



84-81-30-23  
(5.4)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 3

Место проведения Москва  
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"  
наименование олимпиады

по Физике  
профиль олимпиады

Демин Алексей Игоревича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

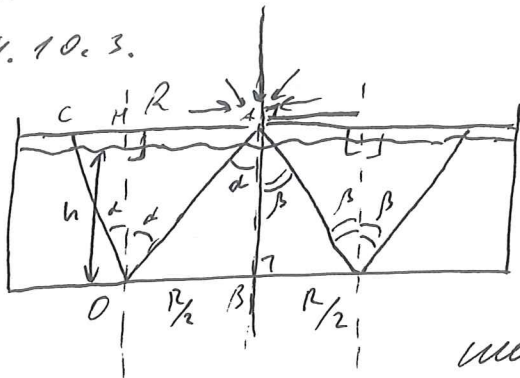
«02» февраля 2024 года

Подпись участника

84-81-30-23  
(5,4)

Чистовик.

4.10.3.



Поскольку на экран попадает рассеянный свет, для луча - граници светового конуса закон Снелла записывается так:

*Снелл*  
 $\sin 90^\circ = n \sin \alpha$

*К.В.* и для второго луча - граници:

*Снелл*  
 $n \sin 90^\circ = n \sin \beta$

*Снелл*  
Отсюда следует, что  $\alpha = \beta$  и  $n = \frac{1}{\sin \alpha}$ .

*Снелл*  
По закону отражения  $OM$  - высота.  
Рассмотрим  $\triangle AOC \Rightarrow \triangle AOC$  - п.б.  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow OM$  - медиана  $\Rightarrow AM = MC \Rightarrow AM = \frac{R}{2}$ .

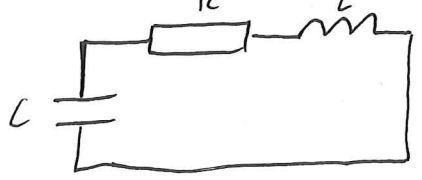
*Снелл*  
 $AMOB$  - прямоугол. ш.к. нормаль  $OM$  и  $AB$  перпенд-ы дну сосуда, а верхний слой надписи параллелен дну сосуда. Значит  $\angle MOA = \angle OAB = \alpha$  и  $AM = OB = \frac{R}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\frac{R}{2}}{\sqrt{\frac{R^2}{4} + h^2}}$ , где  $\sqrt{\frac{R^2}{4} + h^2}$  -

*Снелл*  
гипотенуза  $\triangle AOB$ ,  $\angle B = 90^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow n = \frac{2\sqrt{\frac{R^2}{4} + h^2}}{R} = \frac{\sqrt{R^2 + 4h^2}}{R} = \frac{\sqrt{64 + 64}}{8} = \sqrt{2}$$

Ответ:  $n = \sqrt{2}$ .

5.10.3. 5.4.3.



Падение потенциалов:

$$U_R + U_L + U_C = 0$$

Предположим, что

$$I(t) = \bar{I}_0 e^{i\omega t + \kappa t}$$

см. след. стр.

12  
20  
20  
20  
9  
81  
Восстановить сумм

Частоты

$$\frac{1}{C} \int \bar{I} dt + \bar{I} R + L \dot{\bar{I}} = 0.$$

$$\frac{1}{i\omega C} \bar{I}_0 e^{i\omega t} + \bar{I}_0 e^{i\omega t} R + \bar{I}_0 i\omega L e^{i\omega t} = 0. \quad | : \bar{I}_0 e^{i\omega t}$$

$$\frac{1}{i\omega C} + R = -i\omega L \quad | \cdot i\omega C$$

$$1 + i\omega C R = \omega^2 L C.$$

$$\omega^2 L C - i\omega C R - 1 = 0.$$

$$D = -R^2 C^2 + 4LC.$$

$$\omega_{1,2} = \frac{iCR \pm \sqrt{4LC - R^2 C^2}}{2LC} = i \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Поскольку здесь  $\omega$  — мнимая на комплексной плоскости, необходимо взять модуль.

$$|\omega| = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{LC}. \quad (+)$$

период затухающих колебаний.

