0 353777 360007

35-37-77-36
(4.8)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Мовсесян Михаила Эдуардовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

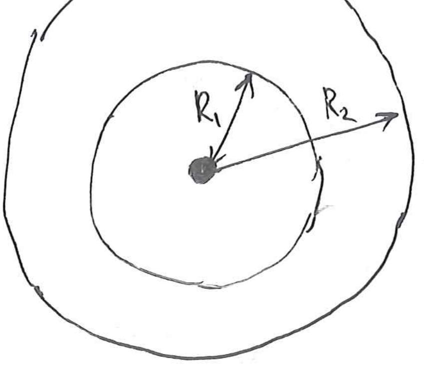
«9» 02 2024 года

Подпись участника
Мов

35-37-77-36 (4.8)

Черновик

Рисунок 1



$$\frac{mv^2}{R_1} = G\frac{mM}{R_1^2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{GMR_1}$$

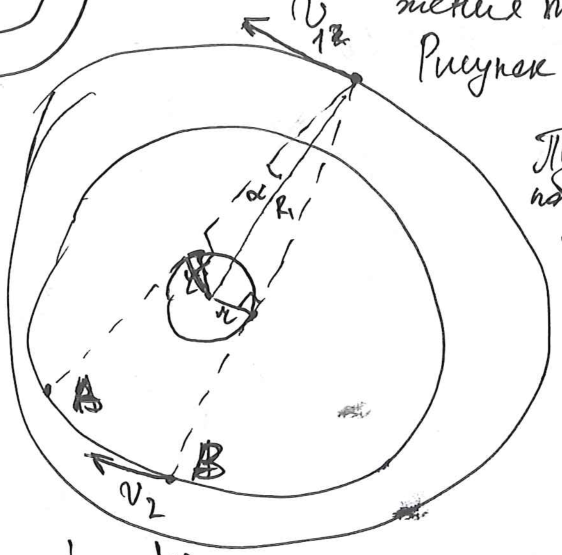
$$v_2 = \sqrt{GMR_2}$$

$$\frac{GmM}{r} = \cancel{4}mg \Rightarrow r = \sqrt{\frac{GM}{g}}$$

где M – масса неизвестной планеты

Пространство AB – слепая зона, куда не может попасть свет. Рассчитаем скорость ~~её~~ передвижения точки A на рисунке 3

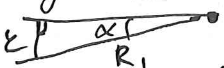
Рисунок 2



Пусть $d\varphi$ – угол на который повернёт ~~спутник~~ корабль 1 за малое время dt:

