0 050858 140007

05-08-58-14
(3.10)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Кригер Юлии Витальевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

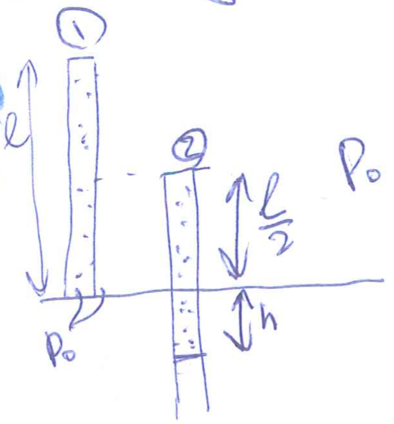
Дата
«9» февраля 2024 года

Подпись участника

05-08-58-14
(3.10)

Чистовик

2.5.1. Задача



Давление вод паров $P_н = const$, т.к. $T = const$ + на пов-ти с жидкостью $\Rightarrow P_н$

~~По з-ну Менд-Кл. Дальтона~~

~~$P_н S l$~~ $\quad P_{нас} = P_н$

I $\quad p_1$ - давл воздуха в ①

p_2 - во ②

• По з-ну Дальтона:

$$\begin{cases} P_0 = P_1 + P_н & \text{- в ①} \\ P_0 + \rho_0 g h = P_2 + P_н \end{cases}$$

• По з-ну Менд-Кл: $\quad$ моль возд

$$\begin{cases} P_1 S l = \nu RT \\ P_2 S\left(\frac{l}{2} + h\right) = \nu RT \end{cases}$$

$$P_1 l = P_2\left(\frac{l}{2} + h\right)$$

$$P_1 = P_2\left(\frac{1}{2} + \frac{h}{l}\right) = P_2 \frac{l + 2h}{2l}$$

$$\begin{cases} P_0 = \frac{P_2}{2} + \frac{P_2 h}{l} + P_н = P_2\left(\frac{1}{2} + \frac{h}{l}\right) + P_н \\ P_0 + \rho_0 g h = P_2 + P_н \end{cases}$$

$$P_2 = \frac{(P_0 - P_н) 2l}{l + 2h}$$

$$P_0 + \rho_0 g h = \frac{P_0 2l}{l + 2h} - \frac{P_н 2l}{l + 2h} + P_н$$

$$P_н\left(1 - \frac{2l}{l + 2h}\right) = P_0\left(1 - \frac{2l}{l + 2h}\right) + \rho_0 g h$$

$$\frac{1,9}{0,1}$$

$$\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$$

$$P_н = P_0 + \rho_0 g h \frac{l + 2h}{2h - l} =$$

$$= 10^5 - 10^4 \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{19}{1} \cdot 19 = 10^4(10 - 9)$$

$$+ \begin{cases} P_2 = P_0 + \rho_0 g h - P_н \\ \cancel{P_0 = \frac{P_0}{2} + \frac{\rho_0 g h}{2} - \frac{P_н}{2} + P_0} \end{cases}$$

$$P_0 = \frac{P_0}{2} + \frac{\rho_0 g h}{2} - \frac{P_н}{2} + \frac{P_0 h}{l} + \frac{\rho_0 g h^2}{l} - \frac{P_н h}{l} + P_н$$

$$P_н\left(1 - \frac{h}{l} - \frac{1}{2}\right) = P_0\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{h}{l}\right) - \rho_0 g h\left(\frac{1}{2} + \frac{h}{l}\right)$$

$$P_н\left(\frac{1}{2} - \frac{h}{l}\right) = P_0\left(\frac{1}{2} - \frac{h}{l}\right) - \rho_0 g h\left(\frac{1}{2} + \frac{h}{l}\right) \rightarrow P_н\left(\frac{l - 2h}{2l}\right) = P_0\left(\frac{l - 2h}{2l}\right) - \rho_0 g h \cdot \left(\frac{l + 2h}{2l}\right)$$

$$+ \; P_н = P_0 - \rho_0 g h \frac{l + 2h}{l - 2h} = 10^5 - 10^4 \cdot 0,45 \frac{1 + 0,9}{1 - 0,9} = 10^5 - 10^4 \cdot \frac{9}{20} \cdot 19 \approx$$

$$\approx 10^4 \text{ Па}$$

1	2	3	4	5	Σ
19	18	20	20	20	97
Дмитриев	Губина	Зыбров СА	Лукинов	Соколовский Ю.Т.	девяносто семь

05-08-58-14 (3.10)

