

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант I

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников по ф. Ломоносов

по физике

Дмитриевой Анны Дмитриевны

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

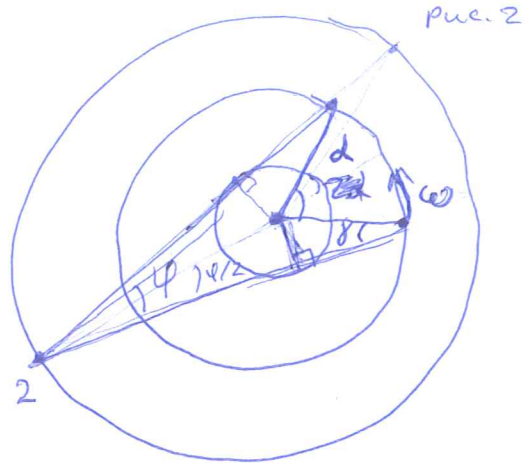
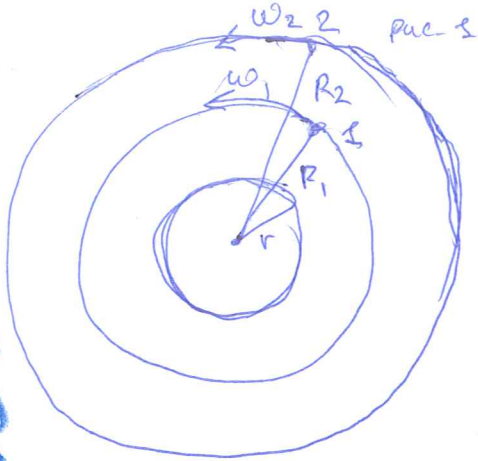
Дата

« 09 » 02 2024 года

Подпись участника

00-11-84-51
(3.8)

Числовик.
№ 4.1



Дано: $R_1 = 6,4 \cdot 10^4$ км.
 $R_2 = 10^5$ км
 $g(r) = g_{\text{ш}}/r^2$

$r \ll R_2$ ($\varphi \ll 1$)
Найти: τ

Поскольку это спутники (по II З.Н.):

$$\frac{m_1 \omega_1^2}{R_1} = m_1 \omega_1^2 R_1 = m_1 g(R_1) \quad \frac{m_2 \omega_2^2}{R_2} = m_2 \omega_2^2 R_2 = m_2 g(R_2)$$

где 1 спутника где 2 спутника.

$$g(r) = \frac{GM}{r^2} \quad , \quad g(R_1) = \frac{GM}{R_1^2} = g \cdot \frac{r^2}{R_1^2} = g_1 \quad , \quad g(R_2) = \frac{GM}{R_2^2} = g \cdot \frac{r^2}{R_2^2}$$

(по закону Всемир. тяготения).

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g(R_1)}{R_1}} = r \sqrt{\frac{g}{R_1^3}} \quad \omega_2 = r \sqrt{\frac{g}{R_2^3}}$$

Перейдем в и.с.о. связанную со 2 спутником,
1 спутник движется в ней с: $\omega = \omega_1 - \omega_2$

$$\omega = \sqrt{g} r \cdot \left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3} \right) = \sqrt{g} r \left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3} \right)$$

Из рис. 1 видно, когда планета закрывает спут.
 $\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{r}{R_2} \approx \frac{\varphi}{2}$ т.к. узи малы, $r \ll R_2$

$$\varphi = \frac{2r}{R_2} \quad \sin \gamma = \frac{r}{R_1} \approx \gamma$$

$$\alpha = 360 - (90 - \gamma) \cdot 2 - (90 - \frac{\varphi}{2}) \cdot 2 = 2\gamma + \varphi = 2r \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

