0 620630 710003

62-06-30-71
(5.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов

по физике

Леухина Юрия Алексеевича

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«9» февраля 2024 года

Подпись участника

Леухина

62-06-30-71
(5.3)

Чистовик:

№ 1.4.3

Дано:

$R_1 = 6{,}4 \cdot 10^7$ м

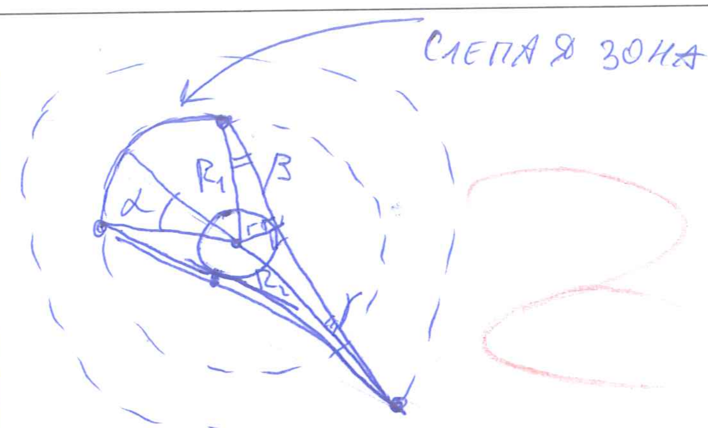
$R_2 = 10^8$ м

$r = 6{,}4 \cdot 10^6$ м

$M = 6 \cdot 10^{24}$ кг

$G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ Н·м²·кг⁻¹

$t - ?$



Рассмотрим движение 1-го спутника относительно 2-го:

$v_0 = v_1 - v_2$

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} - \sqrt{\frac{GM}{R_2}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{GM}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1}} - \frac{1}{\sqrt{R_2}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_1 R_2}}\left(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}\right)$$

$$\sin\gamma = \frac{r}{R_2}$$

$R_2 \gg r \Rightarrow \gamma$ - малый $\Big| \Rightarrow \gamma \approx \frac{r}{R_2}$

$$\sin\beta = \frac{r}{R_1}$$

$R_1 \gg r \Rightarrow \beta$ - малый $\Big| \Rightarrow \beta \approx \frac{r}{R_1}$

$$\alpha + \frac{\pi}{2} - \beta + \frac{\pi}{2} - \gamma = \pi \Rightarrow \alpha = \beta + \gamma$$

Длинна слепой зоны $L = 2R_1\alpha \Big| \Rightarrow$

$$\Rightarrow L = 2R_1(\beta + \gamma) \Rightarrow L = 2R_1\left(\frac{r}{R_1} + \frac{r}{R_1}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = 2r\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

+

1	15
2	10
3	20
4	20
5	20
	85

Потапин
Потапенко
Хомутов
Потапенко К.В.
Дергун
Воспитанник

чистовик

$$t = \frac{L}{v_0} \Rightarrow t = \frac{2\pi (R_2+R_1)\sqrt{R_2R_1}}{R_2\sqrt{GM}(\sqrt{R_2}-\sqrt{R_1})} \Rightarrow t = \frac{2\pi(R_2+R_1)\sqrt{R_2R_1}}{\sqrt{GM}(R_2-\sqrt{R_2R_1})}$$

$$\Rightarrow t = \frac{2\pi(R_2+R_1)}{\sqrt{GM}\left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}-1\right)} \qquad t = \frac{83,968\cdot10^7}{\sqrt{402}}$$

Больше года?

№2.5.3

Дано

$h = 0,45$ м

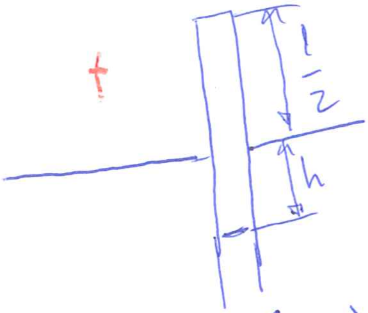
$p_{нас} = 14,5$ кПа

$p_0 = 10^5$ Па

$\rho_0 = 10^3$ кг/м^3

$g = 10$ м/с^2

l - ?