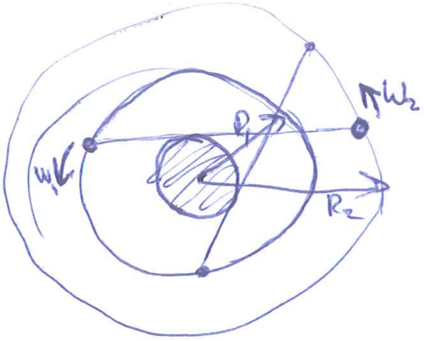
Чистовик

1.4.1 Задача

$\frac{r^{3/2}}{r} = \sqrt{r}$

- $F_r = G\frac{M m}{r^2} = \cancel{m}g$

$M = \frac{r^2 g}{G}$



- ~~Перейдём~~
- Т.к. круг. орбиты $\Rightarrow V_I$ - первая косм. скорость

$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} = \sqrt{\frac{G r^2 g}{R_1 G}} = r\sqrt{\frac{g}{R_1}}$

$V_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}} = r\sqrt{\frac{g}{R_2}}$

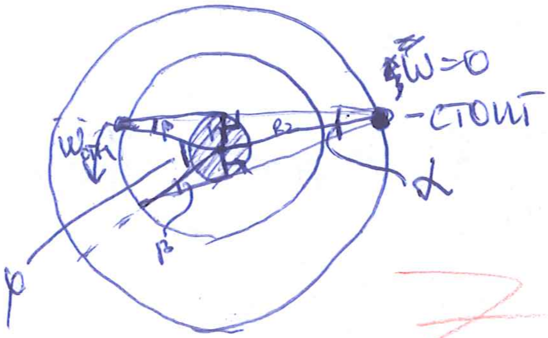
$\frac{1}{T_S} = \left|\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right|$ - ф-ла синодич периода

$\omega_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{r\sqrt{g}}{\sqrt{R_1}\cdot R_1} = r\sqrt{\frac{g}{R_1^3}}$

$\omega_2 = r\sqrt{\frac{g}{R_2^3}}$

- Аккуратно перейдём во вращающуюся с ω_2 (отн. центра планеты) СО (тут так делать можно)

$\omega_{отн} = \omega_1 - \omega_2 = r\sqrt{g}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)$



$T_S = \frac{2\pi}{\omega_{отн}} = \frac{2\pi}{r\sqrt{g}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)}$

$\sin\beta = \frac{r}{R_1} \approx \beta$

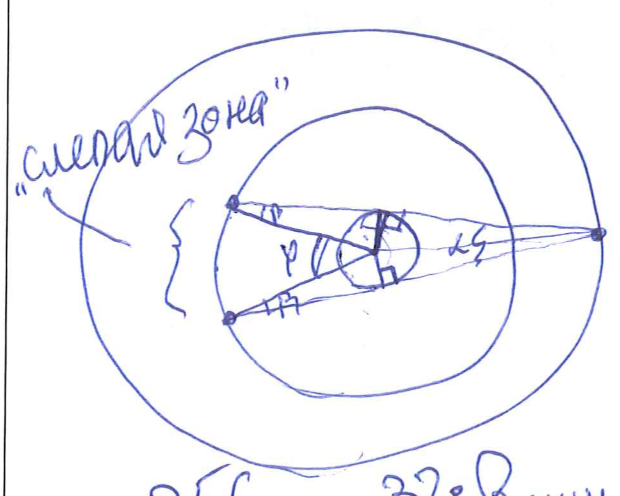
$\alpha = \frac{r}{R_2}$

~~$\varphi = (180° - \alpha)$~~

$\varphi = 360° - (180° - 2\alpha) - (180° - 2\beta) =$

$= 2\alpha + 2\beta = \frac{2r}{R_2} + \frac{2r}{R_1} =$

$= 2r\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)$



- $\tau = \frac{\varphi}{\omega_{отн}} = \frac{2r\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)}{r\sqrt{g}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)} =$

$= \frac{2}{\sqrt{g}} \cdot \frac{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}}{\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(R_1 + R_2)\sqrt{R_2^3}}{\sqrt{R_2^3} - \sqrt{R_1^3}} \cdot \frac{\sqrt{R_1^3 \cdot R_2^3}}{R_1 \cdot R_2} = \frac{2}{3}\frac{(R_1+R_2)\sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{R_2^3} - \sqrt{R_1^3}} \approx 471{,}32$ с