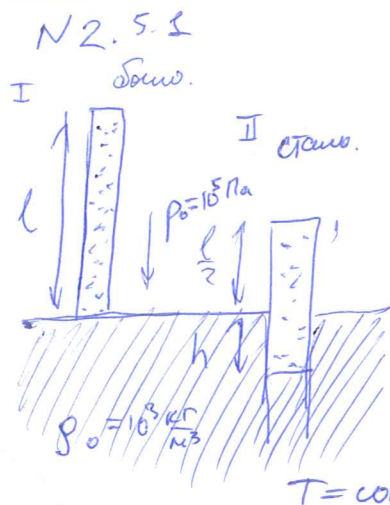
Тогда первый пролетит за это время τ :

$$R_1 \alpha = \omega R_1 \cdot \tau \Rightarrow \tau = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{2r \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}{\omega}$$

$$\tau = \frac{2(R_2 + R_1)}{\sqrt{g} r \left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3} \right)} = \frac{2(R_2 + R_1)}{\sqrt{g} r \left(\frac{R_2^3 - R_1^3}{R_1^3 R_2^3} \right)} = \frac{2(R_2 + R_1) R_1^3 R_2^3}{\sqrt{g} r (R_2^3 - R_1^3)}$$

$$= \frac{2 \cdot 164}{3 \left(\frac{100}{8000} - \frac{64}{10000} \right)} = \frac{2 \cdot 164 \cdot 10^3}{3 \cdot (125 - 64)} = \frac{2 \cdot 164 \cdot 10^3}{3 \cdot 61} \approx 1760 \text{ с.}$$

Условие
 Ответ: $\tau = \frac{2(R_1 + R_2)}{\sqrt{g} \cdot \left(\frac{R_2}{\sqrt{R_1}} - \frac{R_1}{\sqrt{R_2}} \right)} = \frac{2 \cdot 164 \cdot 10^4 \text{ с.} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ с.}}{3 \cdot 61}$



Условие равновесия: ~~в равновесии~~

~~$p_{00} + \rho_0 g h = p_{н.п.} + p_{в.2.}$ (1)~~

В I случае:

$p_0 = p_{в.1} + p_{н.п.}$ (2)

Р.В. Т.К. $T = \text{const}$ по

Закону Бойля-Мариотта:

$p_{в.1} V_1 = p_{в.2} V_2$

$p_{в.2} = p_{в.1} \cdot \frac{S l}{S(l/2 + h)}$ (3)

$p_{в.2} = \frac{(p_0 - p_{н.п.}) 2l}{(l + 2h)}$ (4)

Из (1) и (4)

$p_{н.п.} + \frac{(p_0 - p_{н.п.}) 2l}{l + 2h} = \rho_0 g h + p_0$

$p_{н.п.} \cdot \frac{(2h - l)}{l + 2h} = \rho_0 g h - \frac{p_0 2l}{l + 2h} + p_0$
 $= \rho_0 g h + \frac{(2h - l) p_0}{l + 2h}$
 $= \frac{\rho_0 g h (l + 2h) - p_0 (2h - l)}{2h - l} = \frac{\rho_0 g h (l + 2h)}{2h - l} - p_0$

$\Rightarrow p_{н.п.} = \frac{\rho_0 g h (l + 2h)}{(2h - l)}$

~~$= 10 \cdot (10^4 \cdot 0,45 \cdot 1,9) \cdot \frac{2 \cdot 10^5}{1,9 - 1} = 2 \cdot 10^5 \cdot 10^4 \cdot 0,45 \cdot 1,9 =$~~

~~$= 10^5 (20 - 1,9 \cdot 0,45) = 19,145 \cdot 10^5 = 1914500 \text{ Па.}$~~

(прозрачные
 носки
 NS)

Z

Ответ: $p_{н.} = \frac{p_0 2l - \rho_0 g h (l + 2h)}{l - 2h}$
 $= 1945000 \text{ Па.}$