По условию колебание затухающим слабо, тогда для одного периода  $T_R$  при малых колебаниях разность с гармоническими будет едва видна, тогда воспользуемся действ. током для нахождения  $R$ .  $I_R = \frac{I_{R0}}{\sqrt{2}}$ ,  $I_R$  — действ. ток.  $I_{R0}$  — амплитуда  $I_R$ . Тенота выделяется только на омическом сопротивлении  $\Rightarrow$  измеримы будут только на резисторе.

см. след. лист.

Ищем:

$$P_{12} = \frac{I_{0r}^2}{2} R \Rightarrow Q = \frac{I_{0r}^2}{2} R T. = 2\pi \sqrt{LC} \cdot \frac{I_{0r}^2}{2} R =$$

$$= \pi R \sqrt{LC} I_{0r}^2 \quad (+)$$

Заменим  $I_{0r}$ :

$$U_c = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int \bar{I} dt = \frac{\bar{I}_0}{C i \omega} e^{i \omega t} = -i \frac{\bar{I}_0}{C \omega} e^{i \omega t} \quad (=)$$

$$-i = 1 \cdot e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})} \quad (-)$$

$$(-) \frac{\bar{I}_0}{C \omega} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})} \quad (-)$$

$U$  действительно в локальном ном-  
смысле  $\Rightarrow U$  - действительное значе-  
ние!

$$U_c = \frac{\bar{I}_0}{C \omega} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})} = U e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{I}_0}{C \omega} = U.$$

Ток в послед-ой цепи одинаков  
на всех её элементах  $\Rightarrow I_{0r} = \bar{I}_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \bar{I}_{0r} = U \omega = \frac{U C}{\sqrt{L}} \quad (-)$$

Следовательно:

$$Q = \pi R \sqrt{LC} \cdot \frac{U^2 C^2}{L C} = \pi R \sqrt{L C} \cdot \frac{U^2 C}{L} =$$

$$= \pi R \frac{U^2 C}{L} \sqrt{L C} = \pi R \frac{U^2 C^{1,5}}{L^{0,5}} = Q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{L} = \frac{\pi R U^2 C^{1,5}}{Q} \Rightarrow L = \frac{\pi^2 R^2 U^4 C^3}{Q^2} \quad (-)$$

$$= \frac{3,14 \cdot 3,14 \cdot 0,16 \cdot 1 \cdot 40^3 \cdot 10^{-18}}{37,4 \cdot 37,4 \cdot 10^{-6}} =$$

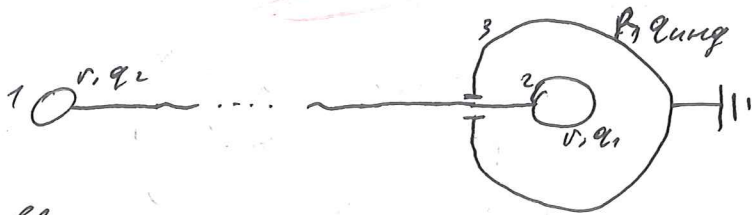
$$= \frac{3,14 \cdot 3,14 \cdot 0,16 \cdot 1 \cdot 40 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 10^{-18}}{3,14 \cdot 3,14 \cdot 10^{-6}} = 0,16 \cdot 640 \cdot 10^{-12} =$$

$$= 102,4 \cdot 10^{-12} = 0,1024 \cdot 10^{-9} = 0,1024 \text{ нГн. Ответ дан}$$

Чистовик.

Ответ к 5.4.31  $L = \frac{\pi^2 R^2 U^4 C^3}{Q^2} = 0,1024 \text{ нГн.}$

3.10.3



из-за зазем-  
ления:

На сфере 3 индуцируется заряд  
такой, что  $\varphi_2(R-r) + \varphi_3(R) = 0$ :

$$\frac{kq_1}{R-r} + \frac{kq_{\text{инд}}}{R} = 0 \Rightarrow \text{сфера внутри соз-}$$

даст потенциал  $\varphi_3 = -\frac{kq_1}{R-r}$

В это время потенциал на  
сфере 2 замкнется на 1

$$\frac{kq_1}{R-r} - \frac{kq_1}{R-r} = \varphi$$

Там как сфера 1 и 2 связаны  
проводами, на них потенциа-  
лы равны  $\Rightarrow \varphi_1 = \varphi \Rightarrow$

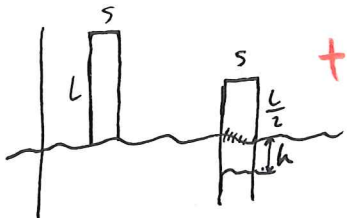
$$\Rightarrow \frac{kq_2}{r} = \frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R-r} \quad | : \frac{k}{r}$$

$$+ q_2 = q_1 - q_1 \cdot \frac{r}{R-r} = q_1 \frac{R-2r}{R-r} =$$

$$= 6 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{3-2^2}{2+2} = 6 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1-4}{4} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

Ответ  $q_2 = -2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$

2.5.3.