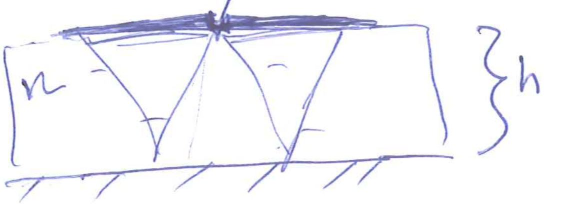
256 мин = 32 · 8 мин ≈

+

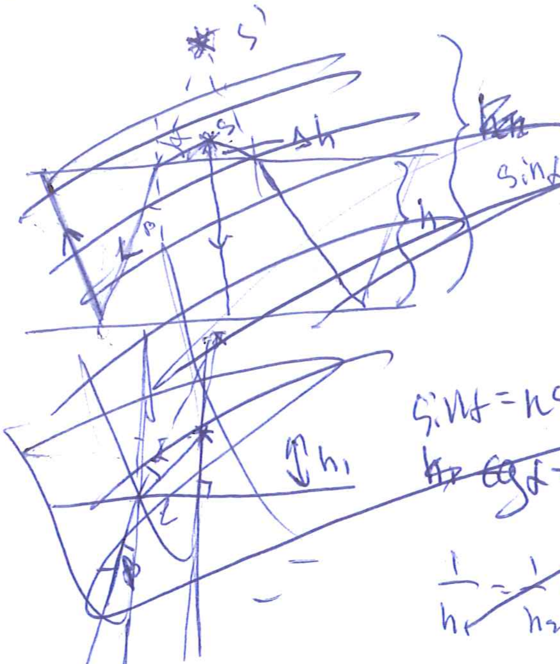
05-08-58-14
(3.10)

Чистовик

4.10.1 Задача



$$\begin{array}{r|l} 2000 & 225 \\ -1800 & 8{,}88 \\ 2000 & \\ -1800 & \\ 200 & \end{array}$$



$\sin\alpha = \sin\beta \cdot n$

$23 \cdot 23 = 529$

$22 \cdot 22 = 484$

$\sin\alpha = n\sin\beta$

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{l}{h_1}$ $\quad \operatorname{tg}\beta = \dfrac{l}{h_2}$

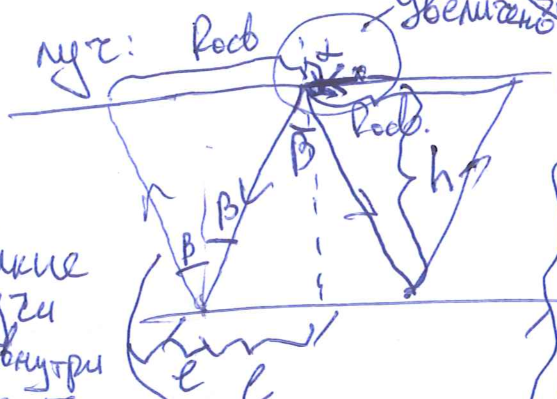
$\dfrac{1}{h_1} = \dfrac{1}{h_2} \cdot n \to h_2 = n h_1$

• Крайний луч: $R_{осв}$

Увеличено

$\sin\alpha = \sin\beta \cdot n$

$\sin\beta = \dfrac{1}{n} = \dfrac{l}{\sqrt{h^2+l^2}}$



If $\alpha < 90°$ $\sin\beta < \dfrac{1}{n}$ — Такие лучи освещают внутри освещ. области

ход крайнего луча

$\sin\beta = \dfrac{1}{n} = \dfrac{l}{\sqrt{h^2+l^2}}$

$h^2 + l^2 = l^2 \cdot n^2$

т.к. зеркало (угол пад = углу отр)

$l^2(n^2-1) = h^2 \to l = \dfrac{h}{\sqrt{n^2-1}} \to R = 2l = \dfrac{2h}{\sqrt{n^2-1}} =$

$= \dfrac{2 \cdot 5 \text{ см}}{\sqrt{\frac{9}{4}-1}} = \dfrac{10 \text{ см} \cdot 2}{\sqrt{5}} = \dfrac{20}{\sqrt{5}} \text{ см} \approx \dfrac{20 \text{ см}}{2{,}25} \approx 8{,}9 \text{ см}$

Чистовик.

