0 030181 860001

03-01-81-86
(5.4)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Кузнецова Егора Геннадьевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«9» февраля 2024 года

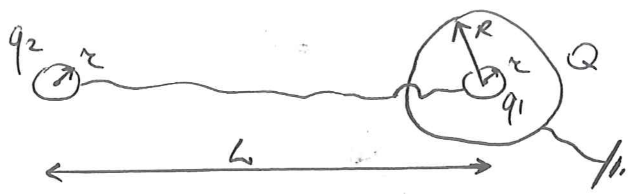
Подпись участника

Куз

1	2	3	4	5	Σ
17	17	20	20	13	87

№3.10.3.

20



$L \gg r$

L – расст. между шарами

Q – заряд сфер. оболочки

1) Потенциал сфер. оболочки:

$$\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} + \frac{q_1}{R} + \frac{q_2}{L}\right) = 0 \rightarrow \frac{Q+q_1}{R} + \frac{q_2}{L} = 0 \quad (1)$$

2) Равенство потенциалов шаров 1 и 2 (т.к. они соед. проводником): +

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r} + \frac{Q}{R} + \frac{q_2}{L}\right)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_2}{r} + \frac{q_1}{L} + \frac{Q}{L}\right)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$\rightarrow \frac{q_1}{r} + \frac{Q}{R} + \frac{q_2}{L} = \frac{q_2}{r} + \frac{q_1+Q}{L} \quad (2)$$

3) Т.к. $L \gg r$, то можно преобр. (1) и (2) к след. виду:

$+ \; Q = -q_1 \quad (1)$

$+ \; \frac{q_1}{r} + \frac{Q}{R} = \frac{q_2}{r} \quad (2)$

– Решаем (1), (2) отн. q_2:

$$q_2 = q_1\left(1 - \frac{r}{R}\right) = \frac{q_1}{3}$$

<u>Т.о.</u> заряд второго шарика равен $q_2 = \frac{q_1}{3} = 2\times10^{-10}$ Кл

Ответ: $q_2 = \frac{q_1}{3} = 2\times10^{-3}$ Кл.

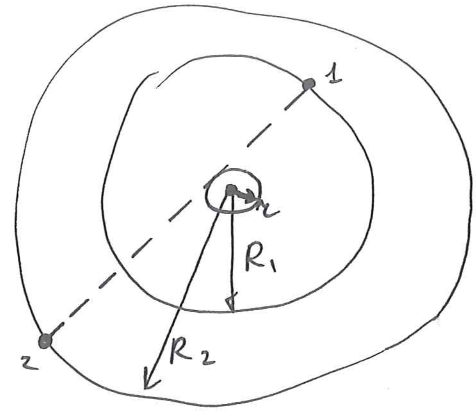
№1.4.3.

1) Найдем угловые скорости вращение спутников вокруг Земли: (запишем II З.Н. на нормаль для кажд.)

II З.Н. для спутника 1: $m_1\omega_1^2 R_1 = G\frac{m_1 M}{R_1^2} \quad (1)$

II З.Н. для спутника 2:

$$m_2 \omega_2^2 R_2 = G\frac{m_2 M}{R_2^2} \qquad (2)$$



-Преобр. (1) и (2) получим:

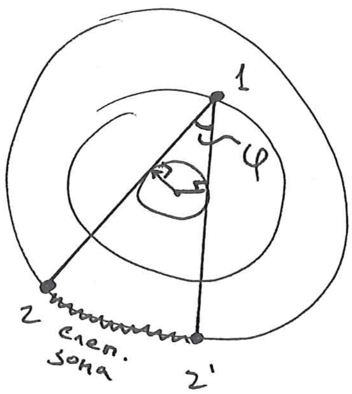
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}} \qquad (1)$$

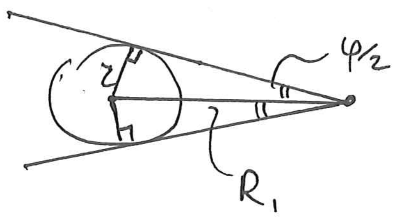
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}} \qquad (2)$$

2) Перейдём в СО, связанную со спутником 1. В ней он покоится, 2 вращ. по той же орбите с угл. скор. $\omega_{отн} = \omega_2 - \omega_1$.

