



23-01-21-38  
(4.4)



# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения Москва  
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по физике  
профиль олимпиады

Габирова Егора Сергеевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«09» февраля 2024 года

Подпись участника

ЕГ

23-01-21-38  
(4.4)

Черновик

№ 1  $R_1 = 6,8 \cdot 10^4 \text{ км} = 64000 \text{ км}$

$R_2 = 100000 \text{ км}$

$r_{\text{м.}} \approx 1-10 \text{ мм. км}$

$g = 9 \text{ м/с}^2$

$g = \frac{GM}{r^2} \quad v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} \quad v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}}$

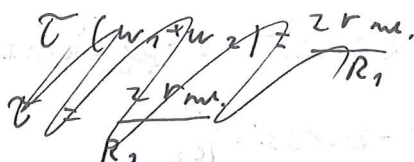
$w_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}} = r \sqrt{\frac{g}{R_1^3}} \quad w_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}} = r \sqrt{\frac{g}{R_2^3}}$

$GM = g r_{\text{м.}}^2$

~~$2 \sqrt{w_1^2 + w_2^2} R_1$~~

$180^\circ - \alpha = 360^\circ - 2 \cdot (90^\circ - \frac{r}{R_2}) - 2(w_1 + w_2)$

~~$\frac{2r}{R_1} + \frac{2r}{R_2} = 2(w_1 + w_2)$~~



~~$\frac{2r}{R_2} \alpha = 2(w_1 + w_2) - \frac{2r}{R_2}$~~

$\frac{\alpha}{2} = \arcsin \frac{r}{R_1}$

$\frac{2r}{R_1} + \frac{2r}{R_2} = 2(w_1 + w_2)$



$\alpha = 2 \arcsin \frac{r}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{g}{R_1^3} + \frac{g}{R_2^3}}}$

$= \frac{2 R_1 + R_2}{\sqrt{g (\frac{R_2^2}{R_1^3} + \frac{R_1^2}{R_2^3})}} = \frac{2 \cdot 164 \cdot 10^6 \text{ м}}{3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (\sqrt{\frac{10^6}{64 \cdot 10^6}} + \sqrt{\frac{4096 \cdot 10^{12}}{10^8}})}$

$= \frac{164 \cdot 10^6}{3 (\frac{10^5}{8} + \frac{64 \cdot 10^8}{64 \cdot 10^2})} = \frac{164 \cdot 10^4}{3 \cdot (\frac{10000}{8} + 64)} = \frac{5466}{3 \cdot 1289} =$

$= \frac{57848}{18894} = 25006 \approx 968 \text{ мм} \approx 1800 \text{ м} \approx 1,8 \%$

$\frac{164 \cdot 328 \cdot 10^6}{3 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (\frac{10^6}{8 \cdot 10^3} + \frac{64 \cdot 10^8}{10^4})} = \frac{110 \cdot 10^4}{3 \cdot (125 + 64)} =$

$\frac{710}{189} \approx \frac{77}{19} \cdot 10^4 = \frac{11 \cdot 10^3}{2} = 5500 \text{ с} \approx 91,3 \text{ м.}$

$100 - \frac{500}{60} = 100 - 8,3$

54666 / 1289  
378 | 128924  
1686 |  
1512 |  
1746 |

Смо  
1 20  
2 20  
3 20  
4 20  
5 20  
100  
30708  
100000  
1000000

Handwritten red scribbles and lines.

Чистовик № 1

$R_1 = 6,4 \cdot 10^4 \text{ км}$

$R_2 = 10^5 \text{ км}$

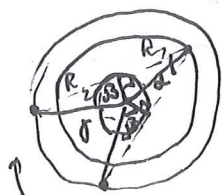
$r_{\text{м.к.}} = r$

$g = g_{\text{м.к.}}^2$

1) Перейдем в инерциальную С.О. одно из кораблей, тогда м.к. от двинулось навстречу, то скорость одно из кораблей, а

второе  $w_1 + w_2$  (ум. скорость)

$g = \frac{GM}{r^2}$  ( $M$  - масса м.к.)  $w_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}}$   $w_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}}$   
 $GM = g r^2$



