



0 874376 460009

87-43-76-46

(4.6)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант №2

Место проведения Москва  
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“ по физике  
наименование олимпиады

по физике  
профиль олимпиады

Быкова Егора Александровича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход 15:02 Уайс  
Вход 15:05 Жоу

Дата  
« 9 » февраля 2024 года

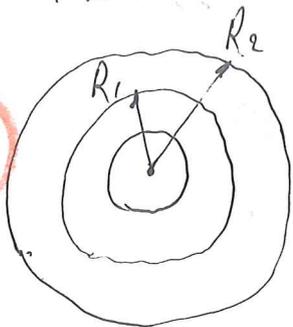
Подпись участника  
Быкова

87-43-76-46

(4.6)

№1.4.2

Чистовик.



1) Пусть  $v_1$  - скорость спутника на орбите рад.  $R_1$

$v_2$  - на орбите рад.  $R_2$

$$a_{ц.с.1} = \frac{v_1^2}{R_1} ; a_{ц.с.2} = \frac{v_2^2}{R_2}$$

$$F_{грав.1} = G \frac{m_1 M}{R_1^2} ; F_{грав.2} = G \frac{m_2 M}{R_2^2}$$

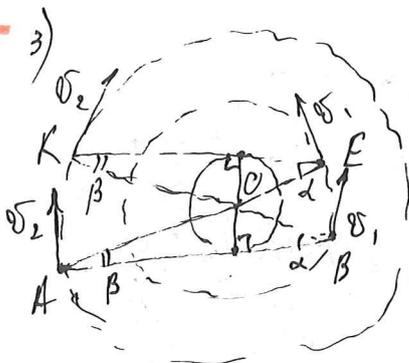
По II з-ну Ньютона для 2 спутников:

$$m_1 \frac{v_1^2}{R_1} = G \frac{m_1 M}{R_1^2} \Leftrightarrow \frac{v_1^2}{R_1} = G \frac{M}{R_1^2} \Leftrightarrow v_1^2 = G \frac{M}{R_1}$$

$$m_2 \frac{v_2^2}{R_2} = G \frac{m_2 M}{R_2^2} \Leftrightarrow \frac{v_2^2}{R_2} = G \frac{M}{R_2^2} \Leftrightarrow v_2^2 = G \frac{M}{R_2}$$

2) По об-му планеты:

$$mg = G \frac{mM}{R^2} \Leftrightarrow g = \frac{GM}{R^2} \text{ , где } R \text{ - радиус планеты}$$



В момент начала сепарации:

$$\sin \beta = \frac{R}{R_2} ; \sin \alpha = \frac{R}{R_1} \text{ , т.к. } AB \text{ - касательная}$$

а планете а радиус перпендик. касательной.

$$\angle AOB = \pi - \arcsin \frac{R}{R_2} - \arcsin \frac{R}{R_1}$$

$$\omega_1^2 = \frac{v_1^2}{R_1^3} = G \frac{M}{R_1^3} ; \omega_2^2 = \frac{v_2^2}{R_2^3} = G \frac{M}{R_2^3}$$

$$GM = gR^2 \Rightarrow \omega_1^2 = g \frac{R}{R_1^3} ; \omega_2^2 = g \frac{R}{R_2^3}$$

За время  $\tau$  до раб-ки выскрут углы - равные

$$\omega_1 \tau = \sqrt{g \frac{R}{R_1^3}} \tau \text{ и } \omega_2 \tau = \sqrt{g \frac{R}{R_2^3}} \tau$$

$2\pi - \angle AOB - \omega_1 \tau - \omega_2 \tau = \angle KOE$  , а  $\angle KOE$  - это опять касательная в ор-те  $K$  показывает где ней был-то те же св-ва, это а для  $AB$  , откуда:

1 | 2 | 3 | 4 | 5  
 20 | 20 | 20 | 20 | 20  
 Равно. Деление

Чистовик

$$\angle KOE = \angle KOB = \pi - \arcsin \frac{R}{R_1} - \arcsin \frac{R}{R_2}$$

$$2\pi - (\pi - \arcsin \frac{R}{R_1} - \arcsin \frac{R}{R_2}) - \sqrt{g \frac{R^2}{R_1^3}} \tau - \sqrt{g \frac{R^2}{R_2^3}} \tau =$$

$$= \pi - \arcsin \frac{R}{R_1} - \arcsin \frac{R}{R_2}$$

$$\pi + \arcsin \frac{R}{R_1} + \arcsin \frac{R}{R_2} - \sqrt{g \frac{R^2}{R_1^3}} \tau - \sqrt{g \frac{R^2}{R_2^3}} \tau =$$

$$= \pi - \arcsin \frac{R}{R_1} - \arcsin \frac{R}{R_2}$$

$$2 \arcsin \frac{R}{R_1} + 2 \arcsin \frac{R}{R_2} = \sqrt{\frac{g}{R_1^3}} R \tau + \sqrt{\frac{g}{R_2^3}} R \tau$$

В приближении, если много, т.е.  $R \ll R_1$  и  $R \ll R_2$  по углам, воспользуемся приближением  $\arcsin x \approx x$

$$2 \frac{R}{R_1} + 2 \frac{R}{R_2} = \sqrt{\frac{g}{R_1^3}} R \tau + \sqrt{\frac{g}{R_2^3}} R \tau$$

$$\frac{2}{R_1} + \frac{2}{R_2} = \sqrt{\frac{g}{R_1^3}} \tau + \sqrt{\frac{g}{R_2^3}} \tau \Leftrightarrow \tau (\sqrt{\frac{g}{R_1^3}} + \sqrt{\frac{g}{R_2^3}}) = \frac{2}{R_1} + \frac{2}{R_2}$$

$$\tau = \frac{2R_1 + 2R_2}{R_1 R_2 (\sqrt{\frac{g}{R_1^3}} + \sqrt{\frac{g}{R_2^3}})} = \frac{2(R_1 + R_2)}{\sqrt{g R_2^3} + \sqrt{g R_1^3}} = \frac{2(R_1 + R_2) \sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{g R_2^3} + \sqrt{g R_1^3}}$$

$$R_1 = 6,4 \cdot 10^7 \text{ (м)}$$

$$R_2 = 10 \cdot 10^7 \text{ (м)}$$

$$R_1 = 64 \cdot 10^6 \text{ (м)} = (8 \cdot 10^3)^2 \text{ м}$$

$$R_2 = 100 \cdot 10^6 \text{ (м)} = (10 \cdot 10^3)^2 \text{ м}$$

$$= \frac{2(R_1 + R_2) \sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{g} (\sqrt{R_2^3} + \sqrt{R_1^3})} = \frac{2(16,4 \cdot 10^7) \sqrt{64 \cdot 10^7}}{\sqrt{g} (\sqrt{(8 \cdot 10^3)^3} + \sqrt{(10 \cdot 10^3)^3})} \text{ с}$$

$$= \frac{2(16,4 \cdot 10^7) \cdot 8 \cdot 10^7}{3 \cdot (8^3 \cdot 10^9 + 10^3 \cdot 10^9)} \text{ (с)} = \frac{2 \cdot 16,4 \cdot 8 \cdot 10^{14}}{3 \cdot 1512 \cdot 10^9} \text{ (с)}$$

$$= \frac{262,4 \cdot 10^5}{4536} \text{ с} = \frac{26240 \cdot 10^3}{4536} \text{ с} \approx 57845 \text{ (с)}$$

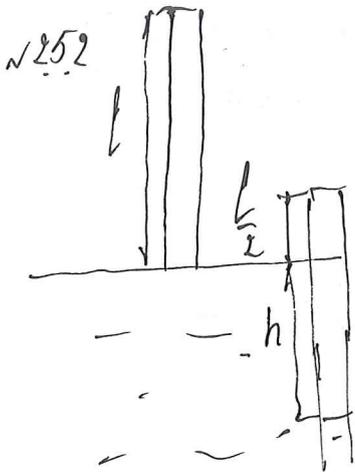
$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 8 \\ \hline 512 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16,4 \\ \times 2 \\ \hline 328 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32,8 \\ \times 8 \\ \hline 262,4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1512 \\ \times 3 \\ \hline 4536 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 26240 \mid 4586 \\
 22680 \mid 5,87848 \\
 \hline
 35600 \\
 - 32808 \\
 \hline
 91752 \\
 38480 \\
 36288 \\
 \hline
 21920 \\
 18144 \\
 \hline
 37760 \\
 - 36288 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ответ:  $\tau = \frac{2(R_1 + R_2) \sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{g} (\sqrt{R_1^3} + \sqrt{R_2^3})} = 5785 (с)$