+

$T = const \Rightarrow p_в V_в = const \Rightarrow$

$\Rightarrow p_{в0} V_0 = p_в V$

p - конечное давление воздуха

V_0 - начальный объем воздуха

V - конечный объем воздуха

$$p_{в0}\, l S = p_в\left(\frac{l}{2}+h\right)S \Rightarrow p_{в0}\, l = p_в\left(\frac{l}{2}+h\right) \Rightarrow$$ ±

$$\Rightarrow 2p_{в0}\, l = p_в(l+h) \Rightarrow 2p_{в0}\, l = p_в l + p_в h \Rightarrow p_в h = l(2p_{в0} - p_в)$$

$$\Rightarrow l = h\frac{p_в}{2p_{в0}-p_в}$$

$$\cancel{\Rightarrow l = h\frac{\rho_0 g h + p_0}{p_0 - \rho_0 g h}}$$

$$\cancel{p = \rho_0 g h + p_0}$$

$$p_{нас} + p_{в0} = p_0 \Rightarrow p_{в0} = p_0 - p_{нас}$$ +

$$p_в - p_{в0} = \rho_0 g h \Rightarrow p_в = \rho_0 g h + p_{в0}$$ ±

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow l = h\frac{p_0 - p_{нас} + \rho_0 g h}{p_0 - p_{нас} - \rho_0 g h} \Rightarrow l = 0,5\text{ м}$$ −

$\boxed{\text{Ответ: } l = 0,5\text{ м}}$ −

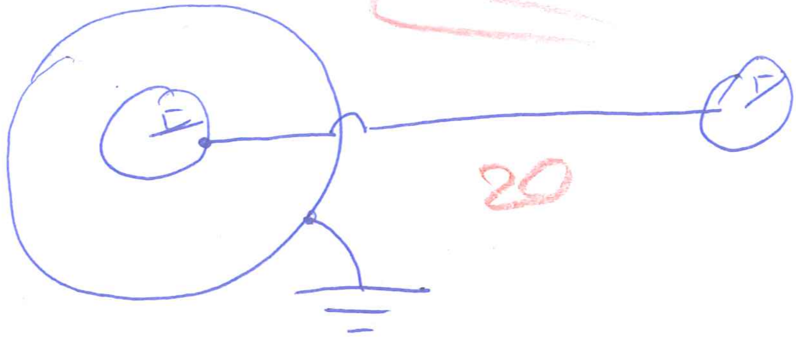
62-06-30-71 (5.3)

чистовик

N 3.10.3

Дано:
$r = 2$ см
$R = 3$ см
$q_1 = 6\cdot10^{-10}$ Кл

$q_2 - ?$



20

Большая сфера заземлена $\Rightarrow \varphi_R = 0$

Потенциал большой сферы складывается из потенциала малого шара и потенциала самой сферы $\Rightarrow \varphi_R = \frac{kq_1}{R} + \frac{kQ}{R} = 0 \Rightarrow q_1 + Q = 0 \Rightarrow Q = -q_1$

При соединении малых шаров, их потенциалы сравняются $\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \frac{kq_1}{r} + \frac{kQ}{R} = \frac{kq_2}{r} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{q_1}{r} - \frac{q_1}{R} = \frac{q_2}{r} \Rightarrow q_1\frac{r}{r} - q_1\frac{r}{R} = q_2 \Rightarrow$

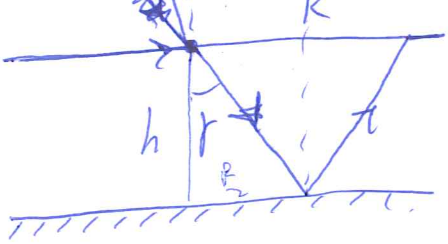
$\Rightarrow q_2 = q_1\left(1 - \frac{r}{R}\right)$ + $q_2 = 6\cdot10^{-10}\cdot\left(1 - \frac{2}{3}\right) = 2\cdot10^{-10}$ Кл