$w_1 + w_2$

$r \ll R_2$   
 $r \ll R_1$

$\arcsin \frac{r}{R_2} \approx \frac{r}{R_2}$   
 $\arcsin \frac{r}{R_1} \approx \frac{r}{R_1}$

$\delta = (w_1 + w_2) T$

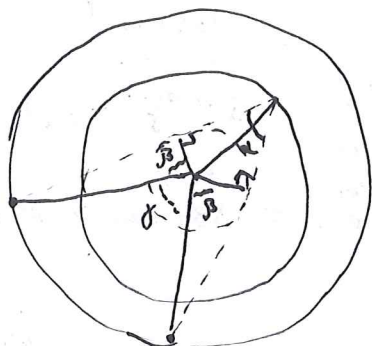
$\beta = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{r}{R_2}$

$2\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \alpha = 2\frac{\pi}{2} - \delta - 2(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{r}{R_2})$

$\begin{cases} \alpha = \delta - 2\arcsin \frac{r}{R_2} \\ \frac{\alpha}{2} = \arcsin \frac{r}{R_1} \\ \delta = (w_1 + w_2) T \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow T = \frac{2\frac{r}{R_2} + 2\frac{r}{R_1}}{w_1 + w_2} = \frac{2r \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}}{r \sqrt{g} (\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} + \frac{1}{\sqrt{R_2^3}})} =$

$= \frac{2(R_1 + R_2)}{\sqrt{g} (\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} + \frac{1}{\sqrt{R_2^3}})} \approx 5500 \text{ с} \approx 51 \text{ мин.} \approx 1,5 \text{ ч.}$



Методик

$n = 2$   
 $L = 1 \text{ м}$   
 $l = 0,45 \text{ м}$   
 $p_{\text{нат.}} = 14,5 \text{ кПа}$   
 $p_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

$p_v$  - давление воздуха изнач.  
 $p_v'$  - давление воздуха после нарушения

для изнач. состояния,  
 если пренебречь массой  
 газа и воздуха, равновесие  
 по 2 з.д. выполняется так:

$$P_0 \delta = P_{\text{нат.}} \delta + P_v \delta \quad (1)$$

$$P_0 = P_{\text{нат.}} + P_v$$

для наруж. кол-ва:

$$p g h \delta + P_0 \delta = P_{\text{нат.}} \delta + P_v' \delta \quad (2)$$

$$\begin{cases}
 P_v \delta L = \nu R T \\
 P_v' \delta (\frac{L}{2} + h) = \nu R T
 \end{cases} \Rightarrow P_v = P_v' \frac{\frac{L}{2} + h}{L} \quad (3)$$

решая систему из 1, 2, 3 ур-ния получаем

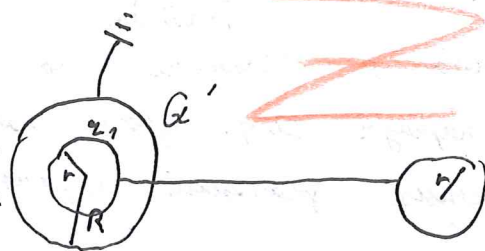
$$\begin{cases}
 P_0 = P_{\text{нат.}} + P_v' \frac{\frac{L}{2} + h}{L} \\
 p g h + P_0 = P_{\text{нат.}} + P_v'
 \end{cases} \cdot \frac{L}{\frac{L}{2} + h} \text{ и вычитая из верхнего} \Rightarrow \text{ур-ния ниже}$$

$$\Rightarrow P_0 \frac{\frac{L}{2} - h}{\frac{L}{2} + h} - p g h = P_{\text{нат.}} - P_v' \left( \frac{\frac{L}{2} - h}{\frac{L}{2} + h} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_0 = P_{\text{нат.}} + \frac{p g h (\frac{L}{2} + h)}{\frac{L}{2} - h} = 100 \text{ кПа}$$

$n = 3$

$R = 3 \text{ см}$   
 $q_1 = 7,5 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$   
 $q_2 = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$



Предположим, что

$q_1$  заряд шара внутри провод. сферы.

