_1}} = \frac{l}{\frac{l}{2}+h}$$

$$p_0 + \rho_0 g h = p_2$$

$$\begin{cases} p_0 + \rho_0 g h = p_{в_2} + p_н \\ p_1 = \underline{p_{в_1} + p_н = p_0} \end{cases}$$

$$\frac{1000 \cdot 10 \cdot \frac{45}{100}}{5} \cdot 95 = \frac{100 \cdot 45 \cdot 19}{1} =$$

$=$

$$\cancel{p_0 + \rho_0 g h = u}$$

$$\begin{cases} p_0 + \rho_0 g h = p_{в_1} \frac{l}{\frac{l}{2}+h} + p_н \\ p_0 = p_{в_1} + p_н \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 19 \\ \hline 405 \\ +45 \\ \hline 855 \end{array}$$

$\cancel{855 \cdot 10}$

$85500 =$

$= 85{,}5$ кПа

$$\rho_0 g h = p_{в_1}\left(\frac{l}{\frac{l}{2}+h} - 1\right) \Rightarrow p_{в_1} = \ldots$$

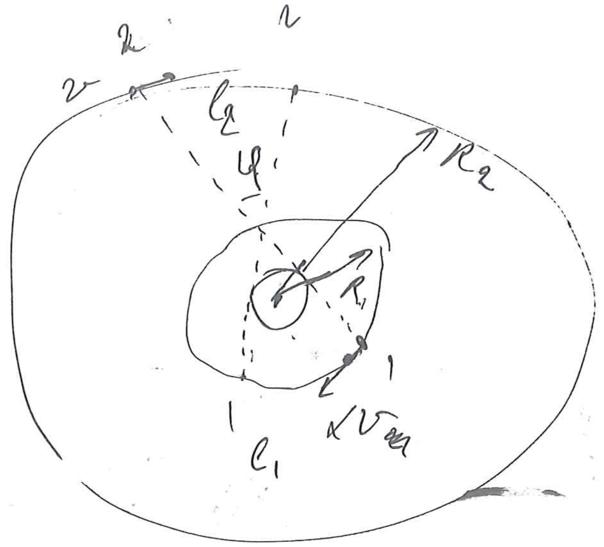
$$p_н = p_0 - p_{в_1}$$

$$p_{в_1} = \frac{\rho_0 g h}{\frac{l}{\frac{l}{2}+h} - 1} = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 0{,}45}{\frac{1}{0{,}5+0{,}45} - 1} =$$

$$= \frac{1000 \cdot 10 \cdot 0{,}45}{\frac{1}{0{,}95} - 1} = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 0{,}45}{\frac{100}{95} - \frac{95}{95}} =$$

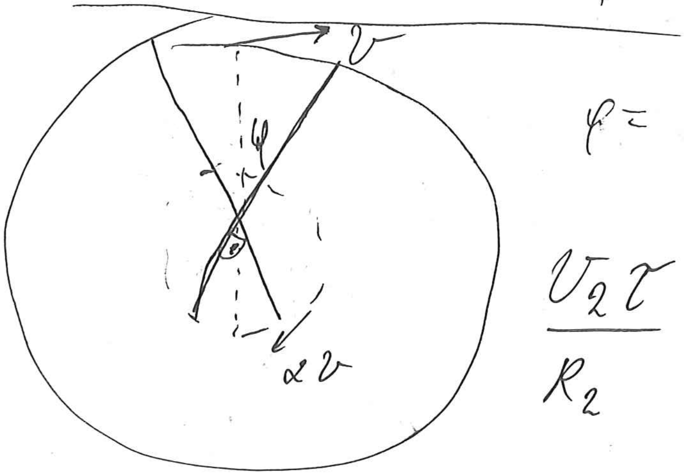
$$= \frac{1000 \cdot 10 \cdot 0{,}45}{5} \cdot 95 =$$

Черновик



$$G\frac{mM}{R_1^2} = \frac{mv_1^2}{R_1} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} \qquad v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}}$$

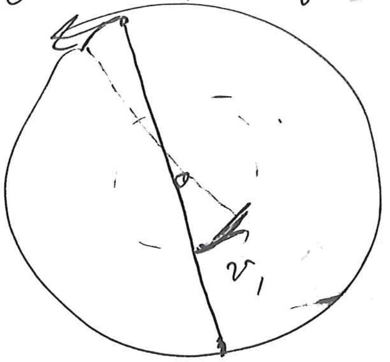
$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \Rightarrow v_1 = v_2\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \alpha v_2$$



$$\varphi = \frac{l_2}{R_2} = \frac{l_1}{R_1}$$

$$\frac{v_2\tau}{R_2} = \frac{\alpha v_2\tau}{R_1}$$

v_2 $l_1 = v_1\tau$



$$\begin{array}{r} \times\, 95 \\ 9 \\ \hline 855 \end{array}$$

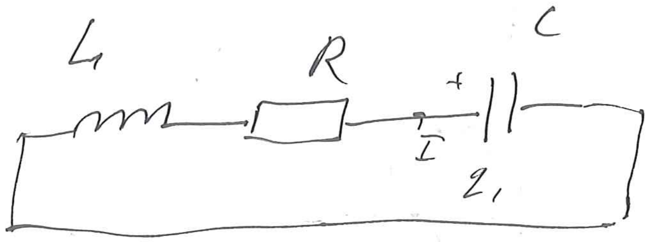
$$\begin{array}{r} -\,100{,}0 \\ 85{,}5 \\ \hline 14{,}5 \end{array}$$

