



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Казарина Георгия Михайловича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход 15:02 Жоу
Вход 15:06 Жоу
Шеня рунт Жоу

Дата
« 9 » февраля 2024 года

Подпись участника

№ 2.5.3.

При погружении трубки в воду часть насыщенного пара конденсируется, давление оставшихся по-прежнему $p_{нас}$. Давление воздуха в трубке изменилось по закону Бойля-Мариотта:

$$p_{в0} S l = p_{в} S \left(\frac{l}{2} + h \right), \quad \text{где } p_{в0} - \text{начальное давл. воздуха} \\ p_{в} - \text{конечное, } S - \text{площадь поперечного сечения.}$$

Изначально давление в трубке равнялось давлению на границе раздела атмосферы и воды, то есть, p_0 :

$$p_{в0} + p_{нас} = p_0 \Rightarrow p_{в0} = p_0 - p_{нас}$$

$$p_{в} = p_{в0} \frac{l}{\frac{l}{2} + h} = (p_0 - p_{нас}) \frac{l}{\frac{l}{2} + h}$$

После опускания давление в трубке равно давлению в воде на глубине h :

$$p_{в} + p_{нас} = \rho_0 g h + p_0$$

$$(p_0 - p_{нас}) \frac{l}{\frac{l}{2} + h} + p_{нас} = \rho_0 g h + p_0$$

$$(p_0 - p_{нас}) l + p_{нас} \left(\frac{l}{2} + h \right) = \rho_0 g h \left(\frac{l}{2} + h \right) + p_0 \left(\frac{l}{2} + h \right)$$

$$l \left(\frac{p_0 - p_{нас} - \rho_0 g h}{2} \right) = h (\rho_0 g h + p_0 - p_{нас})$$

$$l = \frac{2h (\rho_0 g h + p_0 - p_{нас})}{p_0 - p_{нас} - \rho_0 g h} = 1 \text{ м.}$$

Ответ: 1 м.

1	10	20	30	40	50	60	70	80	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Кузнецов	Потанин	Шербатов	А.А.	Бушин	С.С.	Валов	В.В.	В.В.	В.В.

Чистовик

№ 3.10.3 18

Пусть: φ_1 - потенциал на шаре внутри сферы
 φ_2 - потенциал на другом шаре
 φ_0 - потенциал на сфере (оболочке)
 q_0 - заряд на оболочке.

Оболочка заземлена $\Rightarrow \varphi_0 = 0$ ✓

Шары соединены проволокой $\Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$ ✓ 25

$$\varphi_1 = k \frac{q_1}{r} + k \frac{q_0}{R}$$

$$\varphi_2 = k \frac{q_2}{r}$$

$$\varphi_0 = k \frac{q_0}{R} + k \frac{q_1}{R} = 0 \Rightarrow q_0 = -q_1$$

$$k \frac{q_2}{r} = k \frac{q_1}{r} - k \frac{q_1}{R}$$

$$q_2 = q_1 - q_1 \frac{r}{R} = \frac{1}{3} q_1 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

Ответ: $2 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$

Σ 185

№ 4.10.3

Максимальное отклонение от вертикали будет иметь луч, преломившийся на границе раздела воды и воздуха практически горизонтально. Его угол падения $\approx 90^\circ$, а угол преломления β :

$$\sin \beta = \frac{\sin 90^\circ}{n} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{\sin \beta}$$

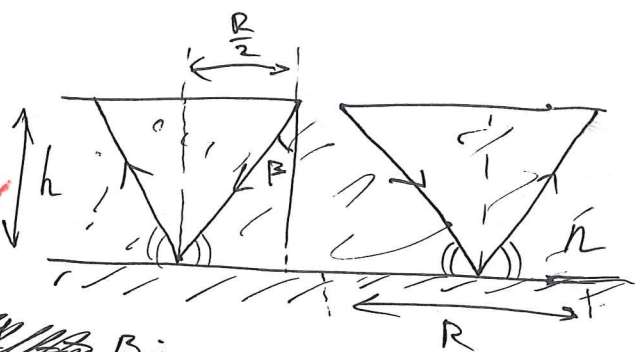
$\tan \beta = \frac{R}{2h}$. Из основного тригоном. тождества:

$$\cot^2 \beta + 1 = \frac{1}{\sin^2 \beta} \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{1}{\frac{R^2}{4h^2} + 1} = \frac{R^2}{4h^2 + R^2} = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow n = \frac{1}{\sin \beta} = \sqrt{2}$$

Ответ: $\sqrt{2}$.