$\boxed{\text{Ответ: } q_2 = 2\cdot10^{-10} \text{ Кл}}$ +

N 4.10.3

Дано:
$R = 8$ см
$h = 4$ см

$n - ?$



$\sin\gamma = \frac{R}{\sqrt{4h^2+R^2}}$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{n}{1} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n$ $\Rightarrow \sin\gamma = \frac{1}{n} \Rightarrow$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow n = \frac{\sqrt{4h^2+R^2}}{R}$ $n = \frac{\sqrt{4\cdot16+64}}{8} = \sqrt{2}$ $\boxed{\text{Ответ: } n = \sqrt{2}}$

Чистовик:

№5.4.3

Дано:

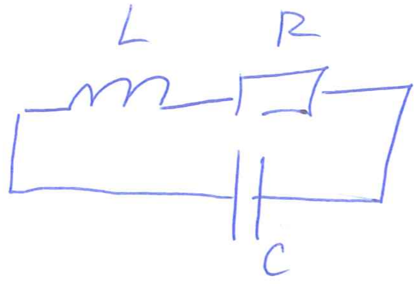
$R=0,4$ Ом

$C=40$ мкФ

$U=1$ В

$Q=31,4$ мДж

$L-?$



~~Закон~~ По правилу Кирхгофа: $U_L+U_C+U_R=0$

$L\ddot{q}+\dot{q}R+\frac{q}{C}=0 \Rightarrow \ddot{q}+\gamma\dot{q}+\omega^2 q=0 / \Rightarrow \ddot{q}+\omega^2 q=0$

γ - мало

Ток в цепи максимален $\Rightarrow \dot{I}=0$

$U_L=-L\dot{I}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow U_L=0 \Rightarrow I_0R=U_a \Rightarrow I_0=\frac{U}{R}$

$dQ=I^2(t)Rdt$

Пусть $I(t)=I_0\sin(\omega t) \Rightarrow I(t)=I_0\sin(2\pi\frac{t}{T})$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow dQ=I_0^2R\sin^2(2\pi\frac{t}{T})dt$

$\sin^2(2\pi\frac{t}{T})=\frac{1-\cos(4\pi\frac{t}{T})}{2}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow dQ=I_0^2R\frac{1-\cos(4\pi\frac{t}{T})}{2}dt \Rightarrow$

$\Rightarrow Q=I_0^2R\int_0^T\frac{1-\cos(4\pi\frac{t}{T})}{2}dt \Rightarrow$

$\Rightarrow Q=I_0^2R\left(\frac{1}{2}\int_0^T dt-\int_0^T\cos(4\pi\frac{t}{T})dt\right) \Rightarrow$

62-06-30-71
(5.3)

Чистовик:

$$\Rightarrow Q = I_0^2 R\left(\frac{1}{2}T - \frac{1}{4\pi}\left(\sin(4\pi) - \sin(0)\right)\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{I_0^2 R}{2} T \Rightarrow T = \frac{2Q}{I_0^2 R}$$ +

Т.к. затухание мало $T = 2\pi\sqrt{LC}$ + $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 2\pi\sqrt{LC} = \frac{2Q}{I_0^2 R} \Rightarrow \sqrt{LC} = \frac{Q}{\pi I_0^2 R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{C}\left(\frac{Q}{\pi I_0^2 R}\right)^2 \Rightarrow L = \frac{1}{C}\left(\frac{RQ}{\pi U_0^2}\right)^2$$

$$L = \frac{1}{4\cdot 10^{-5}}\left(\frac{4\cdot \cancel{3{,}14}\cdot 10^{-3}}{\cancel{3{,}14}\cdot 1}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{4\cdot 10^{-5}}\cdot 16\cdot 10^{-6} = 0{,}4\ \text{Гн}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } L = 0{,}4\ \text{Гн}}$$

черновик:

$10^5 - 14500 + 10^4 \cdot 0{,}45 = \frac{9 \cdot 10^4}{99 \cdot 10^{4}} = \frac{10}{9} \cdot 0{,}9$

$r = 6{,}4 \cdot 10^6$ м

$R_1 = 6{,}4 \cdot 10^7$

$R_2 = 10^8$

$M = 6 \cdot 10^{24}$

$G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$

$$\frac{2r(R_2 + R_1)}{\sqrt{GM}\left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - 1\right)}$$