Черновик

L

R

C



$U_c = U$

~~$T = 2\pi\sqrt{LC}$~~

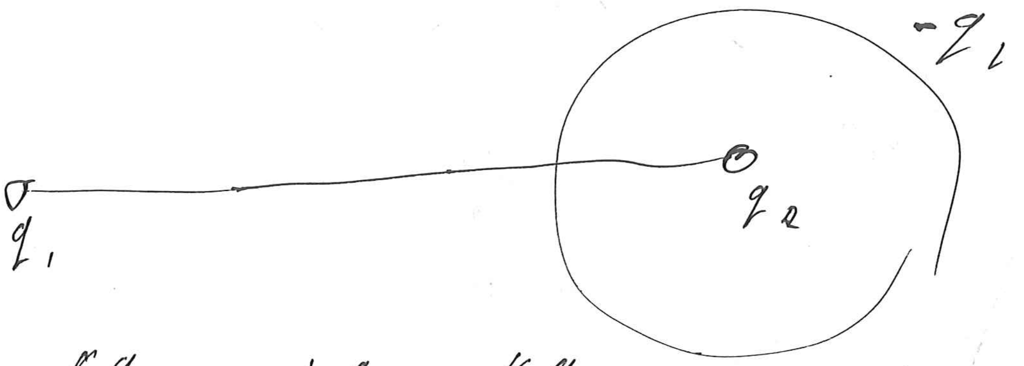
~~$IR + \frac{q}{C} = 0$~~ $IR + \frac{q}{C} = 0$

$U_m = IR$

$I_m = \ldots$

$$\frac{LI_0^2}{2} + \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_1^2}{2} + \frac{q_1^2}{2C} + Q$$

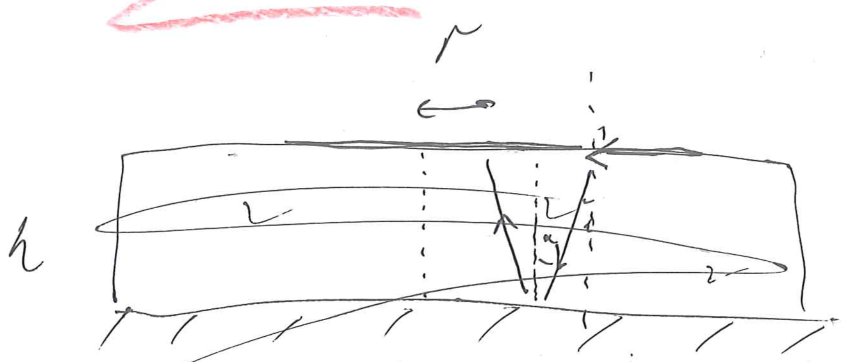
$$I_1 R = \frac{q_1}{C} \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{q_1}{RC}}$$



$$\frac{kq_1}{r} = \frac{kq_2}{r} - \frac{kq_2}{R} \quad \Big| \cdot \frac{r}{k}$$

$$q_1 = q_2 - \frac{q_2 r}{R} \qquad \frac{q_2 r}{R} = q_2 - q_1$$

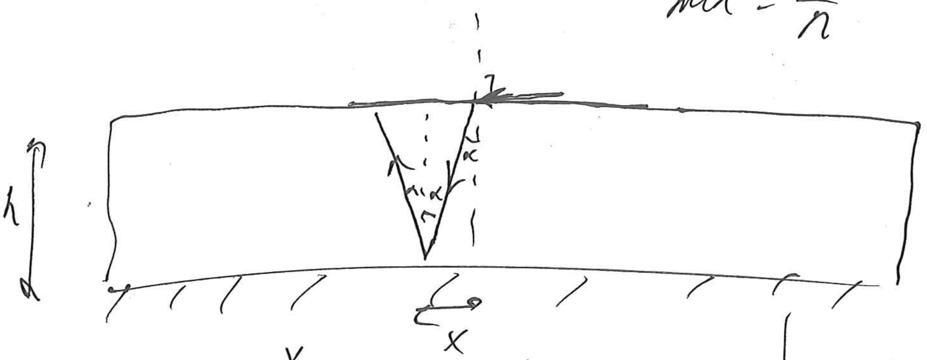
Черновик



$1 = n\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{n}$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{n^2}}$