20 баллов



5.4.3

Чистовик

Период колебаний $T = 2\pi \sqrt{LC} +$

Когда ток максимален, напряжение на катушке нет ($\frac{dI}{dt} = 0$). Тогда ток в цепи $I = \frac{U}{R}$ (по Кирхгофу $U = IR$)

$$Q = \frac{U^2}{R} T = \frac{U^2}{R} \cdot 2\pi \sqrt{LC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{Q^2 R^2}{4\pi^2 U^4 C} = 0,1 \text{ Гн}$$

Ответ: 0,1 Гн.

13

1.4.3.

Запишем второе закон Ньютона для ~~спутников~~ спутников:

$$\begin{cases} m_1 \omega_1^2 R_1 = G \frac{M m_1}{R_1^2} \\ m_2 \omega_2^2 R_2 = G \frac{M m_2}{R_2^2} \end{cases} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{G \frac{M}{R_1^3}} \quad (\text{угл. скорость втн. Земли})$$

$$\omega_2 = \sqrt{G \frac{M}{R_2^3}}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi \sqrt{\frac{R_1^3}{GM}} \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{R_2^3}{GM}}$$

Перейдем в систему отсчета спутника сферической орбиты R_2 :

в ней Земля вращается с угловой скоростью ω_2 ,

а другой спутник: $\frac{\omega_1 R_1}{R_1 + R_2}$

За время T другой спутник должен пройти больше Земли на её угловой размер $\varphi = \frac{2r}{R_2}$

$$\left(\frac{\omega_1 R_1}{R_1 + R_2} - \omega_2 \right) T = \frac{2r}{R_2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{GM}}{\sqrt{R_1(R_1 + R_2)}} - \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}} \right) T = \frac{2r}{R_2}$$

$$T = \frac{2r}{R_2 \left(\frac{1}{\sqrt{R_1(R_1 + R_2)}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}} \right) \sqrt{GM}} \approx 2\tau$$

Чертежник

$$\omega_1 = \frac{2r}{R_1} \quad \frac{\omega_1}{R_2 + R_1} =$$

$$= \frac{\omega_1 R_1}{R_2 + R_1}$$



~~Чертёжник~~

$$4R_2 = 2r \Rightarrow \varphi = \frac{2r}{R_2}$$

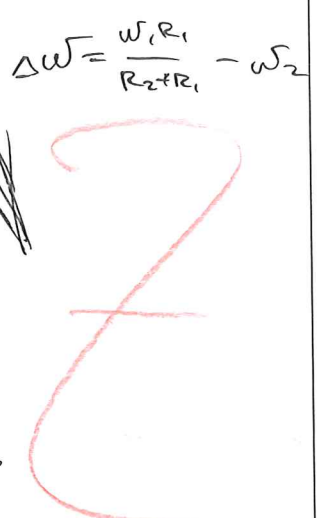
~~Чертёжник~~

$$m \omega_1^2 R_1 = G \frac{M m R_1}{R_1^2} \quad R_1$$

$$\omega_1 = \sqrt{G \frac{M}{R_1^3}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{G \frac{M}{R_2^3}}$$

$$T = \frac{\varphi}{\omega_1} = \frac{2r}{R_2} \cdot \frac{R_1^3}{GM} = \frac{2r R_1^3}{R_2 GM}$$



$$b = \frac{\varphi}{\Delta \omega}$$

$$\frac{26,7}{40,2}$$

$$\begin{array}{r} \times 6,4 \\ \times 6,4 \\ \hline + 256 \\ 384 \\ \hline 40,96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40,96 \\ \times 6,4 \\ \hline + 16384 \\ 24576 \\ \hline 262144 \end{array}$$