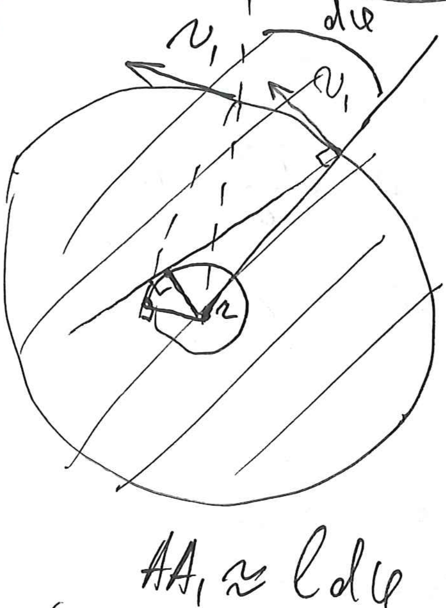
$$d\varphi = \frac{v_1 dt}{R_1}$$

Обозначим за угол α



$$\Rightarrow \alpha \approx \frac{r}{R_1}$$

$$\sin\alpha = \frac{r}{R_1}$$



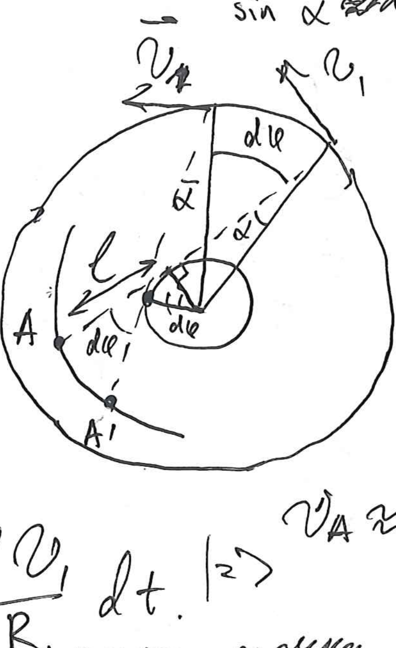


Рисунок 3

$$v_A \approx \frac{l}{R_1} v_1$$

$$AA_1 \approx l\,d\varphi = \frac{l v_1}{R_1} dt \Rightarrow$$

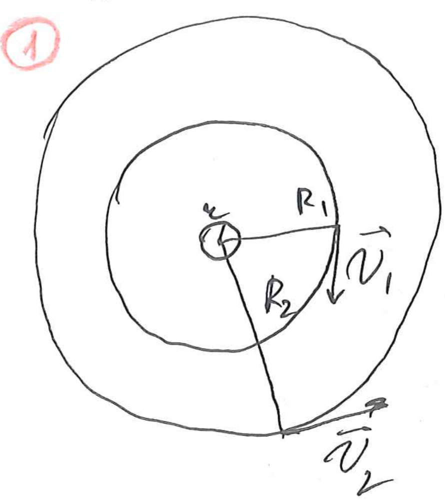
Слепая зона прекратится, когда точка перейдет в точку, где в этот момент времени находится другой корабль

1	2	3	4	5	Σ
12	20	20	20	18	90

35-37-77-36 (4.8)

№ 1.4.2 Чистовик

Рис.1



Пусть r – радиус планеты,
Выразим скорости кораблей

$$\frac{mv_1^2}{R_1} = G\frac{m\cdot M}{R_1^2}$$, M – масса планеты

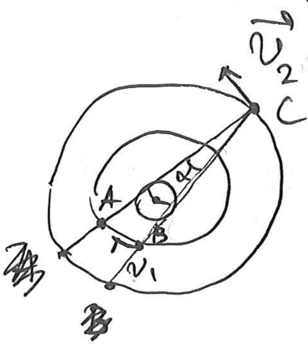
$$\Leftrightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}}$$ аналогично

На поверхности:

$$mg = G\frac{m\cdot M}{r^2} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{GM}{g}}$$

Рис.2. Слепая зона

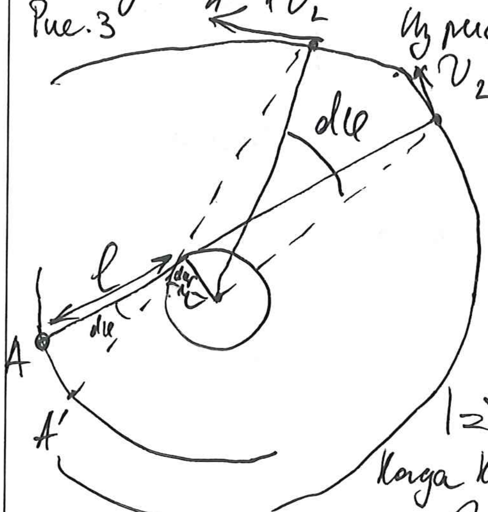


Пространство BA – слепая зона
r – мал по сравнению с R_1 или R_2
Тогда α равен $\approx \frac{2r}{R_2}$, тогда $AB \approx (R_1+R_2)\cdot\alpha$

т.е. $AB = \frac{2r}{R_2}(R_1+R_2)$ (Использую приближение $AC \approx R_1+R_2$ из-за малости угла α)

Найдём скорость "точки A. dφ – угол поворота 2 корабля за малое время dt

Рис.3



Из рис.3: $AA' \approx l\cdot d\varphi$; $l \approx R_1$

$$d\varphi = \frac{v_2}{R_2}dt$$

$$AA' = \frac{v_2}{R_2}l\,dt \Leftrightarrow v_A = \frac{v_2}{R_2}l = \frac{v_2}{R_2}R_1$$

Корабль 1 движется со скоростью v_1

$$\Leftrightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Когда корабль 2 и точка A попадут в одну точку:

$$v_1 t = AB - v_A t \Leftrightarrow v_1 + v_A = \frac{AB}{t}$$

$$\sqrt{\frac{GM}{R_1}} + \frac{v_2}{R_2}R_1 = \frac{2r}{R_2}(R_1+R_2)/t.$$

$$\sqrt{\frac{GM}{R_1}} + \sqrt{\frac{GM}{R_2}}\,\frac{R_1}{R_2} = \frac{2\sqrt{\frac{GM}{g}}}{R_2}(R_1+R_2)/t.$$

$$\sqrt{\frac{1}{R_1}} + \sqrt{\frac{1}{R_2}}\,\frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{R_2}(R_1+R_2)\frac{1}{\sqrt{g}}/t$$