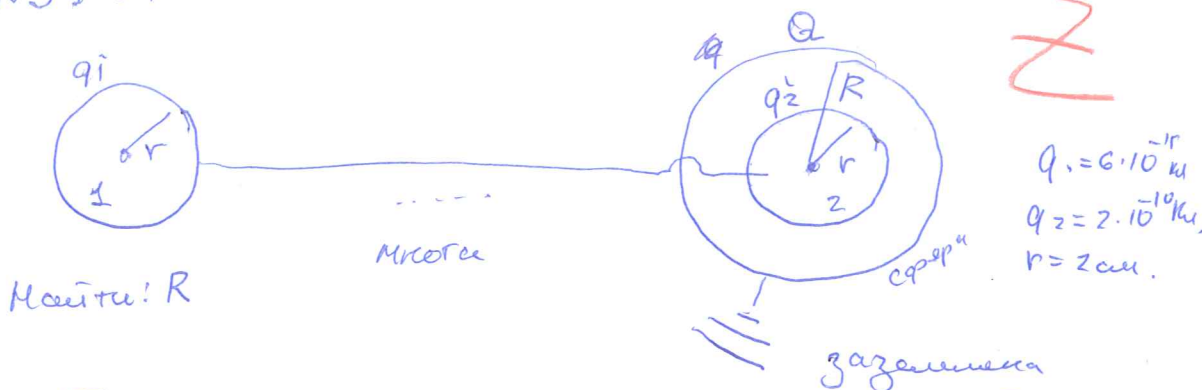
$p_{н.} = \frac{p_0 - \rho_0 g h (l + 2h)}{2h - l} = 1,155 \cdot 10^5 \text{ Па.}$

$\begin{array}{r} \times 1,9 \\ 45 \\ \hline 95 \\ + 76 \\ \hline 855 \\ - 2 \\ \hline 0,855 \\ \hline 1,155 \end{array}$

00-11-84-51
(3.8)

№3, 10.1

Шестовик.



Найти: R

Поскольку их соединили проводником, то потенциалы у них равны $\varphi_1 = \varphi_2$

$\varphi_1 = \frac{kq_1}{r}$ (т.к. от q_2 на большом расстоянии)

$\varphi_2 = \frac{kq_2}{R} + \frac{kQ}{R}$, т.к. её заземлили $\varphi_{сф.} = 0 = \frac{k(Q+q_2)}{R} \Rightarrow Q = -q_2$

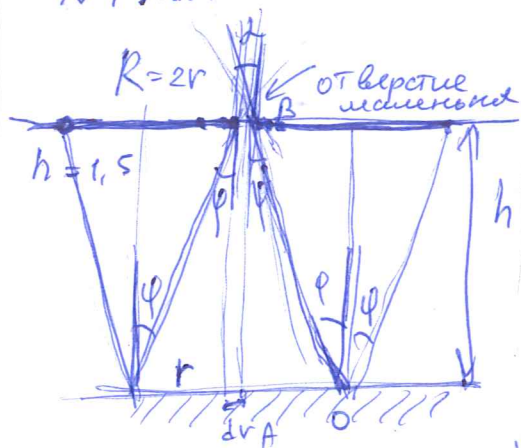
$\varphi_2 = \frac{kq_2}{R} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = \varphi_1 = \frac{kq_1}{r}$ (1)

Из уравнения видно, что $q_2' > q_1$
 $\Rightarrow q_2' = q_1, q_1' = q_2$

из (1): $\frac{1}{R} = \frac{k(q_1 - q_2)}{kq_2 r}$ $R = \frac{q_1 r}{(q_1 - q_2)} = \frac{2 \cdot 6}{(6-2)} = 3 \text{ см.}$

Ответ: $R = \frac{q_1 r}{(q_1 - q_2)} = 3 \text{ см.}$

№4, 10.1



dr - это

Найти: R

Угол полного отражения:

$\sin \varphi = \frac{1}{n}$

(приблизительный угол φ , чем

по закону Снеллиуса:

$\sin \alpha = n \sin \beta$

При углах $\beta > \varphi$ - не происходит полного отражения.