$$\frac{\omega_1 R_1 - \omega_2 (R_1 + R_2)}{R_2 + R_1}$$

$$\omega_1 R_1 = \sqrt{G \frac{M}{R_1}}$$

$$\omega_2 R_2 = \sqrt{G \frac{M R_1^2}{R_2^3}}$$

$$\omega_2 R_2 = \sqrt{G \frac{M}{R_2}}$$

$$2r(R_1 + R_2)$$

$$R_2 (\omega_1 R_1 - \omega_2 (R_1 + R_2))$$

$$= \frac{2r}{R_2 \sqrt{GM}}$$

$$\frac{R_1 + R_2}{\frac{1}{\sqrt{R_1}} - \frac{1}{\sqrt{R_2}}}$$

Черновик

2/5

$$L \frac{u_0^2}{R^2} + cu_0^2 = L \frac{u_1^2}{R^2} + \frac{cu_1^2}{R^2} + 2Q$$

$$L \frac{u_0^2 - u_1^2}{R^2} + c(u_0^2 - u_1^2) = 2Q$$

$$(u_0^2 - u_1^2) \left(\frac{L}{R^2} + c \right) = 2Q$$

$$u_1 = u_0 - \Delta u$$

$$u_0^2 - u_1^2 + 2u_0 \Delta u - \Delta u^2 = 2u_0 \Delta u$$

$$Q = \int I^2 R dt = R \int I^2 dt = R T \int I^2 dt$$

$$I = \frac{q - LI}{R}$$

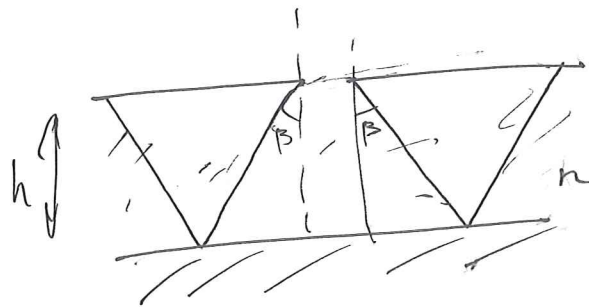
$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$



$$Q = \frac{u^2}{R} T = \frac{u^2}{R} 2\pi \sqrt{LC}$$

$$L = \frac{Q^2 R^2}{4\pi^2 u^2 c} = \frac{(3,4 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,4}{1^4 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = 0,1 \mu\text{H}$$

Черновик



$$\tan \beta = \frac{R}{2h}$$

$$1 + \cot^2 \beta = \frac{1}{\sin^2 \beta}$$

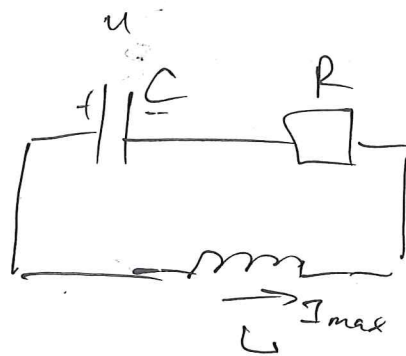
$$\sin^2 \beta = \frac{1}{1 + \frac{4h^2}{R^2}} = \frac{R^2}{R^2 + 4h^2} = \frac{64}{64 + 4 \cdot 16} = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow n = \frac{1}{\sin \beta} = \sqrt{2}$$

$$n \cdot \sin \beta = 1$$

$$n = \frac{1}{\sin \beta}$$

$$U_L = 0$$



Q

L - ?

$$U = IR \Rightarrow I = \frac{U}{R}$$

$$I_0 = \frac{U}{R}$$

$$W = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2R^2}$$

$$Q_1 = \frac{\Delta W}{W} = \frac{Q}{W}$$

~~$$\frac{q}{C} + LI = IR$$~~

~~$$q = \frac{qR + qC}{L}$$~~

$$L \cdot \frac{I_0^2}{2} + \frac{CU_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} + \frac{CU_0^2}{2}$$