3) Расчет „слепой" зоны:

(Спутники не видят друк друга, когда обзор перекр. земля)





$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{r}{R_1} = 0,1 \rightarrow \varphi - мал$$

Т.О. $\varphi \approx 0,2$ $\left(\varphi \approx \frac{2r}{R_1}\right)$

Т.О. Спутник 2 не будет видеть спутник 1 когда тот будет в зоне 2-2' (мы в СО спутн. 1). Там он будет находиться время:

$\tau = \frac{\varphi}{|\omega_{отн}|}$. Тогда время пребывания в слепой зоне составит:

$$\tau = \frac{2\cdot\frac{r}{R_1}}{\sqrt{GM}\left(\frac{1}{R_1^{3/2}} - \frac{1}{R_2^{3/2}}\right)} \approx \frac{1}{9}\times 10^{-14}\ c$$

Ответ: $\tau \approx \frac{1}{9}\times 10^{-14}$ с.

03-01-81-86 (5.4)

№2.5.3.

1) Состояние газа до погруж. трубки:

- Сумма парц. давл. пара и возд. равна p_0:

$$p_0 = p_{в1} + p_{нас} \rightarrow \underline{p_{в1} = p_0 - p_{нас} = 85{,}5 \text{ кПа}} \quad (1) \quad +$$

- Ур. сост. для воздуха и пара:

$$p_{в1} S l = \nu_в RT$$

$$p_{нас} S l = \nu_{п1} RT$$

2) Т.к. процесс изотермический, то для воздуха з. Бойля-Мариотта:

$$p_{в1} l = p_{в2}\left(\frac{l}{2} + h\right) \rightarrow \underline{p_{в2} = \frac{2l}{l+2h} \cdot p_{в1}} \neq \quad + \quad (2)$$

3) После погруж. сумма парц. давлений пара и воздуха сост.: $\underline{p_0 + \rho_0 g h = p_{в2} + p_п}$ $+$ (3)

4) В каком сост. будет пар? При изотермическом сжатии пара при давлении $p_{нас}$ он будет конденсироваться. Тогда в конечном сост. $p_п = p_{нас}$, т.к. будет контакт с водой и будет динамическое равновесие.

Т.о. решаем (1), (2) и (3):

$$\pm \quad p_{в2} = \frac{2l}{l+2h}(p_0 - p_{нас}) = (p_0 - p_{нас}) - \rho_0 g h$$

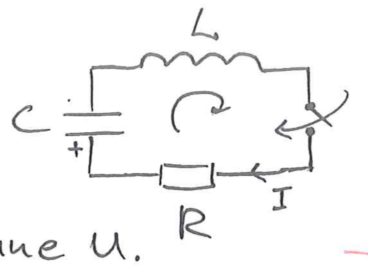
$$\frac{2h-l}{2h+l}(p_0 - p_{нас}) = \rho_0 g h \rightarrow \frac{2h-l}{2h+l} = \frac{45 \times 10^2}{855 \times 10^2} = \frac{9}{171} = \frac{1}{19}$$

$$38h - 19l = 2h + l \rightarrow l = \frac{36}{20} h = \frac{9}{5} h = \underline{81 \text{ см}}$$

Т.о. длина трубки 81 см.

Ответ: $l = 81$ см. $-$

№ 5.4.3.



1) Ток достиг лок. максимума, а на конденсаторе напряжение U.

$$L\frac{dI}{dt}\Big|_{I_{max}}=0 \rightarrow U=I_{max}R \rightarrow I_{max}=\frac{U}{R}$$

2) Запишем ЗСЭ для контура за след. период колеб.:

$$\frac{LI_{max}^2}{2}+\frac{CU^2}{2}=Q+W_c+W_L$$

3) ~~Расчит. энергии катушки и конденсатора W_c и W_L.~~

3. Киргоффа для контура: $-\frac{q}{C}-L\frac{dI}{dt}-IR=0$

$I=\dot{q}$ $\qquad \ddot{q}+\frac{R}{L}\dot{q}+\frac{1}{LC}q=0$

- Если затухание слабое, то можно пренебречь вторым членом, тогда получим гармонические колебания для заряда: $\ddot{q}+\frac{1}{LC}q=0 \rightarrow q(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