Числовый



- 1) В начальном моменте по закону сообщающихся сосудов (жидк. в равновесии и в трубах): сила гидростат. давления
- $$p_{\text{жидк}} = p_0 = p_{\text{жидк}} + p_{\text{нас}}$$
- 2)  $p_{\text{жидк}} \cdot V = \nu RT = \text{const}$  (в равновесии)
- По уравнению Менделеева-Клапейрона

$$p_{\text{жидк}} \cdot \left(\frac{l}{2} + h\right) S = \nu RT = p_{\text{жидк}} V$$

$$p_{\text{жидк}} = p_{\text{жидк}} \frac{l}{\frac{l}{2} + h}$$

- 3) По закону сообщающихся сосудов в равновесии момент:

$$p_0 + \rho_0 g h = p_{\text{жидк}} + p_{\text{нас}} = p_{\text{жидк}} \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + h} + p_{\text{нас}}$$

Получим систему:

$$p_0 = p_{\text{жидк}} + p_{\text{нас}}$$

$$p_0 + \rho_0 g h = p_{\text{жидк}} \frac{l}{\frac{l}{2} + h} + p_{\text{нас}}$$

$$p_{\text{жидк}} \left(\frac{l}{\frac{l}{2} + h} - 1\right) = \rho_0 g h = p_{\text{жидк}} \frac{l - \frac{l}{2} - h}{\frac{l}{2} + h} = p_{\text{жидк}} \frac{\frac{l}{2} - h}{\frac{l}{2} + h}$$

$$p_0 = \rho_0 g h \frac{\frac{l}{2} + h}{\frac{l}{2} - h} + p_{\text{нас}} = 10^3 \cdot 10 \cdot 0,45 \cdot \frac{0,5 + 0,45}{0,5 - 0,45} \text{ Па} + 14500 \text{ Па} = 14500 \text{ Па}$$

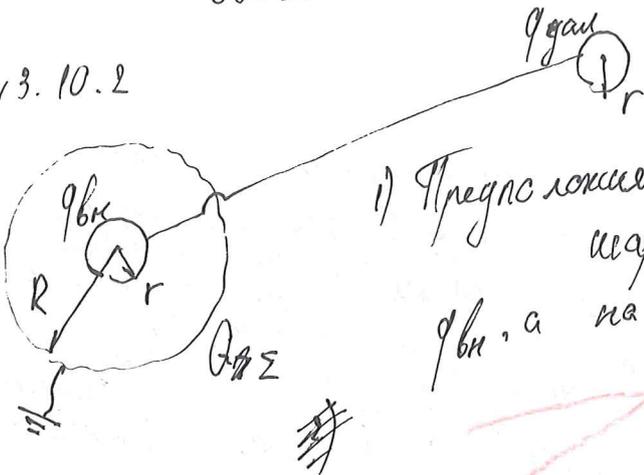
Частовик  
 $= 4500 \cdot \frac{0,95}{0,05} \text{ Па} + 14500 \text{ Па} = 4500 \cdot 19 \text{ Па} + 14500 \text{ Па} = (85500 + 14500) \text{ Па} =$

$= 100000 \text{ Па}$

$$\begin{array}{r} 95 \overline{) 5} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 45 \phantom{0} \\ \underline{45} \phantom{0} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4500 \\ \times 19 \\ \hline 405 \\ + 45 \phantom{0} \\ \hline 85500 \end{array}$$

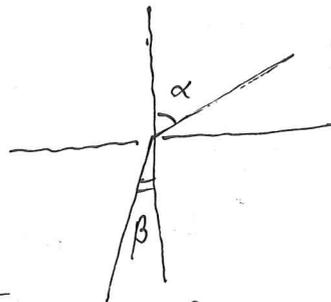
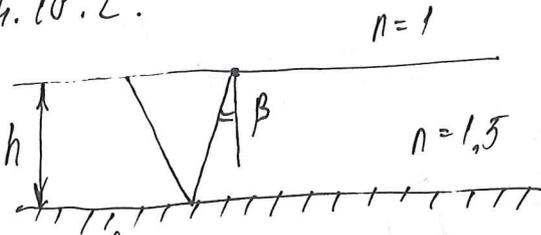
Ответ:  $p_c = \rho_0 g h \frac{\frac{l}{2} + h}{\frac{l}{2} - h} + p_{нас} = 10^5 \text{ Па} +$

№ 3. 10.2



1) Предположим, что на внутренней шаре установлена заряд  $q_{вн}$ , а на внешней  $q_{вн}$

№ 4. 10.2.