~~_____~~

Черновик

$$\cancel{2} \cdot 0,45 \cdot \frac{10^5 \cdot 10 \cdot 0,45 + 10^5 - 14,5 \cdot 10^3}{10^5 - 14,5 \cdot 10^3 - 10^3 \cdot 10 \cdot 0,45} =$$

$$= 0,9 \cdot \frac{4500 + 10^5 - 14500}{10^5 - 14500 - 4500} =$$

$$= 0,9 \cdot \frac{104500 - 14500}{100000 - 19000} = \frac{90}{81} = 1,1$$

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$\varphi_0 = 0$$

$$\varphi_2 = k \frac{q_2}{r}$$

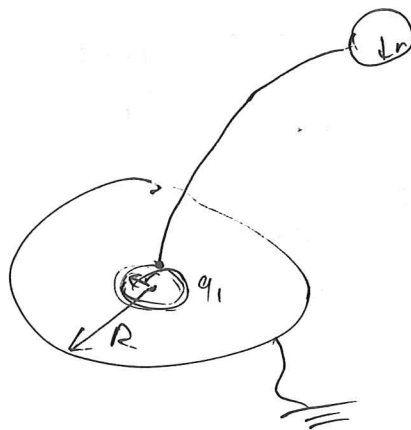
$$\varphi_1 = k \frac{q_0}{R} + k \frac{q_1}{z} = k \frac{q_2}{z}$$

$$\varphi_0 = k \frac{q_0}{R} + k \frac{q_1}{R} = 0 \Rightarrow q_0 = -q_1$$

$$q_2 = \frac{q_1}{z} - \frac{q_1}{R}$$

$$q_2 = q_1 \left(1 - \frac{z}{R} \right) = 6 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} \cdot \left(1 - \frac{2}{3} \right) =$$

$$= 2 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$



Черновик

$$\pi R_1^2 \frac{L}{T_1} = \frac{1}{2} R_1^2 v_1$$

$$\pi R_2^2 \frac{L}{T_2} = \frac{1}{2} R_2^2 v_2$$

$$v = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{GM}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_2 \sqrt{R_2}}{R_1 \sqrt{R_1}}$$

$$\pi R_1^2 \frac{L}{T_1}$$

$$\pi L \cdot \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R_1 \sqrt{R_1}} = \frac{1}{2} v_2 \cdot \frac{R_2 \sqrt{R_2}}{R_1 \sqrt{R_1}}$$

$$L = \frac{R_2 \sqrt{R_2}}{\sqrt{GM}} v_2$$

$$\pi L \cdot \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R_2 \sqrt{R_2}} = \frac{1}{2} v_2$$

$$v_2 = 2\pi \cdot \frac{L}{T_2}$$

$$P_{b0} = P_0 - P_{nac}$$

$$P_{b0} S l = P_b \left(\frac{l}{2} + h\right) S \Rightarrow P_b = \frac{(P_0 - P_{nac}) l}{\left(\frac{l}{2} + h\right)}$$

$$P_b + P_{nac} = \rho_0 g h + P_0$$

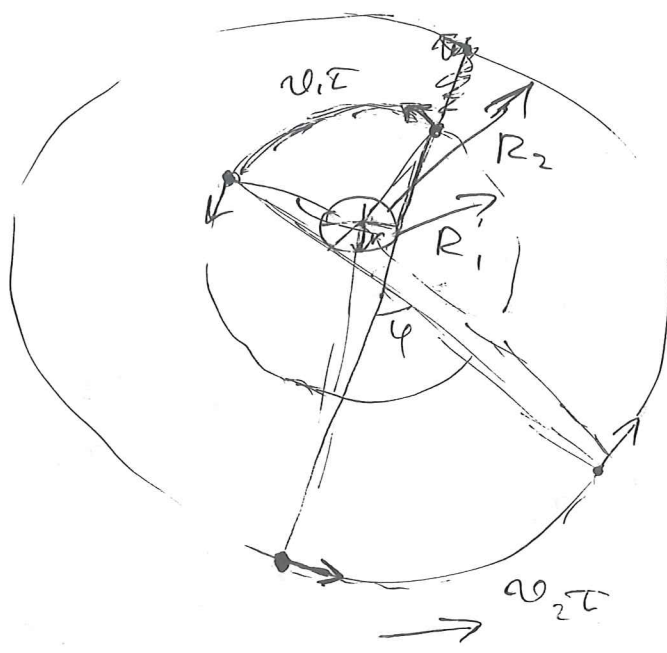
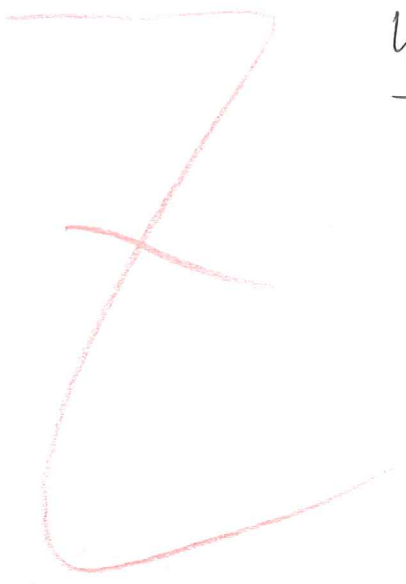
$$\frac{(P_0 - P_{nac}) l}{\frac{l}{2} + h} + P_{nac} = \rho_0 g h + P_0$$