Чистовик № 1.4.2

$$\cancel{t = \sqrt{\frac{1}{R_1}} + \sqrt{\frac{1}{R_2}} \frac{R_1}{R_2}}$$

$$t = \frac{\frac{2}{R_2}(R_1+R_2)\frac{1}{\sqrt{g}}}{\sqrt{\frac{1}{R_1}} + \sqrt{\frac{1}{R_2}}\,\frac{R_1}{R_2}} = \frac{\frac{2}{10^5}\,16{,}4\cdot 10^4\cdot\frac{1}{\sqrt{g}}\cdot 10^6}{\sqrt{\frac{1}{6{,}4\cdot 10^4}} + \sqrt{\frac{1}{10^8}}\cdot\frac{6{,}4\cdot 10^4}{10^8}}$$

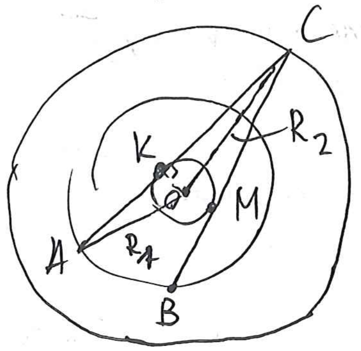
$$= \frac{32{,}8/3\ \ 10^5}{\frac{1}{8\cdot 10^3} + \frac{1}{10^4}\,0{,}64} = \frac{32{,}8/3\cdot 10^5\cdot 8\cdot 10^4}{10 + 5{,}12} \approx \frac{11\cdot 8\cdot 10^9}{15{,}12} =$$

$$= \frac{88}{15{,}12}\cdot 10^9 \approx 5{,}82\cdot 10^9\ \text{с}.$$

8800 | 1512
7560 | 5,82
12400
12096
3040

1512 · 8 = 12096

Почему $AC \approx R_1 + R_2$:



$$AC = AK + KC$$

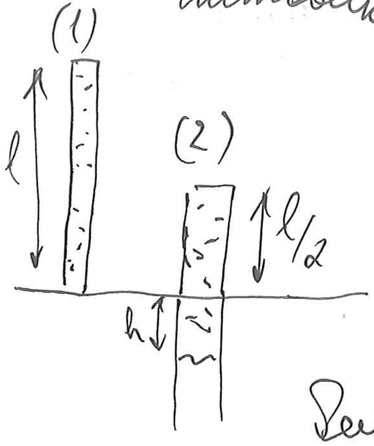
$$AK = \sqrt{R_1^2 + \varepsilon^2} \approx R_1$$

$$KC = \sqrt{R_2^2 + \varepsilon^2} \approx R_2,$$ т.к.

ε мал по сравнению с R_1 или R_2

Ответ: $t = T \approx \cancel{5{,}82}\cdot 10^9$ с

Чистовик №2.5.2



Дано: $l = 1$ м

$h = 0{,}95$ м

$\rho_0 = 10^3$ кг/м³

$P_{нас} = 14{,}5$ кПа

$g = 10$ м/с²

Решение:

Рассмотрим трубку в первом положении:

В ней есть водяной пар и сухой воздух

P_1 – давлении сухого воздуха в пол. 1.

$P_п$ – давление пара в пол. 1

Тогда

$P_1 V_1 = \nu_1 RT$, $V_1 = lS$, где S – ~~неизменное~~ площадь сечения трубки

$P_п V_1 = \nu_п RT$

Сумма парциальных давлений равно общему давлению в сосуде. В данном случае, общ. давление равно P_0, т.к. трубка находиться прямо на поверхности воды

$P_1 + P_п = P_0 = P_{общ}$

~~вд~~ Пар насыщен, значит $P_1 = P_0 - P_{нас}$

$\Rightarrow \nu_1 = \dfrac{(P_0 - P_{нас})lS}{RT}$; ν_1 – количество сух. воздуха

Во втором положении:

Пар насыщен; P_2 – давление сухого воздуха в пол. 2.