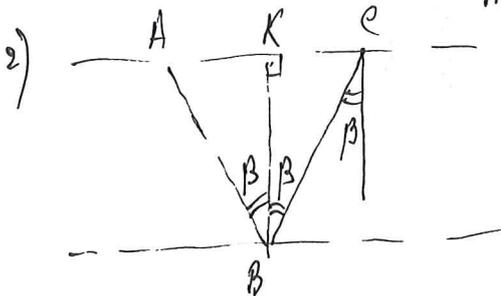


1) По закону Снеллиуса

$\sin \alpha = n \sin \beta$

П.р. свет рассеянный

$0 \leq \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha \leq \frac{1}{n}$



Угол падения на зеркало в смысле параллельности к нормали будет также равен  $\beta \Rightarrow$  будет равен  $\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow$  угол отражения также будет равен  $\beta \Rightarrow$   
 $\angle ABC = 2\beta$

$\begin{cases} AK = h \cdot \text{tg} \beta \\ KC = h \cdot \text{tg} \beta \end{cases} \Rightarrow AC = 2h \text{tg} \beta$



13.10.2 продолжение.

Чистовик



2) Найдём потенциал шаров.

III.2 ски удалена друг от друга почти сразу и её внутр. шарика для дальнейшего шарика можно пренебречь.



III.2 шарик проводящий потенциал на нём будет одинаков во всех местах => => найдём потенциал в центре шара

$$\varphi_{шар} = \sum_i k \frac{q_{доч\ i}}{r} = \frac{k}{r} \sum_i q_{доч\ i} = \frac{k q_{доч}}{r}$$

точное заряды на пов-ти шара.

Потенциал в центре второго шарика тоже равен

$\varphi_{шар}$  :

$$\varphi_{шар} = \sum_i k \frac{q_{вн\ i}}{r} + \sum_i k \frac{Q_i}{R}, \text{ где } Q_i - \text{точечный заряд на сфере}$$

$$\varphi_{шар} = \frac{k q_{доч}}{r} = k \frac{q_{вн}}{r} + k \frac{Q_{\Sigma}}{R} \Leftrightarrow \frac{q_{доч}}{r} = \frac{q_{вн}}{r} + \frac{Q_{\Sigma}}{R}$$

3) В силу того, что в дальней шарике распределение зарядов симметрично распределению зарядов (т.к. и сфера и шар обладают такой симметрией) будем считать, что на них установилось равновесие.

Могда потенциал сферы = потенциал шара = 0 =  $k \frac{Q_{\Sigma}}{R} + k \frac{q_{вн}}{r}$

считаем как суперпозицию 2 полей

Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{q_{доч}}{r} = \frac{q_{вн}}{r} + \frac{Q_{\Sigma}}{R}, & \frac{q_{доч}}{r} = \frac{q_{вн}}{r} - \frac{q_{вн}}{R} \\ 0 = \frac{q_{вн}}{R} + \frac{Q_{\Sigma}}{R}; \end{cases}$$

$$\frac{q_{\text{вн}}}{r} = \frac{q_{\text{вн}} R - q_{\text{вн}} r}{Rr} = \frac{q_{\text{вн}} (R-r)}{Rr} \Rightarrow q_{\text{вн}} (R-r) r = q_{\text{вн}} R r \quad \text{Чистовая}$$

$$q_{\text{вн}} R r - q_{\text{вн}} r^2 = q_{\text{вн}} R r \Rightarrow q_{\text{вн}} R - q_{\text{вн}} r = q_{\text{вн}} R$$

$$q_{\text{вн}} r = q_{\text{вн}} R - q_{\text{вн}} R \Rightarrow r = \frac{(q_{\text{вн}} - q_{\text{вн}}) R}{q_{\text{вн}}}$$

III.  $r > 0$ , значит

на внутреннем заряде шара заряд  $q_{\text{вн}} = q_1$   
на внешнем  $q_{\text{вн}} = q_2$