Знают самый крайний луч под углом φ пойдет, и это будет самая крайняя точка. Когда луч попадет на зеркало он, по закону отражения отразится под тем же углом. Из картички $R = 2r$, где r - радиус круга на зеркале.

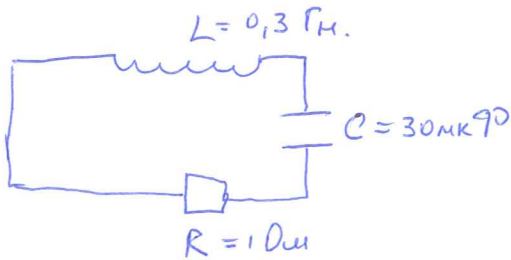
(подобных Δ) $R = 2r$, где r - радиус круга на зеркале.
 из ΔAOB : $h \cdot \tan \varphi = h \cdot \frac{r}{\sqrt{h^2 - r^2}} = \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} = r$

$R = 2r = \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}}$ Числовик. \oplus

Ответ: $R = \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{10 \text{ см.}}{\sqrt{2,25 - 1}} = \frac{10 \text{ см.}}{0,5\sqrt{5}} =$

$= \frac{20}{\sqrt{5}} \text{ см.} = 4\sqrt{5} \text{ см.} \oplus$

N 5.4.1



$U_C(I_{\max}) = 2B = U$

Найти: Q_T

II P.K.:

$\frac{q}{e} + \dot{q}R + \ddot{q}L = 0 \oplus$
 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad f = \frac{R}{2L}$

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

т.к. затухание малое

то $\omega \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \sqrt{LC}}{1} \oplus$

$Q_T = \int_0^T I^2 R \cdot dt.$

В начальный момент времени:

$U_C = U = I_{\max} R + 0 \cdot L = I_{\max} R = \frac{U}{R}$

т.к. когда I_{\max} $\dot{I} = 0. \oplus$

$q(t) = A \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega t)$

т.к. Затухание малое $Q_T = \frac{I_{\max}^2 R T}{2}$

$Q_T = \frac{U^2 \cdot 2\pi \sqrt{LC}}{2R} = \frac{U^2 \pi \sqrt{LC}}{R} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{0,3 \cdot 30}}{1 \text{ см.}} \oplus$

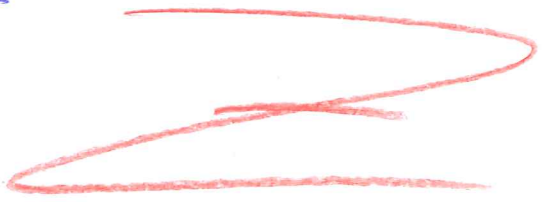
$= 12 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{9} \text{ мкс.} = 37,68 \text{ мкс.}$

$\begin{array}{r} \times 3,14 \\ 12 \\ \hline 6,28 \\ + 3,14 \\ \hline 37,68 \end{array}$

Ответ: $Q_T = 37,68 \text{ мкс.} = \frac{U^2 \pi \sqrt{LC}}{R} \oplus$

$Q_T = I_{\max}^2 R \int_0^T \cos^2(\omega t) = I_{\max}^2 R \int_0^T \left(\frac{\cos 2\omega t}{2} + 1 \right) = \frac{I_{\max}^2 R \cdot T}{2}$