1б

3.10.1 Задача

2б

• $\varphi_{оболочки} = \frac{kq_1}{R} + \frac{kq_{об}}{R} = 0$ – т.к. заземлена

$$q_{об} = -q_1$$ 4б

• Т.к. ~~провод~~ ~~проводящей~~ проводящим покой и $t = t_{уст}$ ~~$\Delta\varphi$~~
$\Delta\varphi = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$

$$\varphi_1 = \varphi_2$$ 2б

$$\frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R} = \frac{kq_2}{r}$$ 4б

$$\frac{q_1 - q_2}{r} = \frac{q_1}{R}$$

5б

$$R = \frac{q_1 r}{q_1 - q_2} = \frac{6 \cdot \cancel{10^{-10}} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot \cancel{10^{-10}}} \, м =$$

$$= 3 \cdot 10^{-2} \, м = 3 \text{ см}$$ 2б

~~$\frac{kq_2}{R-r} = \frac{kq_1}{r} \quad \frac{k(R-r)}{R} \quad q_2$~~

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$2\alpha - \gamma + 180 - 2\beta + \varphi = 360^\circ$$

$$2\alpha - 2\beta + \omega_2 t - \omega_1 t = 180^\circ$$

$$2\alpha - 2\beta + t(\omega_2 - \omega_1) = 180^\circ$$

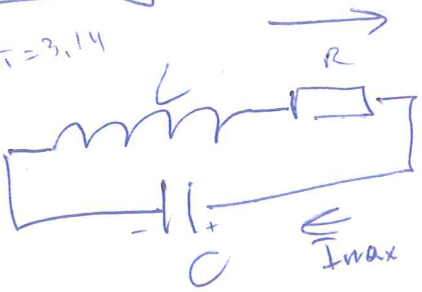
$$t = \frac{\pi + 2(\beta - \alpha)}{\omega_2 - \omega_1} =$$

$$= \frac{\pi}{\omega_2 - \omega_1} + \frac{2 \cdot 2r\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}{r\sqrt{g}} = \frac{T_2 - T_1}{2} + \frac{2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}{\sqrt{g}}$$

Чистовик

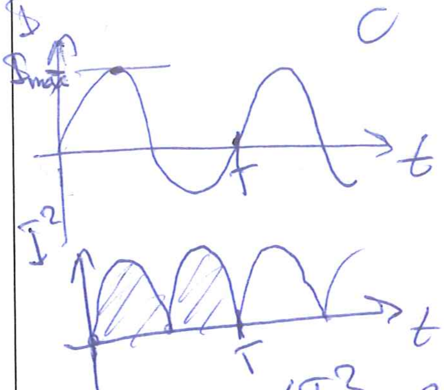
5.4.1 Задача

$Q = ?$ $\pi = 3{,}14$



~~ЗСЭ:~~ $\cancel{\frac{LI^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + Q}$

~~Т.к.~~ $\cancel{I_{max} \Rightarrow U_C = U}$



• $U = I_{max} R + \mathcal{E}_i$

$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$

Т.к. $I = max$, то $\dot{I} = 0 \Rightarrow$

$U = I_{max} \cdot R$

$\boxed{I_{max} = \frac{U}{R}} = 2\,A$

• ЗСЭ: $\frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} + Q = const$

$I(t) = I_{max} \cdot \sin(\omega t)$, $T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$I(t) = I_{max} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t\right)$

$\delta Q(t) = I^2(t) \cdot R \cdot dt = I_{max}^2 \cdot \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t\right) \cdot R \cdot dt$

• $Q = \int_\tau^{\tau+T} I_{max}^2 \cdot \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t\right) \cdot R\,dt = I_{max}^2 R \int \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t\right) dt =$

~~За вр. τ~~

$\cancel{= I_{max}^2 R \left(-\frac{\cos^3 \omega t}{3\omega}\right)\Big|^t}$

~~$Q = qW$~~

$\cancel{\frac{LI_{max}^2}{2} - \frac{CU^2}{2} - Q}$

$= I_{max}^2 \cdot R\left(\frac{T}{2} - \frac{\sin 2\omega T}{4\omega}\right) = \boxed{\frac{U^2}{R}\int_\tau^{\tau+T} \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) dt}$

$\int_\tau^{\tau+T} \sin^2 \omega t\,dt = \int_\tau^{\tau+T} \frac{1-\cos 2\omega t}{2} dt = \int_\tau \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2}\right) dt = \frac{t}{2}\Big|_\tau^{\tau+T} - \frac{1}{2}\int_\tau^{\tau+T} \cos 2\omega t\,dt =$

$= \frac{t}{2}\Big|_\tau^{\tau+T} - \frac{1}{2}\int_\tau^{\tau+T} \cos(2\omega t)\,dt = \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\Big|_\tau^{\tau+T} =$

$= \frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega}\left(\sin(2\omega(\tau+T)) - \sin(2\omega\tau)\right) = \frac{T}{2} - \frac{\sin 2\omega T}{4\omega}$