Пусть  $S$  - и. сечение провод-  
ки, тогда закон Лен-  
дгеша - Максвелла для  
сухого воздуха замкнется  
так:

См. след. лист.

Чистовым.

$\rho_0 L S = \Delta P T$  - начало

$\rho_0' \left(\frac{L}{2} + h\right) S = \Delta P T$  - конец.

Следовательно  $\rho_0' = \rho_0 \frac{L}{\frac{L}{2} + h}$ .

Конденсацией пара пренебрежем в силу малого объема конденсированной воды. ~~Рн.п.~~ на протяжении всего процесса не меняется. Условие равновесия:

в начале:  $P_{атм} = P_{н.п.} + P_0$

в конце:  $P_{атм} + \rho_0 g h = P_0' + P_{н.п.}$

$P_{н.п.} + P_0 = P_0' + P_{н.п.} - \rho_0 g h$

$P_0 + \rho_0 g h = P_0' = \rho_0 \cdot \frac{L}{\frac{L}{2} + h}$

$\rho_0 g h = \rho_0 \cdot \frac{L - \frac{L}{2} - h}{\frac{L}{2} + h} \Rightarrow \frac{\rho_0 g h}{P_{атм} - P_{н.п.}} \left(\frac{L}{2} + h\right) = \frac{L}{2} - h$

$\frac{\rho_0 g h}{P_{атм} - P_{н.п.}} \frac{L}{2} + \frac{\rho_0 g h}{P_{атм} - P_{н.п.}} h = \frac{L}{2} - h$

$h \left( \frac{\rho_0 g h + P_{атм} - P_{н.п.}}{P_{атм} - P_{н.п.}} \right) = \frac{L}{2} \left( \frac{P_{атм} - P_{н.п.} - \rho_0 g h}{P_{атм} - P_{н.п.}} \right)$

$L = 2h \cdot \frac{\rho_0 g h + P_{атм} - P_{н.п.}}{P_{атм} - P_{н.п.} - \rho_0 g h} =$

$= 2 \cdot 0,95 \cdot \frac{0,95 \cdot 1000 \cdot 10 + 100000 - 19500}{100000 - 19500 - 0,95 \cdot 1000 \cdot 10} =$

$= 0,9 \cdot \frac{4500 - 19500 + 100000}{100000 - 19500 - 4500} = 0,9 \cdot \frac{90000}{81000} =$

$= 0,9 \cdot \frac{90}{81} = 0,9 \cdot \frac{10}{9} = 1 \text{ м.}$

Ответ:  $L = 1 \text{ м.}$

т.е. след. мм.



Числовым.

Из треугольника:

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{r}{R_2} \Rightarrow \frac{\varphi}{2} = \arcsin \frac{r}{R_2}. \text{ Воспользуемся}$$

и приближением из геометрии:

$$\frac{\varphi}{2} \approx \frac{r}{R_2} \Rightarrow 2\varphi \approx \frac{4r}{R_2} \neq$$

~~$\frac{4r}{R_2}$~~  (Всегда из геометрии  $\sin \theta \approx \theta$  для малых углов)

$$2\varphi \approx \frac{4r}{R_2} - \text{углы меной}$$

зоны. Рисунок симметричен оси ос. прямой) пролож. через центр 2 и 4 Земли.