$\frac{5}{4} - \frac{4}{4} = \frac{1}{4}$

$GM = (36 + 0{,}7 \cdot 6) \cdot 10^{13} = (36 + 4{,}2) \cdot 10^{13} = 40{,}2 \cdot 10^{13}$

$\sqrt{402} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 67}$

$402 / 2 = 201$, $201 / 3 = 67$

$\sqrt{GM} = \sqrt{402} \cdot 10^6$

$\frac{10^3}{6{,}4 \cdot 10^7} = \frac{10}{64 \cdot 10^{-1}}$

$\frac{10^2}{64}$

$32{,}8 \cdot 64 = 20{,}992$

$\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

знам $= \frac{\sqrt{402} \cdot 10^6}{4}$

$992 \cdot 4$

$10 \cdot 10^7 + 6{,}4 \cdot 10^7 = 16{,}4 \cdot 10^7$

$32{,}8 \cdot 10^7 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6$

$992 \cdot 4 = 3{,}968$

$4 \cdot 20{,}992 \cdot 10^{7} \cdot \cancel{10^6}$

$\overline{\sqrt{402} \cdot \cancel{10^6}}$

$\frac{83{,}968 \cdot 10^7}{\sqrt{402}}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик

$$RI_0^2\int_0^T \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}dt = RI_0^2\left(\int_0^T \frac{1}{2}dt - \int_{0}^{T}\cos(2\omega t)dt\right)$$

$$= RI_0^2\left(\int_0^T \frac{1}{2}dt - \int_0^T \cos\left(4\pi\frac{t}{T}\right)dt\right) = RI_0^2\left(\frac{1}{2}T - 0\right)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$Q = \frac{RI_0^2}{2}T$$

$$85{,}5\cdot10^3 \quad Q = \frac{RI_0^2}{2}2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow Q = RI_0^2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow$$

$$4{,}5\cdot10^3$$

$$\Rightarrow \sqrt{LC} = \frac{Q}{\pi RI_0^2} \Rightarrow L = \frac{1}{C}\cdot\left(\frac{Q}{\pi RI_0^2}\right)^2$$

$$L\ddot{q} + \dot{q}R + \frac{q}{C} = 0 \qquad \frac{10}{9}\cdot 0{,}5\cdot 0{,}9 \qquad Q\ 1 \qquad 2.$$

$$\gamma = \frac{R}{L} \qquad м = 10^{-3}$$

$$\ddot{q} + q \qquad \ddot{q} + q\frac{1}{LC} + \dot{q}\frac{R}{L} = 0 \qquad мк = 10^{-6}$$

$$100\cdot10^3 - 14{,}5\cdot10^3$$

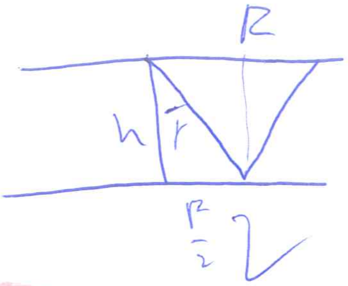
$$40$$

$$-14{,}5\cdot10^3 + 4{,}5\cdot10^3 \qquad \frac{0{,}4\cdot 31{,}4\cdot 10}{\sqrt{31{,}4\cdot 1}} \qquad (4)^2 = 16 \qquad \frac{100}{14} \qquad 81\cdot10^3 \qquad 85{,}5\cdot10^3$$

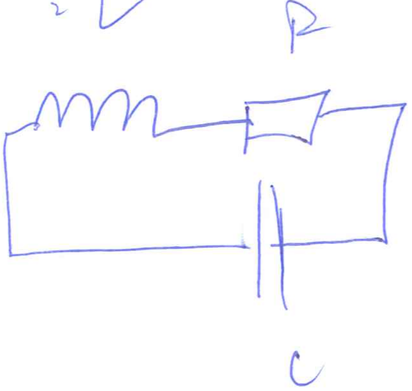
$$-10\cdot10^3$$

$$14{,}5\cdot10^3 = \frac{\sqrt{64+64}}{8} = \frac{8\sqrt{2}}{8} = \frac{31\cdot10^{-3}\cdot4}{31{,}4\cdot1} - (4\cdot10^3)^2$$

14500



$$\sin\gamma = \frac{R}{2\sqrt{h^2+\frac{R^2}{4}}} = \frac{R}{\sqrt{4h^2+R^2}}$$



$I^2(t)$ - ?