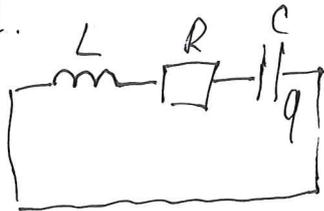
(шары, т.е.  $q_1 > q_2$ ,  $r$  будет  $< 0$ )

$$\Rightarrow r = \frac{(q_1 - q_2) R}{q_1}$$

$$= \frac{q_1 - q_2}{q_1} R = \frac{(7.5 - 2.5) \cdot 10^{-10}}{7.5 \cdot 10^{-10}} \cdot 3 \text{ (см)} = \frac{5}{7.5} \cdot 3 \text{ (см)} = \frac{15}{7.5} \text{ (см)} = 2 \text{ (см)}$$

Ответ:  $r = \frac{q_1 - q_2}{q_1} R = 2 \text{ (см)}$

15.4.2.



1) Заряд на обкладке  $q$ ,  
тогда  $C$  имеет:

$$I = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$$

Тогда II закону Кирхгофа:

$$U_C + U_L + IR = 0$$

$$U_C = \frac{q}{C}, U_L = L \frac{dI}{dt} = \ddot{q} L \Rightarrow \ddot{q} L + \frac{q}{C} + \dot{q} R = 0$$

Уравнения колебаний  
примем вид:

$$\ddot{q} + \dot{q} \frac{R}{L} + \frac{q}{CL} = 0$$

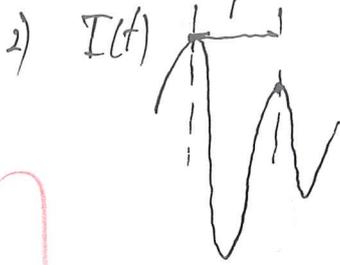
тогда  $\xi = \frac{R}{L}$   
 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{CL}}$

$$q(t) = A e^{-\xi t} \cos(\omega_0 t + \alpha) = A e^{-\frac{R}{2L} t} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{CL}} + \alpha\right)$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = A e^{-\frac{R}{2L} t} \cdot \left( -\frac{R}{2L} \sin(\omega_0 t + \alpha) + \omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{CL}} =$$

$$= A e^{-\frac{R}{2L} t} \left( -\frac{R}{2L} \sin(\omega_0 t + \alpha) + \frac{1}{\sqrt{CL}} \cos(\omega_0 t + \alpha) \right)$$

Числовая



Известно, что в момент локального макс тока, мы имеем локальный максимум заряда на конденсаторе.



$q = c \Rightarrow (q = Uc)$  заряд на конденсаторе в момент локального максимума

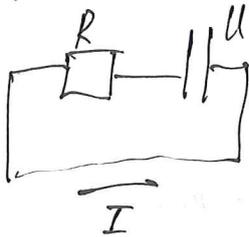
$$\frac{q(t)}{q(t+T)} = \frac{e^{-\frac{R}{2L}t}}{e^{-\frac{R}{2L}(t+T)}} = e^{-\frac{R}{2L}t + \frac{R}{2L}t + \frac{R}{2L}T} = e^{\frac{R}{2L}T}$$

$$\frac{I(t)}{I(t+T)} = e^{\frac{R}{2L}T}$$

Потери энергии полностью переходят в теплоту  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow Q = \frac{LI^2(t)}{2} + \frac{q(t) \cdot U(t)}{2} - \left( \frac{LI^2(t+T)}{2} + \frac{q(t+T)U(t+T)}{2} \right)$$

+3) П.к. локальный макс тока  $\Rightarrow L \frac{dI}{dt} = Uc = 0$



По II з-ку Кирхгофа  $U = IR \Rightarrow I = \frac{U}{R}$

$$+ T = 2\pi \frac{1}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{LC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I(t)}{I(t+T)} = e^{\frac{R}{2L}T} \Rightarrow I(t+T) = \frac{I(t)}{e^{\frac{R}{2L}T}}$$

$$q(t+T) = \frac{q(t)}{e^{\frac{R}{2L}T}} = \frac{Uc}{e^{\frac{R}{2L}T}} = \frac{U}{R e^{\frac{R}{2L}T}}$$

$$Q = \frac{L \left( \frac{U}{R} \right)^2}{2} + \frac{U^2 c}{2} - \left( \frac{L \left( \frac{U}{R} \right)^2}{2 e^{\frac{R}{L}T}} + \frac{U^2 c}{2 e^{\frac{R}{L}T}} \right)$$