$V_2 = (l/2 + h)S$ – объём воздуха. ~~Д~~ Кол. вещ-ва (сухого воздуха) и температура неизменны

$P_2 V_2 = \nu_1 RT$ – ур. состояния сух. воздуха в пол. 2.

$P_{нас} V_2 = \nu_{п2} RT$ – ур. состояние пара воды

$P_{общ} = P_0 + \rho g h = P_{нас} + P_2 \Rightarrow P_2 = P_0 + \rho g h - P_{нас}$

Подставим в ур. состояния сух. воздуха в пол. 2.:

$(P_0 + \rho g h - P_{нас}) \cdot (l/2 + h)\cancel{S} = \dfrac{(P_0 - P_{нас})l\cancel{S}}{\cancel{RT}} \cancel{RT}$

чистовик

№ 2.5.2. (Продолжение)

$$(p_0+\rho g h - p_{нас})(\ell/2+h) = (p_0 - p_{нас})\ell$$

$\rho g h = 10^3\cdot 10\cdot 0{,}45 = 4500$ Па.

$\ell/2+h = 0{,}5+0{,}45 = 0{,}95$ м

~~P_0~~

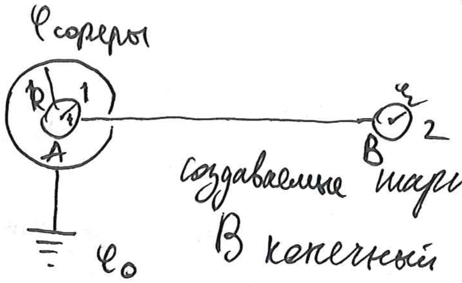
$$(p_0+4500-14500)\,0{,}95 = (p_0-14500)\cdot 1$$

$$-10000\cdot 0{,}95 = 0{,}05 p_0 - 14500$$

$$14500 - 9500 = 0{,}05 p_0 \Rightarrow \frac{5000}{0{,}05} = p_0 = 10^5 \text{ Па}$$

Ответ: $p_0 = 10^5$ Па

№ 3.10.2.



Обозначим потенциал земли за φ_0, а потенциалы создаваемые шариками ~~в~~ ими φ_1 и φ_2 соответственно.

В конечный момент времени:

$\varphi_1 = k\frac{q_1}{r}$ ~~$+\varphi_0$~~, q_1 - предположим, что он находится внутри сферы радиуса R.

$\varphi_2 = k\frac{q_2}{r}$ ~~$+\varphi_0$~~

~~$\varphi_{сферы} = \varphi_2$~~

~~$\varphi_{сферы} = \varphi_0$ $\Rightarrow \varphi_0 = \varphi_2$~~

Рассмотрим сферу с радиусом R

Она заземлена, поэтому φ (потенциал) на её поверхности равен φ_0.

Потенциалы алгебраически складываются. Поэтому на расстоянии R от общего центра:

$\varphi_0 + \varphi_1(R) + \varphi_{сф} = \varphi_0 = 0$, примем его за 0.

$\varphi_1(R) = k\frac{q_1}{R}$ - потенциал, создаваемый ~~от~~ сферой радиуса r на расстоянии R. ~~Т.к. сферы имеют единый~~ центр, то потенциал на ~~поверхности~~ будет

№ 3.10.2. (Продолжение) Чистовик

$$\varphi_{сф} = \frac{kQ}{R}$$

$$\frac{kQ}{R} = -\frac{kq_1}{R} \Rightarrow Q = -q_1$$

Шар 1 находиться в т. A, шар 2 в т. B

В равновесии ~~тока~~ между ними не течёт

$\Rightarrow \varphi_A = \varphi_B$

$$\left.\begin{aligned}\varphi_A &= \frac{kQ}{R} + \frac{kq_1}{r}\\ \varphi_B &= \frac{kq_2}{r}\end{aligned}\right| \Rightarrow \begin{aligned}\varphi_A &= -\frac{q_1 k}{R} + \frac{kq_1}{r}\\ \varphi_B &= \frac{kq_2}{R}\end{aligned}$$

$$\frac{kq_2}{r} = -\frac{q_1 k}{R} + \frac{kq_1}{r} \Rightarrow \frac{q_2 - q_1}{r} = -\frac{q_1}{R}$$

$$r = R\,\frac{q_1 - q_2}{q_1} = 3 \cdot \frac{7{,}5 \cdot 10^{-10} - 2{,}5 \cdot 10^{-10}}{7{,}5 \cdot 10^{-10}} =$$

$$= 3\,\frac{5}{7{,}5} = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2 \text{ см};$$

Ответ: $r = 2$ см.