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$



Зад

Чистовик

№ 2.5.1 проходимости

$$p_0 + \rho_0 g h = p_n + p_{в.2} \quad (1)$$

$$p_0 = p_{в.1} + p_{н.п.} \quad (2)$$

$$p_{в.2} = \frac{p_{н.п.} l}{\frac{l}{2} + \frac{l}{2}} \quad (3)$$

$$p_{в.2} = \frac{p_{н.п.} l \cdot 2}{\frac{l}{2} + 2h}$$

$$p_0(l+2h) + \rho_0 g h(l+2h) = p_n(l+2h) + 2l(p_0 - p_n)$$

$$p_n(2h-l) = p_0(2h-l) + \rho_0 g h(l+2h)$$

$$p_n = p_0 + \frac{\rho_0 g h(l+2h)}{(2h-l)} =$$

$$= 10^4 \left(10 + \frac{0,45 \cdot 1,9}{-0,1} \right) = 19,145 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$= 10^4 (10 - 19 \cdot 0,45) = 1,45 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$\text{Ответ: } p_n = 1,45 \cdot 10^4 \text{ Па} = p_0 - \frac{\rho_0 g h(l+2h)}{l-2h}$$

Черновики

~~264~~

$$\begin{array}{r} - 328 \overline{) 186} \\ \underline{142,0} \\ 1302 \\ \underline{118} \end{array}$$

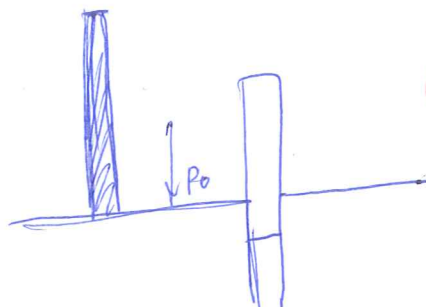
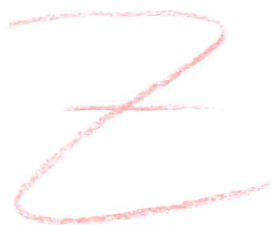
$$14 + 28 = 42$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 186 \\ \hline 1594 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 186 \\ \hline 1488 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 186 \\ \hline 1488 \\ - 186 \\ \hline 1302 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 186 \\ \hline 1488 \end{array}$$



$$p_0 = \cancel{p_0} p_{в.з} + p_{н.п.}$$

$$p_0 + \rho g h = p_{в.з} + p_{н.п.} \quad \frac{l-h}{2}$$

$$p_0 = \cancel{p_0} p_{в.з} + p_{н.п.}$$

$$p_{в.з} = p_{в.з} \frac{2l}{l-2h} \quad \frac{2l}{l-2h}$$

$$p_0 + \rho g h = (p_0 - p_{н.п.}) \frac{2l}{l-2h} + p_{н.п.}$$

$$p_0 + \rho g h =$$

$$\frac{2h}{l-2h} p_0 + \rho g h = p_{н.п.} \frac{2h}{l-2h}$$

$$p_0 \frac{2l-2h-2l}{l-2h} + \rho g h = \frac{p_{н.п.}(l-2h-2l)}{l-2h}$$

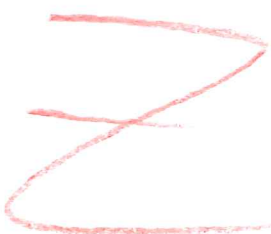
$$p_{н.п.} = \frac{\rho g h (l-2h)}{2} + p_0$$

$$p_{н.п.} = \frac{(l+2h)p_0 - \rho g h (l-2h)}{l+2h}$$

$$= p_0 - \frac{\rho g h (l-2h)}{l+2h}$$

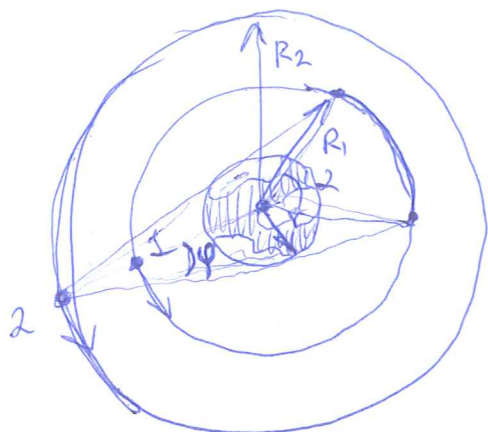
$$10^4 \left(10 - \frac{0,45 \cdot 0,1}{1,9} \right)$$

$$\frac{19 - 0,045}{1,9}$$



Черновик.