T - ?

$I = I_м \Rightarrow \dot{I} = 0 \Rightarrow U_L = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow IR = U_C \Rightarrow \boxed{I_м = \frac{U_c}{R}}$

$$L\dot{I} + U_c + IR = 0$$

$$dQ = I^2 R\, dt$$

$$\frac{LI_м^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{LI^2}{2} + \frac{Cu^2}{2} \qquad L\frac{dI}{dt} + IR = -\cancel{U_c}\, U_c$$

$$LI_м^2 + CU^2 = LI^2 + CU_c^2$$

$\sin^2 x + \cos^2 x = \cos$

$$LI_м^2 + CU_м^2 - LI^2 = CU_c^2$$

$1 - 2\sin^2 x = \cos 2x$

$$\frac{L}{C}I_м^2 - \frac{L}{C}I^2 + U_м^2 = U_c^2$$

$$Q = R\int_0^T I^2 dt = R\int_0^T I_0^2 \sin^2\left(2\pi\frac{t}{T}\right) dt = RI_0^2\int_0^T \frac{1-\cos 2\omega t}{2} dt$$

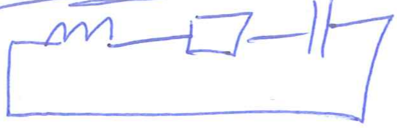
$$\frac{1-\cos 2x}{2}$$

Пусть $I(t) = I_0 \sin(\omega t) \Rightarrow I(t) = R\int$

$$I(t) = I_0 \sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$$

Черновик

ЗАТУХАНИЕ МАЛО =



$U_C + U_R + U_L = 0$

$2l\, p_{B_0} = (l+h) p_B \Rightarrow$

$lS p_{B0} = \left(\frac{l}{2}+h\right) S p_B$

$\Rightarrow 2l p_{0B} = l p_B + h p_B \Rightarrow$

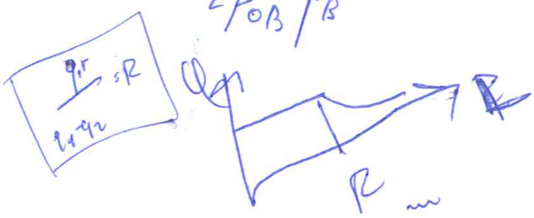
$\Rightarrow 2l p_{0B} - l p_B = h p_B \Rightarrow l(2p_{0B} - p_B) = h p_B \Rightarrow$

$\Rightarrow l = h \frac{p_B}{2p_{0B} - p_B}$

$p_{0B} + p_{нас} = p_0 \Rightarrow p_{0B} = p_0 - p_{нас}$

$p_B - p_{0B} = \rho g h \Rightarrow$

$\Rightarrow p_B = \rho g h + p_{0B}$



$l = h \frac{\rho g h + p_{0B}}{2p_{0B} - \rho g h - p_{0B}} = h \frac{\rho g h + p_{0B}}{p_{0B} - \rho g h} \Rightarrow$

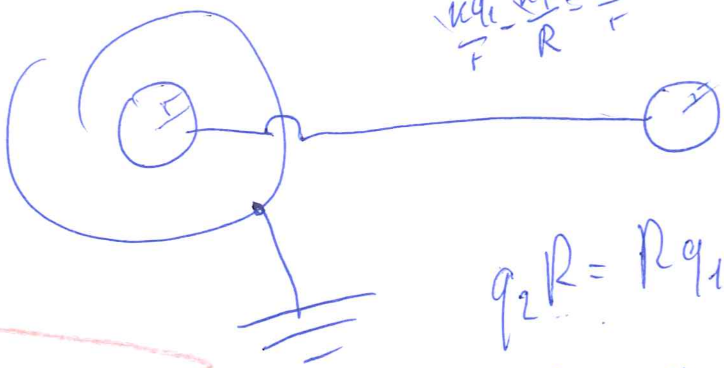
$\Rightarrow l = h \frac{\rho g h + p_0 - p_{нас}}{p_0 - p_H - \rho g h}$