Во-втором случае в сфере оказывается заряд q_2.

Тогда. $Q = -q_2$, аналогично

$$\left.\begin{aligned}\varphi_A &= -\frac{q_2 k}{R} + \frac{kq_2}{r}\\ \varphi_B &= \frac{q_1 k}{r}\end{aligned}\right| \Rightarrow \frac{q_1 - q_2}{r} = -\frac{q_2}{R}$$

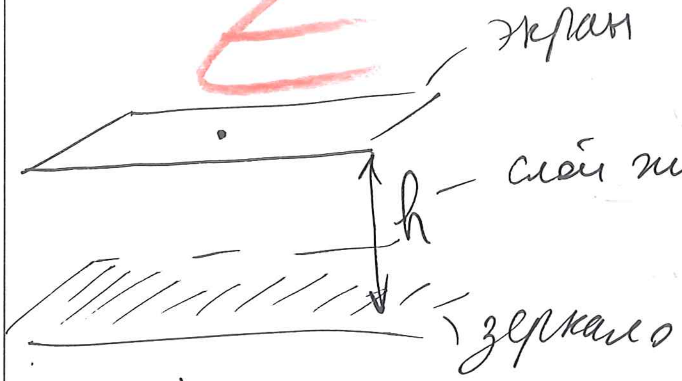
$\varphi_A = \varphi_B$

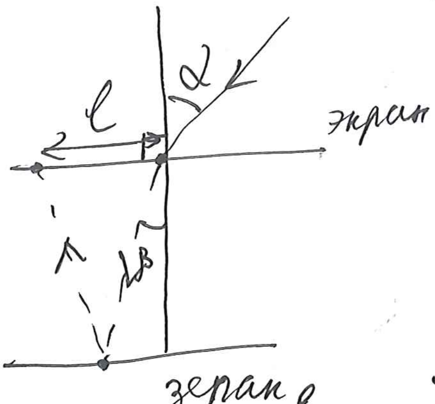
$$r = R\,\frac{q_2 - q_1}{q_2} < 0, \text{ такого}$$

быть не может

Значит всего один ответ $r = 2$ см, причём шарик с зарядом $7{,}5 \cdot 10^{-10}$ Кл внутри сферы радиуса R.

№4.10.2. Чистовик



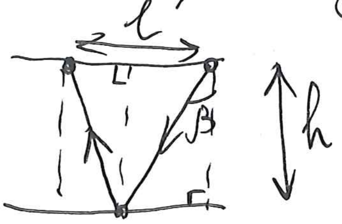


При прохождении экрана и попадая в жидкость свет преломляется

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

Заметим, что при возрастании угла падения α, угол β также растёт. Максимально возможное $\alpha = 90°$, т.е $\sin\alpha = 1$. $\sin\beta_{MAX} = \frac{1}{n}$.

Рассмотрим ход луча после преломления.



l - расстояние, на которое перелетит луч от отверстия, достигнув экрана

$l = 2h\,tg\beta$, расстояние l тем больше чем больше $tg\beta$; при $\beta\uparrow$, $tg\beta\uparrow$ на $[0; 90°)$

$\Rightarrow$ Значит $R = 2h\,tg\beta_{MAX}$; $\sin\beta_{MAX} = \frac{1}{n}$.

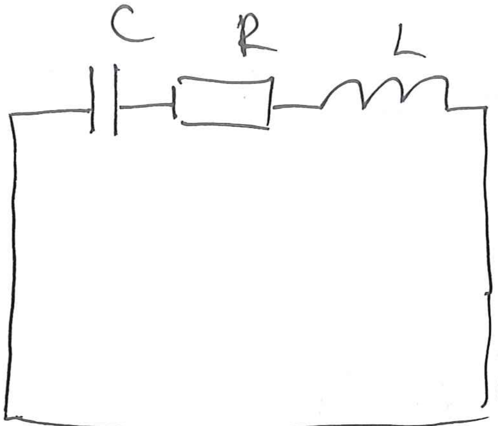
$$\cos\beta_{MAX} = \sqrt{1-\frac{1}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2-1}}{n}$$

$$\Rightarrow R = 2h\,\frac{1/n}{\frac{\sqrt{n^2-1}}{n}} = \frac{2h}{\sqrt{n^2-1}} \Rightarrow h = \frac{R\sqrt{n^2-1}}{2}$$

$$= \frac{8}{2}\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2-1} = 4\,\frac{\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5} \approx 2\cdot 2{,}25 = 4{,}5 \text{ см.}$$

Ответ: $h = 2\sqrt{5}$ см или $\approx 4{,}5$ см.