$$\varphi_R = 0 \text{ (заземлен)} \Rightarrow \varphi_R = k \frac{q_1 + q_2}{R} = 0 \Rightarrow q_2 = -q_1 \quad (+)$$

т.к. шари сог. проводящей оболочкой, то когда заряды уст.  $\Rightarrow I_{\text{н.}} = 0 \Rightarrow \Delta \varphi = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{k q_1}{r} + \frac{k q_2}{R} = \frac{k q_2}{r} \quad (\text{т.к. } q_2 < 0 \Rightarrow q_2 < q_1 \text{ и } q_2 > 0 \Rightarrow q_1 > 0)$$

$$\Rightarrow \text{предположение верное!} \Rightarrow r = \frac{q_1 - q_2}{q_1} R = \frac{2}{3} R = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м} \quad (+)$$

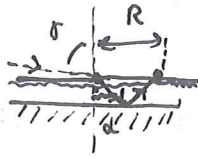
Условие

$n = 4$   $R = 3 \text{ Ом}$   
 $h = 1,5$



Если пренебречь шириной экрана и размерами круглого отверстия (принять его за точку), то модель

будет выглядеть так:



$\delta_{\text{max}} = 90^\circ$  (естественно меньше  $90^\circ$ , но приближенно  $90^\circ$ )

по з. Снелл. (преломления)

$\sin \delta_{\text{max}} \cdot n = h \cdot \sin \alpha_{\text{max}} \Rightarrow \sin \alpha_{\text{max}} = \frac{1}{n} \Rightarrow$

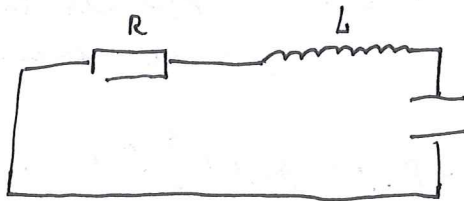
$\Rightarrow \cos \alpha_{\text{max}} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} \Rightarrow \tan \alpha_{\text{max}} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$

из рисунка видно, что:  $R = 2 h \tan \alpha \Rightarrow$  (+)

$\Rightarrow h = \frac{R}{2 \tan \alpha} = \frac{\sqrt{n^2 - 1} R}{2} \approx 4,4 \text{ м} = \underline{0,044 \text{ м}}$

$n = 5$

(+)



$L = 0,3 \text{ Гн}$

$\bar{\omega} = 3,74$

$C = 30 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$

$Q = 0,38 \cdot 10^3 \text{ Ом}$

$U = 0,2 \text{ В}$

$I_{\text{амп. max}} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow U_L = 0 \Rightarrow U_C + I R = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow |I_{\text{max}}| = \frac{U_C}{R} = \frac{U}{R} \text{ (+)} \text{ по ф. Платона } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$   
 $T = 2\pi \sqrt{LC} \text{ (+)}$

т.к. колебания слабо затухающие, то можно пренебречь изменением периода след. цикла колебаний и изменением амплитудных значений в рамках одного цикла.

(+)  $Q = \int_t^{t+T} I^2 R dt$ , как известно  $P_{\text{в. ср.}} = I_g \cdot U_g$  где

$I_g = \frac{I_{\text{амп.}}}{\sqrt{2}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$

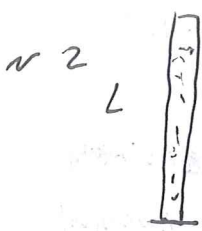
$U_g = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow P_{\text{в. ср.}} = \frac{U_g^2}{R} = I_g^2 R = \frac{I_{\text{max}}^2 R}{2} \Rightarrow$   
 (за период)

$\Rightarrow Q = \frac{I_{\text{max}}^2 R}{2} T = \frac{U^2}{2R} T = \frac{U^2 \sqrt{LC}}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2 \sqrt{LC}}{Q} \approx \underline{1 \text{ Ом}}$

Черный Черный

23-01-21-38  
(4.4)

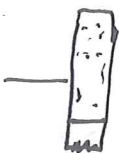


$\rho_{\text{мал.}} = 7.45 \text{ кПа}$   
 $L = 0.45 \text{ м}$   
 $L = 1 \text{ м}$   
 $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