Пусть при $t_0=0$ $\quad I=\dot{q}=I_{max}$ и $q=CU$, тогда:

$$\left.\begin{aligned} q(0)&=A\cos\varphi_0=CU \\ \dot{q}(0)&=-A\omega\sin\varphi_0=\frac{U}{R}\end{aligned}\right\} \qquad \omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

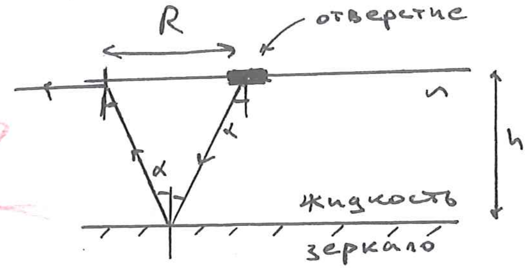
$$\operatorname{tg}\varphi_0=\frac{-1}{R\omega C} \qquad A=CU\cdot\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi_0}$$

Т.о. $\quad q(t)=\frac{U}{R\omega}\sqrt{(R\omega C)^2+1}\left(\cos\left(\omega t+\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{R\omega C}\right)\right)\right)$

03-01-81-86 (5.4)

№4.10.3.

1) Рассмотрим ход луча, который не попадет в светлое пятно в результате полного внутр. отр. на границе раздела жидкости и возд.
(я рассм. ход критического луча)



~~[illegible]~~ $n \sin\alpha_{кр} = 1 \rightarrow \sin\alpha_{кр} = \frac{1}{n}$

Т.О. пятно образуют лучи, которые входя под углами $\alpha < \alpha_{кр}$. Тогда радиус пятна $R = 2h\,\mathrm{tg}\,\alpha_{кр}$.

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{кр} = \frac{R}{2h}, \quad \sin\alpha_{кр} = \frac{1}{n} \rightarrow \cos\alpha_{кр} = \sqrt{n^2-1}\cdot\frac{1}{n}$$

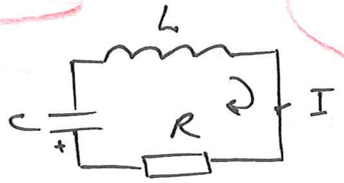
$$\mathrm{tg}\,\alpha_{кр} = \frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$$

$$\sqrt{n^2-1} = \frac{2h}{R} \longrightarrow n = \sqrt{4\left(\frac{h}{R}\right)^2+1} = \sqrt{2} \approx 1{,}4$$

Ответ: $n = \sqrt{4\left(\frac{h}{R}\right)^2+1} = \sqrt{2} \approx 1{,}4$.

№5.4.3.

1) Ур. обхода контура:



$$\left.\begin{aligned} -L\frac{dI}{dt} - IR - \frac{q}{C} = 0 \\ I = \dot{q} \end{aligned}\right\} \quad \ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$$

-При слабом затухании можно пренебречь вторым членом, тогда получим ур. гарм. колеб.:

~~[illegible]~~ $\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$ +

$$\left.\begin{aligned} q(t) &= A\sin(\omega t + \varphi_0) \\ \dot{q}(t) &= A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) \end{aligned}\right) \frac{d}{dt}$$

-Задаём начальные условия для $t = 0$:

$q(0) = CU, \quad \dot{q}(0) = I_{max} = \frac{U}{R}$

$L\left.\frac{dI}{dt}\right|_{I_{max}} = 0 \rightarrow I_{max} = \frac{U}{R}$ +

[crossed out] $\operatorname{tg}\varphi_0 = R\omega C$ $\quad A = \frac{U}{\omega R}\sqrt{1+(R\omega C)^2}$

Т.о. $q(t) = \underbrace{\frac{U}{\omega R}\sqrt{1+(R\omega C)^2}}_{=A} \cdot \sin\left(\omega t + \underbrace{\operatorname{arctg}(R\omega C)}_{\varphi_0}\right)$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$q(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0) \rightarrow \underline{I(t) = A\omega\cos(\omega t+\varphi_0)}$

2) В единицу времени на R выделяется тепло:

$\delta Q = I^2 R\,dt \rightarrow Q = (A\omega)^2 R\int_0^T \cos^2(\omega t+\varphi_0)\,dt$

$T = 2\pi\sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\omega}$

$\cos^2(\omega t+\varphi_0) = \frac{1-\cos(2\omega t+2\varphi_0)}{2}$

$Q = (A\omega)^2 R\left(\frac{T}{2} - 0\right)\cdot\frac{1}{\omega} = \frac{A^2\omega R T}{2}$

это выделилось на R за T.