$q_1 r = R q_1 - R q_2$

$q_1\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = \frac{q_2}{r}$

$\frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R} = \frac{kq_2}{r}$

$q_1\left(1 - \frac{r}{R}\right) = q_2$

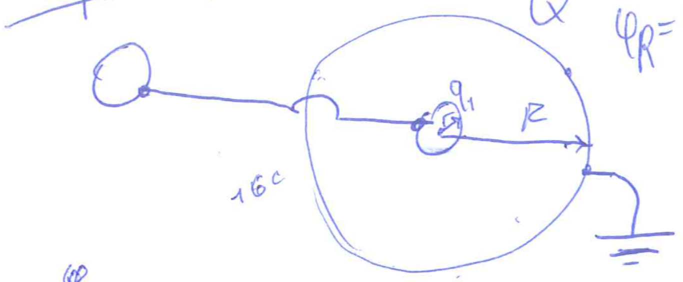


$q_2 R = R q_1 - r q_1$

$q_2 = q_1 \left(\frac{R-r}{R}\right) =$

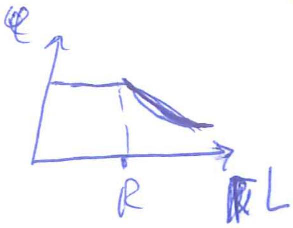
$= q_1\left(1 - \frac{r}{R}\right.$

Черновик



$$\varphi_R = \frac{kq}{R} + \frac{kQ}{R} \Rightarrow$$

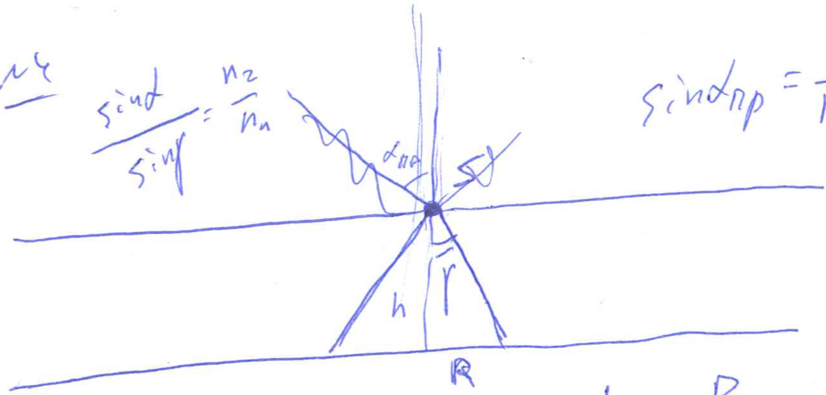
$$\Rightarrow \frac{k}{R}(q+Q) = \varphi_R = 0$$



$\varphi_{r_1} = 0$ $\quad \varphi_1 = \varphi_2$

$\boxed{q_2 = 0 K_1}$

№4



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin\alpha_{пр} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{R}{h} \Rightarrow \frac{\sin\gamma}{\sqrt{1-\sin^2\gamma}} = \frac{R}{h} \Rightarrow$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1} \Big/ \Rightarrow \sin\alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2\gamma}{1-\sin^2\gamma} = \left(\frac{R}{h}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{\sin^2\gamma} - 1} = \left(\frac{R}{h}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2\gamma} - 1 = \left(\frac{h}{R}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2\gamma} = \left(\frac{h}{R}\right)^2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin^2\gamma = \frac{R^2}{h^2+R^2} \Rightarrow \sin\gamma = \frac{R}{\sqrt{h^2+R^2}}$$

Черновик $16,4 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot$

№2 $T = const \Rightarrow$ $\boxed{p_0 V_0 = pV}$

$V_0 = lS \Rightarrow p_0 l S = p\left(\frac{l}{2} + h\right) S$

$\rho g h =$

$p = p_B + p_H$ $\rho g h = \Delta p_B$

$p = \rho_0 g \left(\frac{h}{2}\right) \Rightarrow p_B + p_H = \rho_0 g h \left(\frac{l}{2} + h\right) + p_0$