$P_b \cdot \left(\frac{L+h}{2}\right) S = \rho R T$

$P_b \cdot L S = \rho R T$

$P_b = P_b' \cdot \frac{L+h}{L}$



$P_0 + \rho g h \text{ кПа} = P_{\text{мал.}} + P_b$

$P_b + P_{\text{мал.}} = P_0$

$P_0 + \rho g h = P_{\text{мал.}} + P_b$

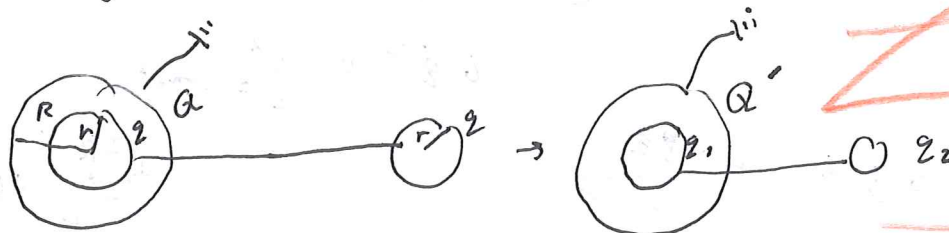
$P_0 = P_{\text{мал.}} + P_b \cdot \frac{L+h}{L} \quad | \cdot \frac{L}{L+h}$

$\frac{L-h}{L+h} P_0 - \rho g h = P_{\text{мал.}} \cdot \frac{L-h}{L+h}$

$P_0 = P_{\text{мал.}} + \frac{\rho g h (L+h)}{L-h} = 14500 + \frac{4500 \cdot 0.95}{0.05} =$

$= 85500 + 14500 = 100 \text{ кПа}$

~3



$\frac{kq}{R} + \frac{kQ}{R} = 0$

$Q = -q$

$\frac{k q_1 (R-r)}{R r} = \frac{k q_2}{r}$

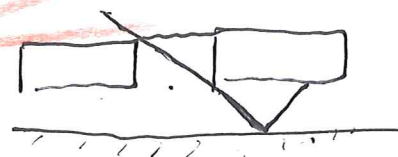
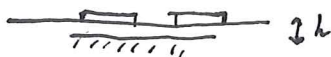
$\frac{k q_1}{r} + \frac{k Q'}{R} = \frac{k q_2}{r}$

$q_1 = -Q'$

$r = R - \frac{q_2}{q_1} R = R \left(1 - \frac{q_2}{q_1}\right) = 2 \text{ м}$

~4

$h = 1.5$   
 $R = 8 \text{ см}$



$h \sin \alpha = r$

$\sin \alpha = \frac{r}{h}$   
 $\tan \alpha = \frac{r}{\sqrt{h^2 - r^2}}$

$2h \tan \alpha = R$

$h = \frac{R \sqrt{h^2 - r^2}}{2} \approx 4.4 \text{ см}$

$\sin \alpha_{\text{max}} = \frac{r}{h}$



$I_{\text{max}}$  ток в начале  $\Rightarrow u_L = 0 \Rightarrow$

$u_C \text{ max} = 0,2 \text{ В} = I_{\text{max}} R$

$\frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} + IR = 0$

$\frac{q}{C} + L \dot{q} + qR = 0$



$u = A \sin(\omega t)$

$I = A \cos(\omega t)$



~~$L I^2$~~   $\frac{L I^2}{2} + \frac{C U^2}{2} = \text{const} = \frac{L I_{\text{max}}^2}{2} + \frac{C U_C^2}{2}$

$L \dot{q}^2 + \frac{q^2}{C} = \text{const}$

$L \dot{q} \dot{q} + \frac{\dot{q} q}{C} = 0$

$\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$

$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{LC}$

$q = C u_{\text{max}} \cos(\omega t)$

$\frac{I_{\text{max}}^2 R T}{2} = Q = \frac{u_C^2 T}{R^2}$

$R = \frac{u_C^2 T}{2Q} = \frac{0,04 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{38 \cdot 10^{-5}}$

$= \frac{0,04 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{38}$

$= \frac{0,42 \cdot 4}{38} \approx 1 \text{ Ом}$