Чистовик

$$Q = I_{max}^2 \cdot R \cdot \left(\frac{T}{2} - \frac{\sin(2\omega T)}{4\omega}\right) = I_{max}^2 R\left(\pi\sqrt{LC} - \frac{\sin(4\pi)}{4\omega}\right) =$$

$$= I_{max}^2 R(\pi\sqrt{LC} - 0) = I_{max}^2 R(\pi\sqrt{LC}) = \frac{U^2}{R}\cdot\pi\sqrt{LC} =$$

+

$$= 4\cdot 3{,}14\sqrt{3\cdot 10^{-1}\cdot 3\cdot 10^{-5}} = 12\cdot 3{,}14\cdot 10^{-3}\text{ Дж} = 12\cdot 3{,}14\text{ мДж} \approx$$

$$\approx 37{,}7\text{ мДж}$$ +

$\times\,12$

$$\begin{array}{r} 314 \\ \times\ 12 \\ \hline 628 \\ +\ 314 \\ \hline 37{,}68 \end{array}$$

$$256 \,|\, \underline{60} \quad 4$$

$$\frac{16}{60} = \frac{4}{15} = \frac{1}{4} \approx 0{,}25$$

$$Q = I_m^2 R \int_{\tau}^{\tau+T} \cos^2(\omega t)\,dt = \overset{\text{Листов}}{I_m^2 R \cdot \frac{T}{2}} = I_m^2 R \pi \sqrt{LC} =$$

$$= \frac{U^2}{R} \cdot \pi\sqrt{LC} \approx 37{,}7 \text{ мДж}$$

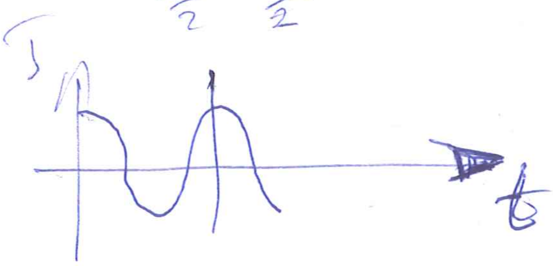
$$\int \cos^2 x = \int \frac{\cos 2x + 1}{2} = \int\left(\frac{1}{2} + \frac{\cos 2x}{2}\right)dx = \frac{1}{2}\int (1 + \cos 2x)\,dx =$$

$$= \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\int \cos 2x\,dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\Bigg|_{\tau}^{\tau+T} =$$

$$= \frac{T}{2} + \frac{1}{4\omega}\left(\sin(2\omega(\tau+T)) - \sin(2\omega\tau)\right)$$

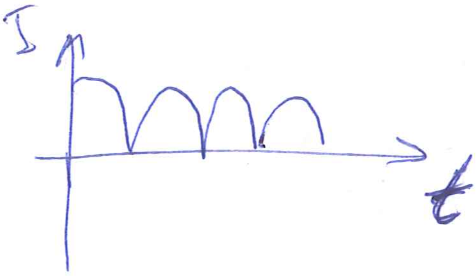
$$\sin\alpha + \sin\beta = \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$\frac{2\pi}{2}$ $\frac{2\pi}{2}$



$$\frac{x}{2} + \frac{1}{4\omega}\sin 2\omega t\Bigg|_0^T$$

4π



Чистовик

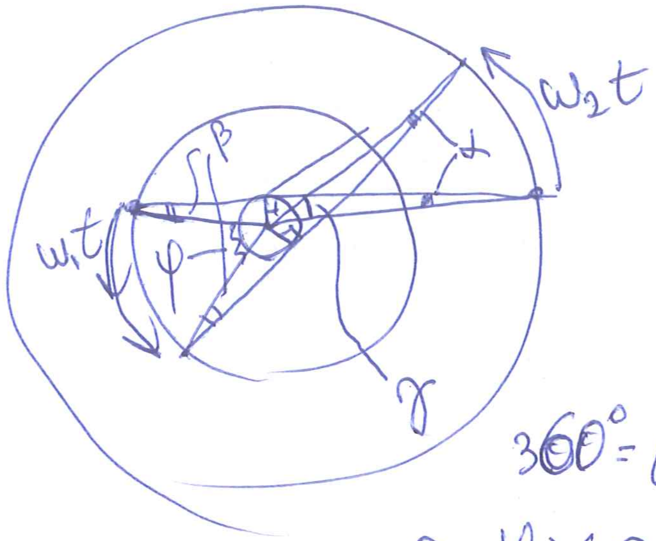
Попробуем решить, не переходя в другие СО, чтобы убедиться в правильности ~~перехода~~ ответа.