$Q = \frac{U^2}{\omega^2 R^2}\cdot(1+(R\omega C)^2)\cdot\frac{\omega R\cdot 2\pi}{2\cdot\omega} = \frac{\pi U^2}{2\omega^2 R}\left(1+(R\omega C)^2\right) =$

$= \frac{\pi U^2}{2\omega^2 R} + \frac{\pi U^2 R C^2}{2} = \frac{\pi U^2}{2}C\left(\frac{L}{R} + RC\right) \rightarrow$

$\rightarrow \underline{L = \frac{2QR}{\pi C U^2} - R^2 C} = \left(2\times10^{+11} - 2^6\times10^{-7}\right)\text{Гн} = 2\times10^{11}\left(1-\frac{32}{10^{18}}\right)\text{Гн}$

~~$L \approx 2\times10^{11}$ Гн~~

Ответ: L

$$Q = (A\omega)^2 R \left(\int_0^T \frac{dt}{2} - \underbrace{\int_0^T \frac{\cos(2(\omega t + \varphi_0))}{\cancel{2}} dt}_{=0} \right)$$

$$Q = \frac{(A\omega)^2 R}{2} T \qquad Q = A^2 \pi R \omega$$

+

Т.о. $$Q = \frac{U^2}{R^{\cancel{2}}} \cdot (1 + (R\omega C)^2) \cdot \frac{R}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}\pi}{\omega} = \frac{\pi U^2}{\omega R}(1 + (R\omega C)^2)$$

+

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \omega^2 \cdot \frac{\pi U^2 R^{\cancel{2}} C^2}{\cancel{R}} + \frac{\pi U^2}{R} - Q\omega = 0$$

$$\omega = \frac{Q \pm \sqrt{Q^2 - 4\pi^2 U^4 C^2}}{2\pi U^2 R C^2}$$

?

$Q \gg 2\pi C U^2$ ← заметим что !

~~Тогда $\omega = \frac{Q}{\pi U^2 R C^2} \to L = \frac{\pi^2 U^4 R^2 C^3}{Q^2}$~~

~~Т.о. $L = \left(\frac{\pi R C U^2}{Q}\right)^2 C =$~~

~~$Q = \frac{U^2}{\omega R}(1 + (\omega C R)^2)\pi R \omega$~~

$$\omega = \alpha(1 \pm \sqrt{1 - \alpha^2}) \approx \alpha\left(1 \pm \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)\right)$$

$$\frac{2\pi C U^2}{Q} = \alpha$$

$\oplus$: $\omega \approx 2\alpha$ $\qquad$ $\ominus$: $\omega \approx \frac{\alpha^3}{3}$

(1) $L_1 = \frac{1}{4\alpha^2 C}$

(2) $L_2 = \frac{9}{\alpha^6 \cdot C}$

$$\alpha = \frac{2 \cdot \cancel{314} \cdot 40 \times 10^{-6} \times 10^{-2}}{\cancel{314} \times 10^5} = 8 \times 10^{-12}$$

~~$L_1 = \frac{1}{16 \cdot 64 \times 10^{-24} \times 10}$~~

Т.о. $h = \left(\frac{\pi R c u^2}{Q}\right)^2 c$

Ответ: $h = \left(\frac{\pi R c u^2}{Q}\right)^2 c$

черновик

$I = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$

$\delta Q = I^2 R\, dt = (A\omega)^2 R \cos^2(\underbrace{\omega t + \varphi_0}_{=\psi})\, dt = A^2 \omega R \cdot \cos^2\psi\, d\psi$

$\frac{d(\omega t + \varphi_0)}{dt} = \omega \to dt = \frac{d\psi}{\omega}$

$Q = \int_0^T A^2 \omega R \cos^2\psi\, d\psi = (A\omega)^2 R \frac{\cancel{2}\pi}{\omega}$