$\Rightarrow$  в  $O S_2 T S_1$ :

$$S_1 S_2 \approx \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos(\pi - \varphi)}$$

$$S_2' S_1 \approx S_2' S_2 - S_1 S_2 \approx 2R_2 \cos\left(\frac{2\varphi}{R_2}\right) - \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + 2R_1 R_2 \cos \varphi}.$$

$$\varphi = \frac{2r}{R_2} \approx \frac{2 \cdot 64 \cdot 10^3}{10^5} = \frac{128}{100} \approx 128 \text{ рад} \ll \frac{\pi}{6} \text{ рад} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  можно воспользоваться приближением

для малых углов  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow S_2' S_1 \approx 2R_2 - \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + 2R_1 R_2}.$$

$$\angle S_1 T S_2' = \varphi:$$

$$4R_2^2 - 2R_2 \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + 2R_1 R_2} + R_1^2 + R_2^2 + 2R_1 R_2 \approx R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos \varphi.$$

$$2\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 - \sqrt{1 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + \frac{R_2}{R_1}} + 1 = -\cos \varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos(\varphi) = \sqrt{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + \frac{R_2}{R_1} + 1} - 2\left(\frac{R_2}{R_1}\right) - 1.$$

$$\cos(3\varphi - \varphi) \approx \cos 2\varphi \cos \varphi - \sin 2\varphi \sin \varphi \approx \cos \varphi - \varphi \sin \varphi.$$

$$\cos \varphi = \sqrt{\left(\frac{10}{54}\right)^2 + \frac{10}{54} + 1} - 2 \cdot \frac{10}{54} - 1 = \sqrt{\frac{100 + 640 + 2916}{4329}} \approx \frac{20959}{64} \approx$$

$$\approx \frac{\sqrt{20959}}{64} \approx \frac{144.769}{64} \approx 2.262$$

Примем  $\varphi$  малым, так как из рисунка он меньше малого  $\varphi$ . См. след. лист.



$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau = 2(\varphi - \psi) \cdot 2)$$

Чисто век

$$\Rightarrow \tau = \frac{4(\varphi - \psi)}{\omega_1 - \omega_2}$$

~~$$\sin \varphi \approx \varphi \approx \sqrt{1 - \cos 2\varphi}$$~~

~~$$\approx \sqrt{1 - \cos 2\varphi}$$~~

$$\frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{R_2} = \frac{\sin \varphi}{2R_2 - \sqrt{R_2^2 + R_1^2 + 2R_1R_2}} \Rightarrow$$

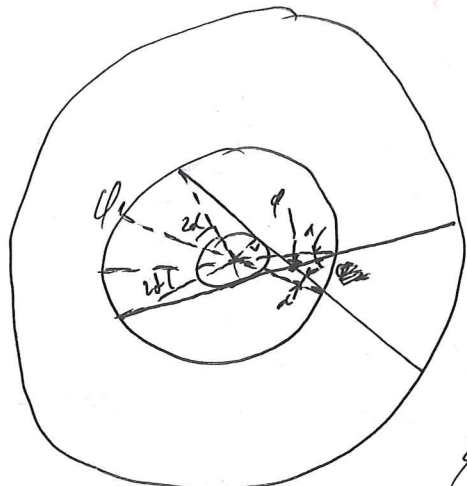
$$\sin \varphi \approx \varphi \approx \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{2R_2 - \sqrt{R_2^2 + R_1^2 + 2R_1R_2}}{R_2} \quad \left( \frac{\varphi}{2} \text{ малое уг-} \right. \\ \left. \text{за малыми } \varphi \right)$$

$$\varphi \approx \frac{2r}{R_2}$$

$$\tau = \frac{4 \left( \frac{2r}{R_2} - \frac{r}{R_2} \cdot \frac{2R_2 - \sqrt{R_2^2 + R_1^2 + 2R_1R_2}}{R_2} \right)}{\sqrt{GM} \left( \sqrt{\frac{1}{R_1^3}} - \sqrt{\frac{1}{R_2^3}} \right)} =$$

~~$$\tau = \frac{8r \left( \frac{1}{R_2} - \frac{2R_2 - \sqrt{R_2^2 + R_1^2 + 2R_1R_2}}{2R_1R_2} \right)}{\left( \sqrt{\frac{1}{R_1^3}} - \sqrt{\frac{1}{R_2^3}} \right) \sqrt{GM}}$$~~

Вернемся к начальному кр-  
меру,



~~Решение~~

~~$$\sin \alpha = \frac{r}{R_1} = \frac{r}{R_2} \sin \psi$$~~

~~$$\frac{r}{R_1} = \frac{r}{R_2} \sin \psi$$~~

$$\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

$$\varphi_2 + 2 \cdot (90 - 180 + \varphi + \alpha) = \varphi$$

$$\varphi = \varphi_2 + 2 \left( \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \alpha - 90 \right)$$

$$\varphi = \varphi_2 + \varphi_1 + \varphi_2 + 2\alpha - 180$$

см. след. лист.