$G\frac{Mm}{r^2}=mg$ • $V_1=\sqrt{\frac{GM}{R_1}}=r\sqrt{\frac{g}{R_1}}$

т.к. круг. орбита — $V_2=\sqrt{\frac{GM}{R_2}}=r\sqrt{\frac{g}{R_2}}$

$\omega_1=\frac{V_1}{R_1}=\frac{r\sqrt{g}}{\sqrt{R_1^3}}$

$\omega_2=\frac{r\sqrt{g}}{\sqrt{R_2^3}}$



$\sin\beta=\frac{r}{R_1}=\beta$

$\alpha=\frac{r}{R_2}$

$360^\circ=(90^\circ-\alpha)\cdot 2-\gamma+\varphi+2(90-\beta)$

$0=\varphi-\gamma-2\alpha-2\beta$

$\varphi=\omega_1 t$, $\gamma=\omega_2 t$

$2r\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=t(\omega_1-\omega_2)$

$t=\frac{2r\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}{\omega_1-\omega_2}=$

Как видим, ответ такой же $=\frac{2\cancel{r}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}{\cancel{r}\sqrt{g}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}}-\frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)}=\frac{2(R_1+R_2)\cdot\sqrt{R_1^3R_2^3}}{\sqrt{g}(R_1\cdot R_2)(\sqrt{R_2^3}-\sqrt{R_1^3})}$

$\sqrt{g}=\sqrt{9\cdot 10^{-3}}$ чтоб в км

в ~~метры~~ переведём R_1 и R_2

~~$=\frac{2}{3}\frac{16{,}4\cdot 10^4\cdot 10^3}{\sqrt{9\cdot 10^{-3}}}$ км~~

$=\frac{2}{3}\frac{16{,}4\cdot 10^4\cdot 10^8\sqrt{(6{,}4\cdot 10^7\cdot 10^8)^3}}{6{,}4\cdot 10^7\cdot 10^8\left(\sqrt{6{,}4^3\cdot(10^7)^3}-10^3\cdot(10^7)^3\right)}\approx 256$ мин

$\approx 4{,}25$ ч

Черновик

$2Q = (\ldots + C)(U_0^2 - U_1^2)$

$Q = \int uI\,dt$

$R\int_0^5 I^2 dt$

$\frac{q}{C} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} + IR$

$-\frac{\cos^3 \omega t}{3\omega \cdot \sin \omega t} =$

$\frac{\cos^3 x}{3} \to \cos^2 x \cdot (-\sin x)$

$\frac{q}{C} = -Lq'' + q'R$

$\int \sin^2 x$

$\int \sin^2 x$

$RI_m \int \sin^2 t \cdot dt$

$-\frac{\cos^3 \omega t}{3\omega}$

$= \sin^2 \omega t$

$\frac{3}{3} \cdot \sin^2 \omega t = \sin \omega$

$1640 \cdot 8 = 13120$

$13120 : 27 = 471{,}1$

$471 \cdot 60 = 8$

-192, 189, 30, 27, 30

$360 - 180 + 2P - 180 + 27$

$13^2 = 169$

$14 \cdot 14 = 196$

$33 \cdot 33 = 1089$

$32 \cdot 32 = 1024$

$31 \cdot 31 = 961$

$6{,}4 \cdot 6{,}4 \cdot 6{,}4$: $26{,}4 \ldots 2904$

$29{,}04 \cdot 6{,}4 = 185856$

$\approx 186 \approx 14\ldots$

$= \frac{2}{3} \cdot \frac{10^8 \cdot 16{,}4 \cdot 8}{10^6 (\sqrt{1000} - \sqrt{6{,}4^3})} = \frac{2}{3} \cdot 1640 \cdot 8$

<14

$<$

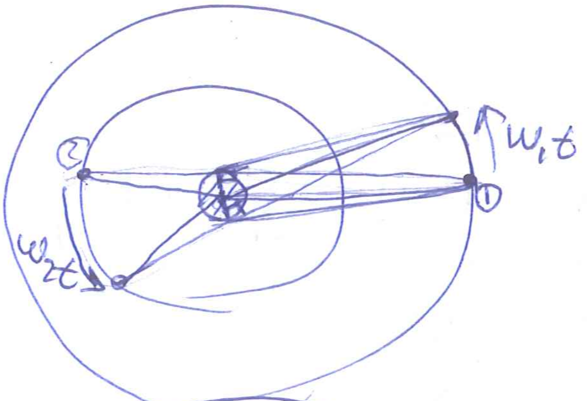
32, 13

$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1640 \cdot 8}{18 \quad 9} = \frac{1640 \cdot 8}{27} \approx 471\,\text{c}$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{10^4 \cdot 16{,}4 \cdot \sqrt{6{,}4 \cdot 10^{10}} \cdot 10^4}{\sqrt{10^{15}} - \sqrt{10^{12} \cdot 6{,}4^3}} =$