$$(P_0 - P_{nac}) l + P_{nac} \frac{l}{2} + P_{nac} h = \rho_0 g h \frac{l}{2} + \rho_0 g h^2 + P_0 \frac{l}{2} + P_0 h$$

$$l \left(P_0 - P_{nac} + \frac{P_{nac}}{2} - \frac{\rho_0 g h}{2} - \frac{P_0}{2} \right) = \rho_0 g h^2 + P_0 h - P_{nac} h$$

$$l = \frac{h (\rho_0 g h + P_0 - P_{nac})}{\left(\frac{P_0 - P_{nac} - \rho_0 g h}{2}\right)} = 2h \cdot \frac{\rho_0 g h + P_0 - P_{nac}}{P_0 - P_{nac} - \rho_0 g h}$$

Черновик



$$m \frac{v^2}{R} = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{R}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{GM}}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{GM}$$

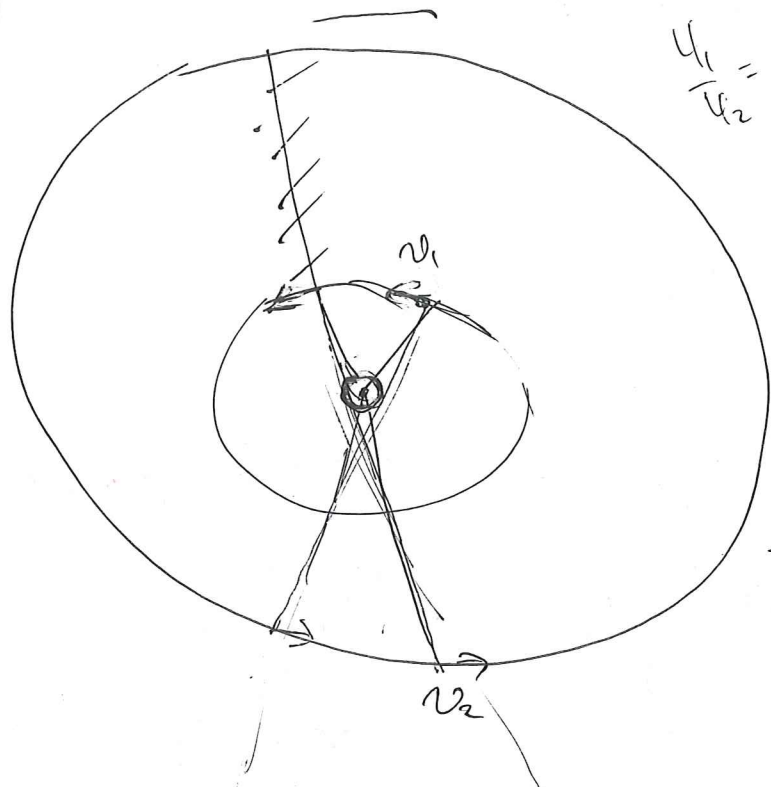
$$\omega_1 > \omega_2$$

$$\varphi_1 = \omega_1 T$$

$$\varphi_2 = \omega_2 T$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2 \sqrt{R_2}}{R_1 \sqrt{R_1}}$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} =$$



$$\omega_1 T = \varphi_1 = \frac{v_1 T}{R_1}$$

$$\varphi_2 = \omega_2 T = \frac{v_2 T}{R_2}$$

$$\pi R_1^2 \frac{T}{T_1} = \frac{1}{2} R_1^2 \varphi_1$$

$$2\pi R_2^2 \frac{T}{T_2} = \frac{1}{2} R_2^2 \varphi_2$$