$$U(t+T) = \frac{q(t+T)}{c} = \frac{U}{e^{\frac{R}{2L}T}}$$

$$2e^{\frac{R}{L}T} Q = L \left( \frac{U}{R} \right)^2 e^{\frac{R}{L}T} + U^2 c e^{\frac{R}{L}T} - L \left( \frac{U}{R} \right)^2 - c U^2 =$$

$$= L \left( \frac{U}{R} \right)^2 (e^{\frac{R}{L}T} - 1) + U^2 c (e^{\frac{R}{L}T} - 1)$$

$$2 e^{(\frac{RT}{L})} Q = (L(\frac{U}{R})^2 + U^2 C) (e^{\frac{RT}{L}} - 1) \quad \text{т.е. } \frac{RT}{L} \rightarrow 0 \quad \text{Чистовик}$$

$$\Leftrightarrow 2 e^{(\frac{RT}{L})} Q = (L(\frac{U}{R})^2 + U^2 C) (1 + \frac{RT}{L} - 1) = (L(\frac{U}{R})^2 + U^2 C) \frac{RT}{L}$$

$$e^x \approx e^0 + \frac{f'(0)}{1!} (x-0) = 1 + \frac{e^0}{1} x = 1 + x$$

$x \rightarrow 0$  разложение в ряд Тейлора

$$\cancel{\sin x \approx \sin 0 + \frac{f'(0)}{1!} (x-0) = x}$$

$$2 (1 + \frac{RT}{L}) Q = \cancel{RT} (\frac{U}{R})^2 + \frac{RC}{L} U^2 T$$

$$2Q + \frac{2RT}{L} Q = \frac{RT U^2}{R^2} + \frac{RC U^2 T}{L} \quad | \cdot R^2$$

$$2QR^2L + 2R^2TQ = LTU^2 + R^2CU^2T$$

$$R^2(2TG - CU^2T) + 2QRL - LTU^2 = 0$$

$$D = 4Q^2L^2 + 4LTU^2(2TG - CU^2T)$$

$$R_1 = \frac{-2QR^2L + \sqrt{4Q^2L^2 + 4LTU^2(2TG - CU^2T)}}{2}$$

т.е.  $\frac{RT}{L} \rightarrow 0$ , а  $\frac{U}{R}$  - большое число  $\Rightarrow$  преобразуем сложившиеся полами урав-е.

$$2Q = \frac{TU^2}{R} \Rightarrow R = \frac{TU^2}{2Q} = \frac{2\pi\sqrt{CL}U^2}{2Q} = \pi \frac{\sqrt{CL}U}{Q}$$

$$= 3,14 \cdot \frac{\sqrt{30 \cdot 10^{-6} \cdot 0,3} \cdot (0,04)}{0,38 \cdot 10^{-3}} \quad \text{Ом} = 3,14 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-4} \cdot 0,04}{0,38 \cdot 10^{-3}} \text{ Ом} =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 0,12}{0,38} \text{ Ом} = \frac{0,3768}{0,38} \text{ Ом} \approx 1 \text{ Ом}$$

$$\begin{array}{r} 3,14 \\ \times 0,12 \\ \hline 628 \\ 314 \\ \hline 0,3768 \end{array}$$

Ответ:  $R = \pi \frac{\sqrt{CL}U}{Q} = 1 \text{ Ом}$ .

Черновик

$$T = 2\pi \sqrt{LC} = 6,28 \sqrt{0,3 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} = 6,28 \cdot 3 \cdot 10^{-3} (\text{с}) =$$

$$\frac{6,28}{\times 3} \\ 18,84$$

$$= 18,84 \cdot 10^{-3} (\text{с})$$

$$2Q = \frac{RTU^2}{R^2} + \frac{CU^2T}{L} R$$

$$2QR = TU^2 + \frac{CU^2T}{L} R^2$$

$$\cancel{2QR} = \frac{CU^2T}{L} R^2 - 2QR + TU^2 = 0$$

$$R = \frac{2Q}{\cancel{2Q}}$$

$$D = 4Q^2 - 4 \frac{CU^2T}{L}$$

$$R = \frac{2Q + 2Q}{2 \frac{CU^2T}{L}} = \frac{QL}{CU^2T}$$

$$\frac{RT}{L} \left( L \frac{U^2}{R^2} + U^2 C \right) = 2Q$$