№ 1.4.1.



τ - длительность прибывания

$r \ll R_1$ и R_2

$R_1 = 6,4 \cdot 10^4$ км.

$R_2 = 10^5$ км.

$$g(r) = g \frac{r}{R_2^2}$$

$$\arcsin x \approx x \quad x \ll 1.$$

$$g(r) = \frac{GM}{r^2} \quad \text{по закону всемирного тяготения}$$

$$g_1(R_1) = \frac{GM}{R_1^2} = g \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

$$g_2(R_2) = \frac{GM}{R_2^2} = g \frac{R_2^2}{R_2^2}$$

Т.к. они спутники

$$\text{то: } \omega_1^2 R_1 m = m g_1(\text{по 3.к.})$$

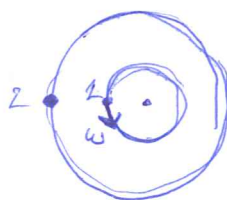
$$\omega_2^2 R_2 m = m g_2$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g R_2^2}{R_1^3}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g R_2^2}{R_2^3}}$$

Перейдем в к.с.о.

2 спутника (на R_2 летают)



$$\omega = \omega_1 - \omega_2$$

скорость которой

2 спутник

летит относительно 1.

Найдём угол "невидимости" (см. большой рисунок)

$$\sin \varphi = \frac{r}{R_2} \approx \varphi \quad \text{т.к. } r \ll R_2.$$

α - центральный угол, φ - внешне. $\Rightarrow \alpha = 2\varphi$

$$\alpha = 2\varphi = \frac{2r}{R_2}$$

пусть первого: $R_1 \alpha = \tau \cdot \omega_1 R_1$ $\frac{2r}{R_2} = (\omega_1 - \omega_2) \tau$

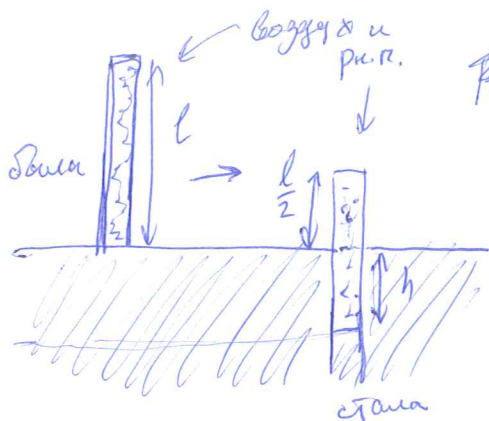
$$\frac{2r}{R_2} = \tau \left(\sqrt{\frac{g}{R_1^3}} - \sqrt{\frac{g}{R_2^3}} \right)$$

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{g} R_2 \left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3} \right)}$$

$$\text{Ответ: } \tau = \frac{2}{\sqrt{g} R_2 \left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3} \right)}$$

№2.5.2

Чертовик



$l = 1 \text{ м.}$ $p_0 = 10^5 \text{ Па}$
 $h = 0,45 \text{ м.}$ $\rho_0 = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
 $T = 300 \text{ К}$

Найти: рн.п. (Т) - ?

Проверка: катание не учитываем.

1) Условие равновесия.