Читовини.

~~sin~~ По старому рисунку,

$$\sin \gamma = \frac{v}{R_2}, \quad \sin \delta = \frac{v}{R_1} \quad \text{и} \quad \gamma \approx \frac{v}{R_2}, \quad \delta = \frac{v}{R_1}$$

$$\varphi = 180 - 180 + \delta - \gamma = \delta - \gamma; \quad \varphi = \gamma$$

$$(\omega_1 - \omega_2) r = 2\varphi - \delta + \gamma = 2\gamma - \delta \Rightarrow$$

$$2) \quad r = \frac{2\gamma - \delta}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{2 \frac{v}{R_2} - \frac{v}{R_1}}{\sqrt{GM} \left( \frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}} \right)}$$

$$= \cancel{v} \cdot \frac{2R_2 - R_1}{\sqrt{GM} \left( \frac{R_2 R_1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{R_2 R_1}{\sqrt{R_2^3}} \right)}$$

$$\approx v \cdot \frac{2R_2 - R_1}{\sqrt{GM} \left( \frac{R_2}{\sqrt{R_1}} - \frac{R_1}{\sqrt{R_2}} \right)}$$

$$\approx 64 \cdot 10^3 \cdot \frac{2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 4 \cdot 10^4}{\frac{10^5}{64 \cdot 10^2} - \frac{64 \cdot 10^4}{10^{2.5}}}$$

232  
x 64  
-----  
10000 2  
5000 2  
2500 2  
1250 2  
625 5  
115 5  
25 5  
5 5  
1 .

$$= 64 \cdot 10^3 \cdot \frac{200000 - 80000}{\frac{10000}{8} - 64 \cdot 10^{1.5}}$$

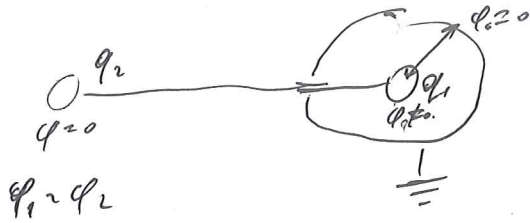
$$= 64000 \cdot \frac{236000 - 232000}{1250 - 64\sqrt{10}} = \frac{192000}{1250 - 64\sqrt{10}} \cdot 10^5$$

$$= \frac{7552 \cdot 10^2}{625 - 32\sqrt{10}} \cdot 10^5 \quad \text{с. } 7242$$

Ответ:  $r = \frac{7552 \cdot 10^5}{625 - 32\sqrt{10}} \text{ с.}$

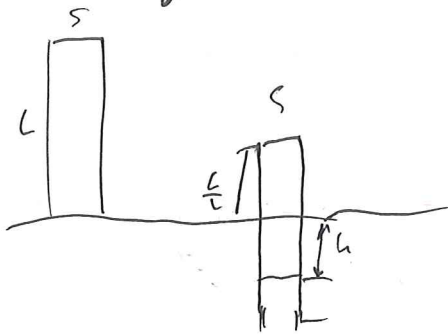


термовизи.



$$\frac{kq_1}{R-r} = \frac{kq_2}{r}$$

$$q_1 = \frac{kq_1}{r} + \frac{kq_1}{R-r} \sim q_2 \sim \frac{kq_2}{r}$$



↓ q.

Начало

$$\rho V = \rho R T,$$

$$(\rho_0 + \rho_{н.п.}) V = \rho R T \sim \rho_0 g h$$

Начало  $\rho V \sim \rho R T$

$$\rho_0 V \sim \rho_{н.п.} V$$

$$(\rho_0 + \rho_{н.п.}) \frac{V}{2} =$$

$$\rho_0 V \sim \rho R T,$$

$$\rho_0' V_2 = \rho R T,$$

$$\rho_0' \sim 2\rho_0.$$

$$\rho_0 g h \neq \rho_0 g h \sim 2\rho_0 + \rho_{н.п.}$$

$$\rho_0 L S = \rho R T, \quad \rho_{н.п.} L S \sim \rho_0 R T.$$

$$\rho_0' \left(\frac{L}{2} + h\right) \sim \rho R T, \quad \rho_{н.п.} \left(\frac{L}{2} + h\right) S \sim \rho_0' R T.$$