$\frac{l}{2} - \left(\frac{l}{2} - h\right) = h$ $\Delta p_B =$

$\rho_0 g \frac{l}{2} - \rho_0 g \frac{l}{2} + \rho_0 g h = p$

$\frac{l}{2}$, h, $\frac{l}{2} - h$

p_B $\rho_0 g h$ p_0

$(p_{0B} + p_\Pi) l S = (p_0 + p_B)\left(\frac{l}{2} - h\right) S$

$p_0 l = (p_0 + p_B)\left(\frac{l}{2} - h\right)$ $p_0 - p_H = p_{0B}$

$p_0 l = (p_0 + \rho_0 g h)\left(\frac{l}{2} - h\right)$ $p_B =$

$2p_0 l = (p_0 + \rho_0 g h) l - (p_0 + \rho_0 g h) h$

$(p_0 + \rho_0 g h) h = (p_0 + \rho_0 g h) l - 2p_0 l \Rightarrow$

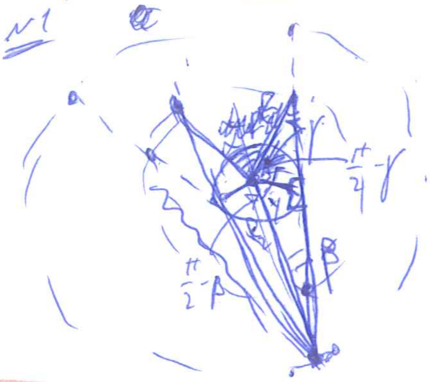
$\Rightarrow (p_0 + \rho_0 g h) h = l(\rho_0 g h - p_0)$

$l = h \dfrac{\rho_0 g h + p_0}{\rho_0 g h - p_0}$ $l = 0,45 \cdot \dfrac{10^4 \cdot 0,45 + 10^5}{}$

$p_{0B} l S = p_B \left(\frac{l}{2} - S\right)$

Черновик

№1

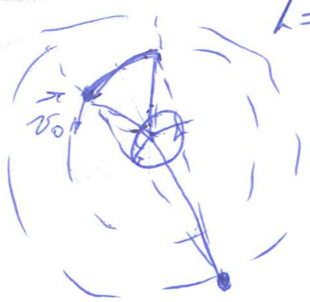


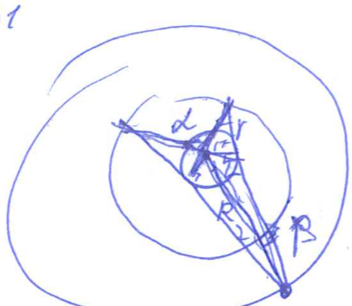
$v_0 = v_1 - v_2$

$\frac{mv^2}{R} = \frac{GmM}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

$\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}};\ v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}}}$

$L = \alpha R_1$





$\sin\beta = \frac{r}{R_2} \Rightarrow \beta \approx \frac{r}{R_2}$

$\sin\gamma = \frac{r}{R_1} \Rightarrow \gamma \approx \frac{r}{R_1}$

$\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{2} - \beta + \frac{\pi}{2} - \gamma = \pi \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \beta + \gamma \Rightarrow \alpha = 2(\beta+\gamma)$

$\alpha = 2\left(\frac{r}{R_1} + \frac{r}{R_2}\right) \Rightarrow \alpha = 2r\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow L = 2r\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$

$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} - \sqrt{\frac{GM}{R_2}} = \sqrt{GM}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1}} - \frac{1}{\sqrt{R_2}}\right) = \sqrt{GM}\,\frac{\sqrt{R_2}-\sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1 R_2}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_1R_2}}\left(\sqrt{R_2}-\sqrt{R_1}\right) \Rightarrow$

$\boxed{\Rightarrow t = 2r\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)\frac{\sqrt{R_1R_2}}{\sqrt{R_2}-\sqrt{R_1}}\cdot\frac{1}{\sqrt{GM}}}$