~~$\rho_0 g h + p_{вз1} + p_{н.п.} = p_{вз2} + p_{н.п.} + p_{ст}$~~

$p_0 = p_{вз1} + p_{н.п.}$

$p_{вз1} = \frac{\rho_0 R T}{l S}$ $p_{вз2} = \frac{\rho_0 R T}{(\frac{l}{2} + h) S}$

~~$p_{н.п.1} = p_{н.п.2} =$
 ~~$= \frac{m_0 R T}{M l S} = \frac{(m_0 - \Delta m) R T}{M (\frac{l}{2} + h) S}$~~~~

~~$\Delta m = \rho_0 S (\frac{l}{2} - h)$~~

~~$\frac{m_0}{l} = \frac{(m_0 - \rho_0 (\frac{l}{2} - h))}{l + 2h}$~~

~~$m_0 l + m_0 2h =$~~

~~$= 2m_0 l - 2\rho_0 S \frac{l^2}{2} + 2h l \rho_0$~~

$p_{н.п.} + p_{вз2} = \rho_0 g h$

$p_{н.п.} = \rho_0 g h - p_{вз2}$

$p_{вз2} = p_{вз1} \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + h} = \frac{2l}{l + 2h} (p_0 - p_{н.п.})$

$p_{н.п.} (1 - \frac{2l}{l + 2h}) + \frac{p_0 2l}{l + 2h} = \rho_0 g h$

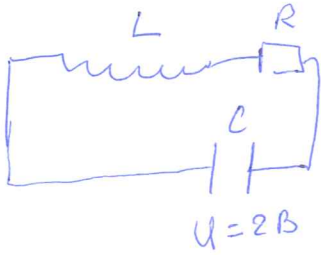
$p_{н.п.} = \frac{(\rho_0 g h - \frac{p_0 2l}{l + 2h})(l + 2h)}{2h - l}$

$10^4 \left(\frac{0,45 - \frac{20}{1,9}}{-0,1} \right) (1,9)$

$25 + (100 - 36)$
 $\frac{36}{+25}$
 $\frac{61}{61}$

Черновик.

N5



$U_c(I_{max}) = U$

Найдите: Q_2 ?



II П.К.:

$$\frac{q}{C} + \dot{q}R + \dot{q}L = 0$$

З.С.Э.:

$$\frac{I_{max}^2 L}{2} + \frac{q_0^2}{2C} = Q$$

Т.к. ток достигает макс значение $\dot{I} = 0 \Rightarrow$

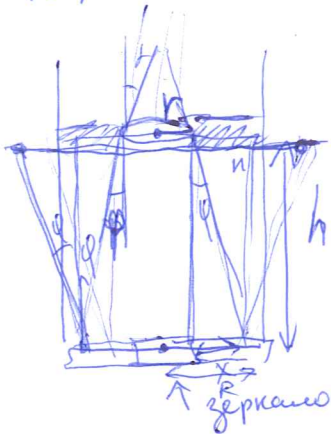
II П.К.: $U = I_{max} R$

$$I_{max} = U/R$$

$$Q_2 = \frac{U^2 L}{2R^2} + \frac{U^2 C}{2}$$



N4



угол полного отражения $\sin \varphi = \frac{1}{n}$

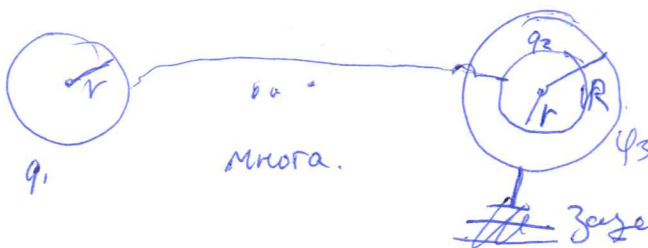
$$\sin \alpha = n \sin \beta \quad \beta \leq \varphi$$

$$n \cdot \tan \varphi = x$$

$$R = h \tan \varphi + r$$

$$R_{иск} = h \tan \varphi \cdot 4.$$

N3 $r = 2 \text{ см.}$



Найдите: R

Т.к. их соединили проводником потенциалы у них одинаковы

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{R}$$

$$0 = \varphi_2 = \frac{kq_2}{R} + \frac{kQ}{R}$$

$$Q = -q_2$$

$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{r} + \frac{kQ}{R} = \frac{kq_2}{r} - \frac{kq_2}{R}$$

$$\varphi_2 = \varphi_1$$