$\cos^2\psi = \frac{1-\cos 2\psi}{2}$ $\int_0^T \cos^2\psi\, d\psi =$

$= \frac{1}{2}\int_0^T d\psi \cancel{+} \frac{1}{2}\int_0^T \cos 2\psi\, d\psi = \cancel{\frac{T}{2}}\ \frac{1}{2}(\omega T + \varphi_0 - \varphi_0)$

$\pi A^2 \omega R$ $Q = (A\omega)^2 R \cdot \frac{T}{2}$

$Q = 31{,}4 \times 10^{\cancel{7}}$

$2\pi U^2 C = 2 \cdot 314 \cdot \frac{1}{10\phi} \cdot 4\phi \cdot \frac{1}{10^{\cancel{7}}} = 314 \cdot 8 \times 10^{-8}$

$\frac{\cancel{314}}{10\phi} \cdot \frac{16}{10^6} \cdot \frac{10}{\cancel{314} \times 10^6} =$

$Q = A^2 \frac{\pi R}{1} \cdot \omega$

черновик

$$\frac{2\frac{r}{R_1}}{\sqrt{GM}\left(\frac{1}{R_1^{3/2}}-\frac{1}{R_2^{3/2}}\right)} = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{6\cdot 67}\cdot 10^6}\;\frac{R_2^{3/2}-R_1^{3/2}}{(R_1R_2)^{3/2}} = \frac{10^{\frac{15}{2}}-8^3\cdot 10^{9/2}}{8^3\cdot 10^{12}}$$

$$GM = 6{,}7\cdot 6\cdot 10^{12}$$

$$\cancel{2}\cdot\frac{\overset{6{,}4\cdot 10^8}{(10^3-8^3)}\,10^{9/2}}{\sqrt{6\cdot 67}\cdot 10^7\cdot \cancel{8^3}\cdot 10^{12}} =$$

$3\ 2 \quad 19\ 3 \quad 2^8$

$$\ddot q + \frac{1}{Lc}q = 0 \qquad q(t) = A\sin\omega t + \varphi_0 \qquad A = \frac{CU}{\sin\varphi_0} =$$

$$q(0) = CU = A\cdot\sin\varphi_0$$

$$\cos^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} \qquad \dot q(0) = I_{max} = \frac{U}{R} = A\omega\cos\varphi_0$$

$$\cos 2x = 1-2\cos^2 x$$

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{C\omega R}{\cancel{R}} \qquad I(t) = A\omega\cos\omega t+\varphi_0$$

$$q(t) = \frac{U}{R\omega}\cdot\sqrt{(R\omega C)^2+1}\;\cos\left(\omega t + \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{R\omega C}\right)\right)$$

$$\dot q(t) = \frac{-U}{R}\sqrt{(R\omega C)^2+1}\;\sin\left(\omega t+\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{R\omega C}\right)\right)$$

$$\delta Q = I^2R\,dt = (A\omega)^2R\cos^2(\omega t+\varphi_0)\,dt$$

$$A = \frac{U}{R\omega}\cdot\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi_0}$$

$$Q = \frac{1}{2}A^2\omega R$$

1000

$$2\,\frac{3{,}14\times 10^6\cdot 0{,}4}{3{,}14\cdot 40\text{мкФ}} - R^2C \qquad \frac{16}{10\cancel{0}}\cdot\frac{4\cancel{0}}{10^{\cancel{7}}} = 2^6\times 10^{-7}$$

$$\frac{64}{\underline{8}}\ \ 504$$

$$\frac{2\cdot \cancel{6}4\ \cancel{\cdot 100}}{40\times 10^{-6}\cdot \cancel{314}}\times 10^6 = 2\times 10^{11}$$

$$\frac{(10^3-8^3)(10^{9/2})}{\cancel{\sqrt{8}}\ 8\cdot 3^2\cdot 2^{8}\cdot 10^{19}} = \frac{10^{4,5}\cdot\cancel{500}}{10^{19}\cdot\cancel{512}\cdot 9} = \frac{1}{10^{14,5}\cdot 9}\quad 2\times 10^{11}\left(1-\frac{32}{10^{\cancel{7}8}}\right)$$

$\cancel{1000}$