Чистовик № 5.4.2



Порядок подключения никак не влияет

Пусть R — сопротивление резистора. Оно должно быть небольшим т.к. колебания слабозатухающие.

Количество теплоты Q (Резистор – ед. элемент потребляющий энергию) можно представить в виде интеграла

$$\int_0^T I^2 R\,dt$$, где I – ~~скорость + рез~~ сила тока в цепи, R – сопротивление резистора

При затухающих колебаниях частота колебаний ω меньше, чем если бы колебания были ~~бы~~ незатухающими:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \cancel{\left(\frac{R}{2R}\right)^2} \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \approx \sqrt{\omega_0^2} = \omega_0$$

при слабозатухающих колебаниях

Тогда $I = I_{MAX} \cos \omega_0 t$, где $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $T = 2\pi\sqrt{LC}$

$$\int_0^T \underbrace{I_{MAX}^2 R}_{\text{не изменяется}} \cos^2 \omega t\,dt = I_{MAX}^2 R \int_0^T \cos^2 \omega t\,dt = I_{MAX}^2 R \int_0^T \frac{1+\cos 2\omega t}{2}\,dt$$

$$= I_{MAX}^2 R \cdot \left(\frac{1}{2} T - \frac{1}{2}\cdot 0\right) + \frac{1}{4}\left(\underbrace{\sin 2T}_{0} - \sin 0\right) = \frac{I_{MAX}^2 R}{2} T =$$

$$= I_{MAX}^2 R \pi \sqrt{LC}$$

Рассмотрим цепь:

$$-L\dot{I} = IR + U$$, где U – напряжение на конденсаторе

Когда $I = I_{MAX}$, $\dot{I} = 0$, т.е. $I_{MAX}R + U = 0 \Rightarrow |I_{MAX}| = \frac{U}{R}$

Подставим в выражение для Q; $U = 0,2$ В в этот момент, по условию

$$Q = \left(\frac{U}{R}\right)^2 R \pi \sqrt{LC} \Rightarrow R = \frac{U^2 \pi \sqrt{LC}}{Q} = \frac{(0,2)^2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{30\cdot 10^{-6}\cdot 0,3}}{0,38} =$$

$$= \frac{10^{-2}\cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{0,38} = \frac{12\cdot 3,14}{38} 10^{-3} = \frac{6\cdot 3,14}{19} 10^{-3} = \frac{18,84}{19} 10^{-3} \approx 10^{-3} \text{ Ом}$$

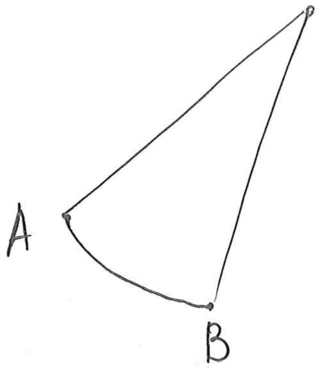
Ответ: $R \approx 10^{-3}$ Ом

(+) 18

Черновик

В начальный момент времени корабль

$w_0 2$.



$pV = \nu R \cancel{T}$. $T = const$.

воздушной

$p_0 \cancel{V} \ell \cdot S = (\nu_1 + \nu_2) RT$

$(p_0 + \rho g h)\cancel{(\ell/2)}(\ell/2 + h) =$

$p_1 \ell S = \nu_1 RT \;\Big|\; \Rightarrow \nu_1 = \dfrac{p_0 - p_{нас}}{RT} \ell S$

$p_1 = p_0 - p_{нас}$

$\varphi_{сферы} = \varphi_0$

$\varphi_{сферы} = \varphi_1$

$\Theta = \varphi_0 = \varphi_1 - \varphi_{сферы}$

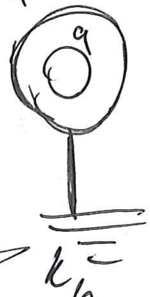
$p_0 + \rho g h = p_{нас} + p_1 \;\Big|\Rightarrow p_1 = p_0 + \rho g h - p_{нас}$

$p_1'(\ell/2 + h) = \nu_1 RT$.