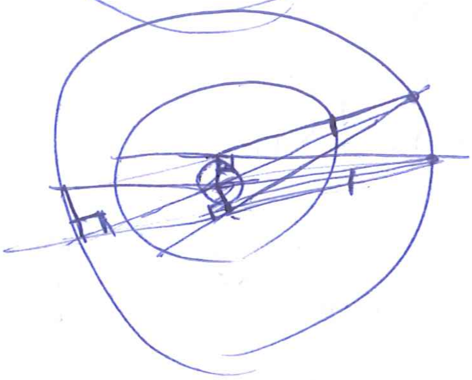
Черновик

Если решать не ~~в Земле~~ переходя в другие СО



$$\begin{array}{r} 32 \\ \times\ 8 \\ \hline 256 \end{array}$$

$\sqrt[3]{1000} \approx 32$

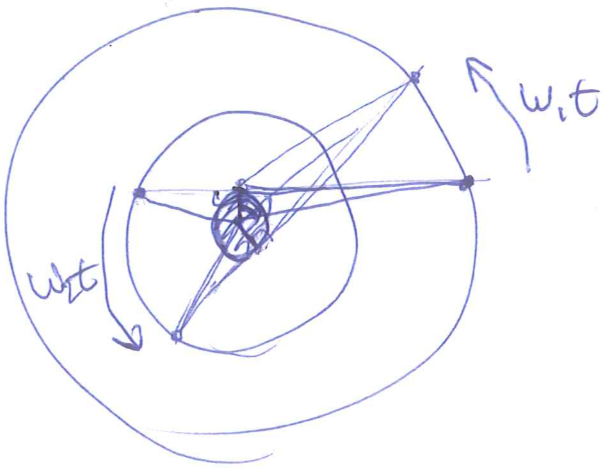


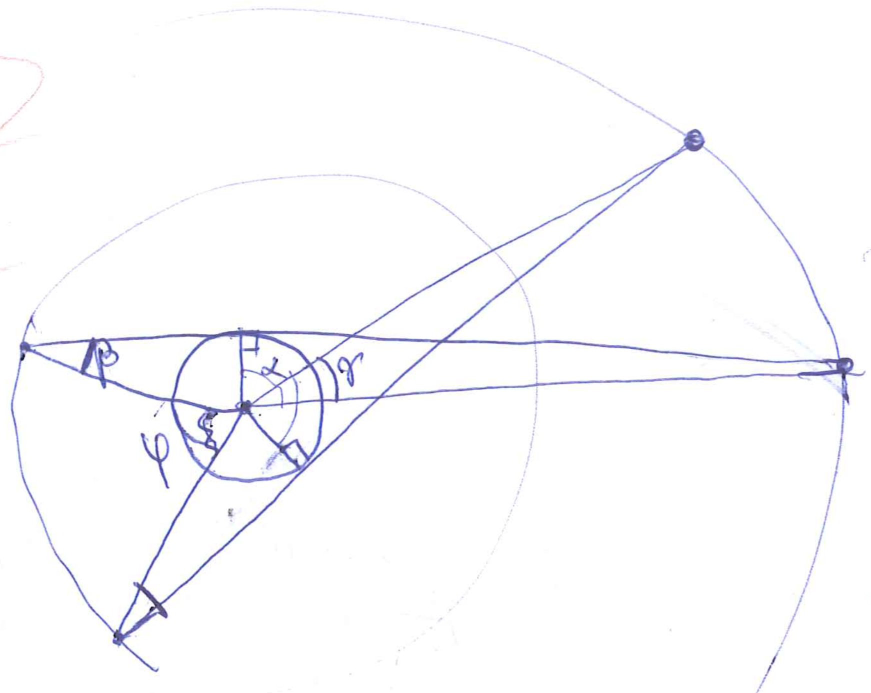
$$\frac{2}{3}\frac{(R_1+R_2)\cdot\sqrt{R_1^3\cdot R_2^3}}{(R_1R_2)(\sqrt{R_2^3}-\sqrt{R_1^3})} =$$

$$= \frac{2}{3}\frac{10^7\cdot 16{,}4\sqrt{(64)^3\cdot(10^7)^3}}{64\cdot 10^{14}(\sqrt{(6{,}4\cdot 10^7)^3}-\sqrt{(10\cdot 10^7)^3})} =$$

$$= \frac{2}{3}\frac{16{,}4\cdot 10^{9}\sqrt{64^3\cdot 10}}{\cancel{10^7}\cdot 64\cdot\sqrt{10^{20}}(\sqrt{6{,}4^3\cdot 10}-\sqrt{100})} = \frac{2}{3}\frac{4{,}1\cdot 10^3}{16\cdot 10^{10}}$$