$\sin\alpha = \frac{1}{n}$



$tg\alpha = \frac{x}{h} \Rightarrow x = h\,tg\alpha$

$tg\alpha = \frac{1}{n\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}}$

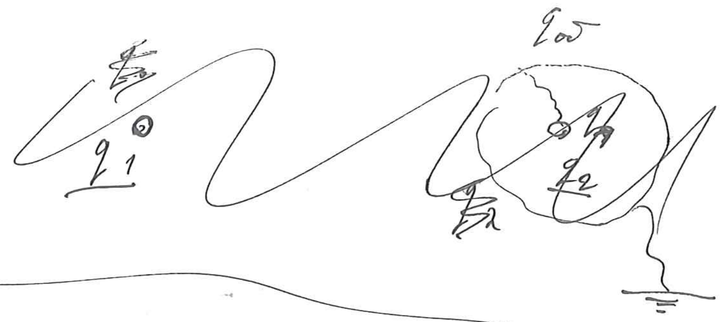
$r = 2x = 2h\,tg\alpha$

$\frac{x}{h} = tg\alpha \Rightarrow r = 2x = 2h\,tg\alpha =$

$= 2h\frac{1}{n\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}} = 2\cdot 5\cdot\frac{1}{\frac{3}{2}\sqrt{1-\frac{4}{9}}} =$

$= 10\cdot\frac{1}{\frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{10\cdot 2}{\sqrt{5}} = \frac{20}{\sqrt{5}}$

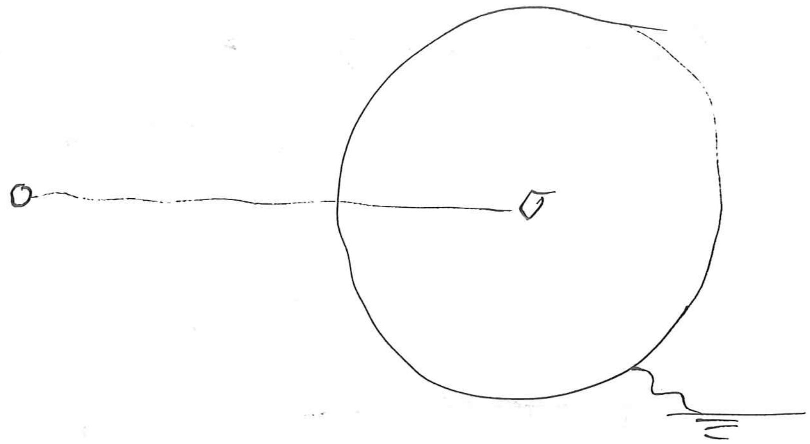
Черновик



$r = 2$ см

R

~~$q_1 = q_{об} +$~~



10-55-55-07
(3.5)

3.~~1~~0.1 Продолжение

Черновик

~~Или~~ $q_1 - q_1 \frac{r}{R} = q_2$

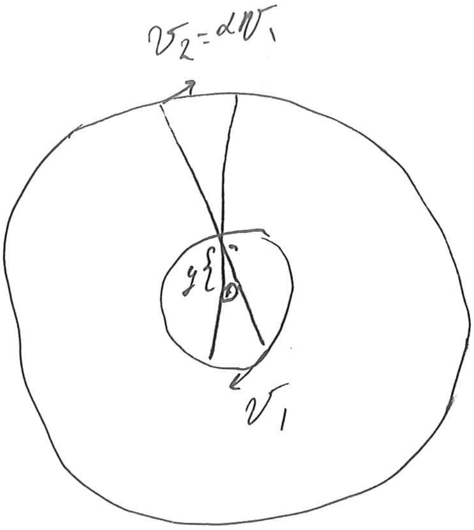
$q_1 \frac{r}{R} = q_1 - q_2$

$\cancel{r = \frac{R}{q_1}(q_1 - q_2)}$

$$\boxed{R = \frac{q_1 r}{q_1 - q_2}}$$

Тут мы видим, что заряды на шаре расставлены верно, ведь если бы на левом шаре был q_2

Черновик



Черновик

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{r}{R_1} \approx \frac{\varphi_2}{2} = \frac{r}{R_2} \Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{2r}{R_1}}$$

$$\cancel{\varphi = 2\frac{r}{R_2} = \frac{l_2}{R_2}} = \frac{l_1}{R_1}$$

$$\cancel{2\frac{r}{R_2} = \frac{v_2\tau}{R_2}} \Rightarrow \boxed{r = \frac{v_2\tau}{2}}$$

$$\boxed{\frac{2r}{y} = \varphi}$$

$$\frac{\varphi}{2} = \frac{r}{y}$$

$$\cancel{\frac{l_1}{R_1} = \frac{l_2}{R_2} \Rightarrow}$$

$$\frac{2r}{\cancel{R_1}} = \frac{v_1\tau}{\cancel{R_1}} \Rightarrow \boxed{2r = v_1\tau}$$

$$v_1 = \sqrt{gR_1}$$

$$\cancel{\frac{2r}{R_1} = \frac{v_2\tau}{R_2} \Rightarrow \frac{2}{R_1}\cdot\frac{v_1\tau}{2}} =$$

$$\boxed{y = \frac{2r}{\varphi}}$$

$$(y + R_1)v_1\cancel{\tau} = (R_2 - y)v_2\cancel{\tau}$$

$$\varphi =$$

$$yv_1 + R_1v_1 = R_2v_2 - yv_2$$

$$y(v_1 + v_2) = R_2v_2 - R_1v_1$$