φ_0 $\dfrac{kq}{r} - \dfrac{k\varphi}{R} = 0$

φ

φ



$k\dfrac{q}{R} = k\dfrac{q_0}{r}$

$\varphi_1 = \varphi_0$.

$\varphi_0 + \varphi_1 = \varphi_2$

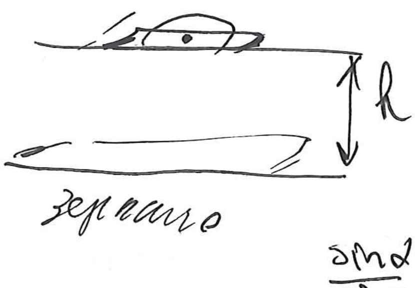
$\varphi_1 = \dfrac{kq_1}{r}$

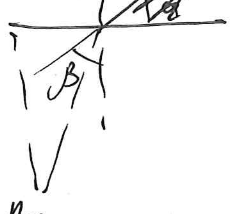
$\varphi_2 = \dfrac{kq_2}{r}$.

$\varphi_0 =$

$\varphi_0 = \varphi_2 - \varphi_1 = -\dfrac{kq_1}{r} + \dfrac{kq_2}{r}$.

$\dfrac{kq}{R} = -\dfrac{kq_1}{r} + \dfrac{kq_2}{r}$





$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{n_2}{n_1}$

$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{c}{v_2}$

$n_2 = \dfrac{c}{v_2}$

$n_1 = \dfrac{c}{v_1}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик

$k\frac{q_1}{R} - \varphi_0 = \varphi_0$

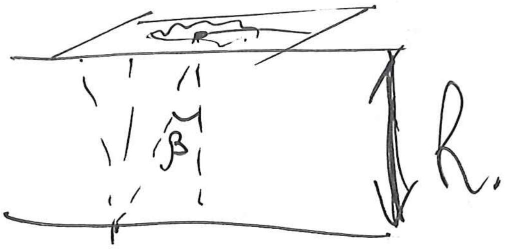
$10^{-2}\ \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 3}{0{,}38}\cdot 10^{-3} = \frac{12\cdot 3{,}14}{38}\,10^{-3}$

$k\frac{Q}{R} + \frac{kq}{R} = \varphi_0$

$\frac{kQ}{R} + \frac{kq_2}{r}$ $\frac{kq_2}{r}$ $\frac{6\cdot 3{,}14}{19}\cdot 10^{-3}$

$R = 8$ см $\frac{18{,}84}{19}\cdot 10^{-3}$

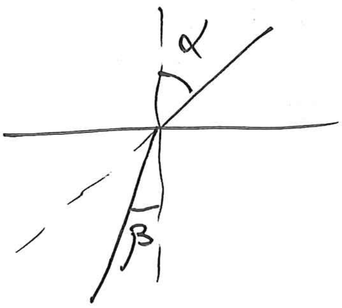
$n = 1{,}3$



$\frac{1}{\sqrt{n^2-1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{4}-1}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin\alpha = \frac{1}{n}$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{n^2}} = \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2-1}}{n}$



$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$

Предельное значение $\sin\alpha = 1$. Соотв. большему углу, тогда

$\frac{1}{\sin\beta} = n \Rightarrow \sin\beta = \frac{1}{n}$ – максимальный угол β.

$2h\sin\beta = R.$

$h = \frac{R}{2\sin\beta} = \frac{R}{2\cdot 1{,}5}$ $\cancel{= \frac{R}{3} = \frac{8}{3}}$