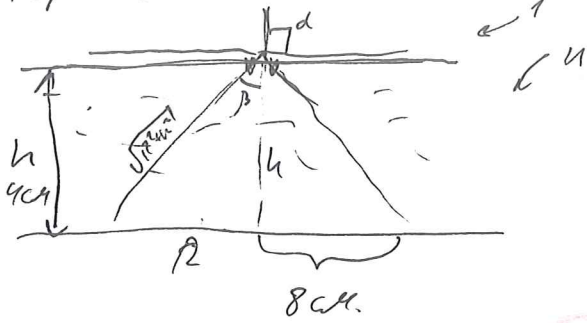
$$\frac{\rho_0'}{\rho_0} \sim \rho_0' \sim \rho_0 \frac{L}{\frac{L}{2} + h}.$$

$$\rho_0 + \rho_{н.п.} \sim \rho_0 g h,$$

$$\rho_0' \sim (\rho_0 g h - \rho_{н.п.}) \frac{L}{\frac{L}{2} + h} \sim \rho_0 g h - \rho_{н.п.}$$

$$\rho_0' + \rho_{н.п.} = \rho_0 g h + \rho_{н.п.}$$

Черновик.

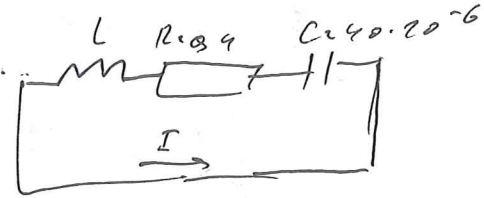
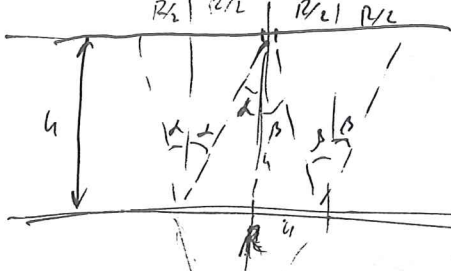


$$\cos \alpha \sim \sin \beta$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \sim \frac{\sqrt{R^2 + h^2}}{R}$$

$$\sim \frac{\sqrt{64 + 16}}{8} \sim \frac{\sqrt{80}}{8}$$

$$\approx \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



$$\frac{1}{C} \int I dt + IR + LI = 0$$

$$I \sim I_0 e^{i\omega t}$$

$$\frac{I_0}{C i \omega} e^{i\omega t} + I_0 R e^{i\omega t} + I_0 i \omega L e^{i\omega t} = 0$$

$$\frac{1}{C i \omega} + R = -i \omega L \Rightarrow 1 + RC i \omega = \omega^2 LC$$

$$\omega^2 LC - RC i \omega - 1 = 0 \Rightarrow D^2 - RC^2 + 4LC$$

$$\omega_{1,2} = \frac{iRC \pm \sqrt{4LC - R^2 C^2}}{2LC} = i \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

$$|\omega| = \frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} \sim \frac{1}{LC}$$

8,16  
x 67  
64  
56  
10,24

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt \sim \frac{I_0}{C i \omega} e^{i\omega t}$$

$$-i \frac{I_0}{C \omega} e^{i\omega t} = \frac{I_0}{C \omega} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})} = U_0 e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}$$

Потери сред. меньше  $\Rightarrow$  можно средленгизит

$$\bar{P}_R = \frac{\bar{I}_0^2}{2R} \Rightarrow P = \frac{\bar{I}_R^2}{R} = \frac{\bar{I}_0^2}{2R} \quad T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\begin{cases} 2\pi\sqrt{LC} \cdot \frac{\bar{I}_0^2}{2R} = Q \\ \frac{\bar{I}_0}{C \omega} = U_0 = \frac{\bar{I}_0}{2\pi C \sqrt{LC}} = U_0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_0^2 &= 2\pi C \sqrt{LC} U_0 \\ \bar{I}_0^2 &= 4\pi^2 C^2 \omega C U_0^2 \\ 4\pi^3 \cdot C^{3,5} \cdot U_0^2 \cdot L^{1,5} &= Q R \end{aligned}$$

$$L = \frac{2}{\sqrt{4\pi^3 C^{3,5} U_0^2}} Q R$$