Черновик





$$\alpha = \frac{r}{R_1} \qquad \beta = \frac{r}{R_2} \qquad \varphi = \omega_2 t$$

$$2\alpha - \gamma + \varphi + (90^\circ - \beta)2 = \qquad \gamma = \omega_1 t$$

$$180^\circ + \varphi + 2\alpha - \gamma - 2\beta = 360^\circ$$

$$\varphi + 2\alpha - \gamma - 2\beta = 180^\circ$$

$$\frac{2r}{R_1} - \frac{2r}{R_2} + \omega_2 t - \omega_1 t = \pi \Rightarrow t = \frac{\pi - 2r\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}{\omega_2 - \omega_1} =$$

$$= \frac{2r\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}{r\sqrt{g}\left(\frac{1}{\sqrt{R_2^3}} - \frac{1}{R_1^3}\right)}$$

Черновик

$\sin 2t' = 2\cos 2t$

$\int \cos 2x \cdot dt = \frac{t}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin 2\omega t}{2}$

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$

$dt = \frac{t}{2} - \frac{1}{2}\int$

$2\sin x \cdot \cos x$

$\sin^2 x' = 2\sin x\cos x = \sin 2x$

$\int \sin^2 t\,dx = 2\int \sin x \cdot \cos x \cdot dx = 2\int t\,dt = 2\frac{t^2}{2} =$

$t = \sin x$

$dt = \cos x \cdot dx$

$\int \frac{1}{2} - \frac{\cos 2x}{2}$

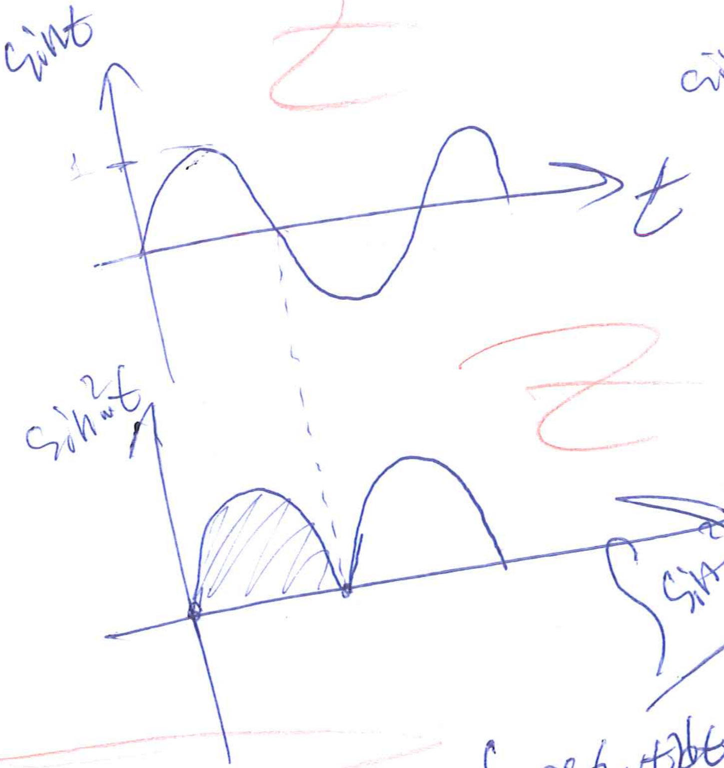
$= t^2 = \sin^2 x$

$Q\int^2 = RT\frac{T}{2}/3$

$Q = R\int I^2 \frac{\Delta q}{I} = R\int \frac{\Delta q^2}{\Delta t}$

$= R\int I \Delta q = R\int \frac{\Delta q}{\Delta t}\cdot \Delta q =$

$\sin^3 x' = \sin^2 x \cdot \cos x \cdot x'$



$\cos^3 2x$

$3\cos^2 2x \cdot \sin 2x \cdot 2$

$\sin\alpha - \sin\beta =$

$= \sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\int \sin^2 t\,dx$

$\sin 2\omega t' =$

$= \cos 2\omega t \cdot 2\omega$

$\int \cos 2\omega t\,dt = \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}$

$Q = u^2$