$2 < \sqrt{5} < 3$

$30 \cdot 49$ $512 = 2^9$

$\sqrt{5} \approx \sqrt{\frac{49}{10}} = \frac{7}{\sqrt{10}}$ 16^2

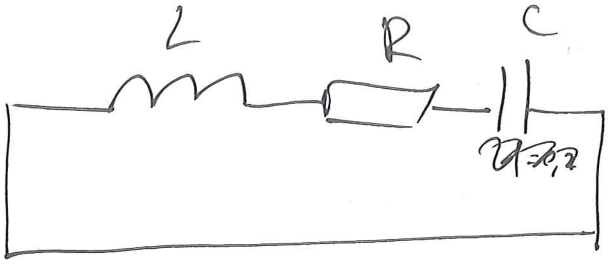
$2{,}4 \cdot 2{,}4 = 5{,}76$

$2{,}3 \cdot 2{,}3 = 5{,}29$

$2{,}2 \cdot 2{,}2 = 4{,}84$

$2{,}25 \cdot 2{,}25 = 5{,}0625$

Черновик



1) $I = MAX$ $U=0{,}2$

$-\dot{I}L = IR + U_c$

$\dot{I} = \frac{IR+U_c}{-L} = 0 \Rightarrow I_{min/max} = \boxed{-\frac{U_c}{R}}$

$-\dot{I}L = IR + U \,|\, = IR = -\dot{I}L - U$

$\int_0^T I^2 R\,dt = -\int (\dot{I}L + U)\,dq = \int U\,dq$

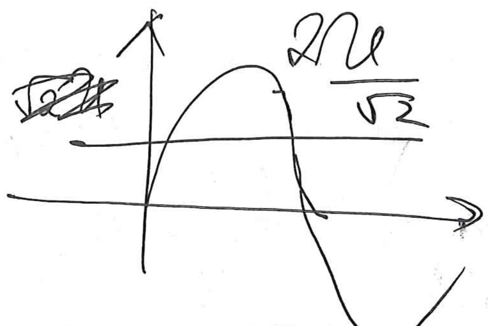
$T = 2\pi\sqrt{LC}$

$U_c = U_0 e^{-\frac{L}{2R}t} \cos\sqrt{\omega_0 - \left(\frac{L}{2R}\right)^2}\, t$

$-\dot{I}L = IR + U$ $\quad t = 2\pi\sqrt{LC}$

$-\int \dot{I}L\,dq - \int U\,dq$

$\frac{2\Delta E}{I_{MAX}^2 L}$

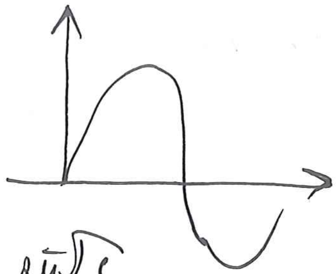


$\sqrt{2}U$ $\quad \int I\,dt \cos\omega t = \int I_M^2 R \cos^2\omega t\,dt.$

2π

$I_M^2 R \int_0^{2\pi\sqrt{LC}} \cos^2\omega t\,dt \quad \int_0 \frac{1+\cos 2\omega t}{2}\,dt = 2\pi\sqrt{LC}$

Черновик



$$\int I_M^2 R \cos^2 \omega t \, dt$$

$$\int_0^{2\pi\sqrt{LC}} \cos^2 \omega t \, dt = \int \frac{1+\cos 2\omega t}{2} dt = \pi\sqrt{LC} + \frac{1}{4}\int_0^{2\pi\sqrt{LC}} \cos 2\omega t \, d2t =$$

$$= \pi\sqrt{LC} + \frac{1}{4}\left(\cos 2\omega t - 1\right) = \pi\sqrt{LC}$$

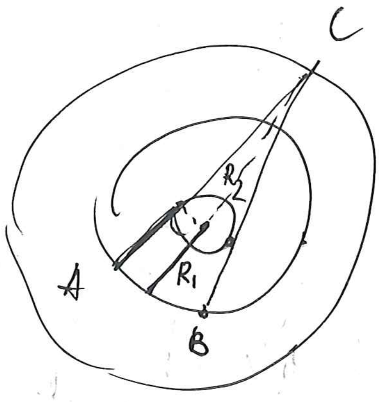
$$I_M^2 R \, \pi\sqrt{LC} = \Delta Q$$

$$-\dot{I} L = IR + U_C$$

$$\dot{I} = \frac{IR + U_C}{-L} = 0. \quad I = \frac{U_C}{R}$$

$$\frac{U_C^2}{R} \pi\sqrt{LC} = \Delta Q$$

$$R = \frac{U_C^2 \pi\sqrt{LC}}{\Delta Q}$$



AC - ?

$$AC = \sqrt{r^2 + R_1^2} + \sqrt{R_2^2 + r^2} =$$

$$\approx R_1 + R_2$$