0 540251 510007

54-02-51-51
(3.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Молотилина Марка Константиновича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

выход 15:16

вход 15:19

Дата

«9» февраля 2024 года

Подпись участника

54-02-51-51 (3.3)

№1

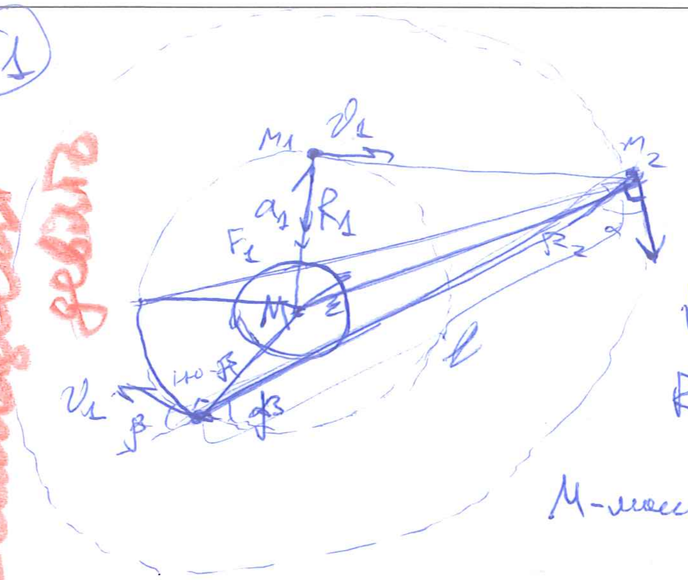
$r < R_1 < R_2$

$g = 9\ \frac{м}{с^2}$

$\sin x \approx x$

$R_1 = 64 \cdot 10^3$ км

$R_2 = 100 \cdot 10^3$ км



M - масса планеты

$F_1 = \frac{GMm_1}{R_1^2} \rightarrow$ ~~$\frac{GMm_1}{R_1^2} = \frac{v_1^2}{R_1} m_1 \rightarrow v_1 = GM$~~

$F_1 = m_1 a_1 \rightarrow G\frac{Mm_1}{R_1^{2}} = \frac{v_1^2}{R_1} \cdot m_1 \rightarrow v_1 = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R_1}} = \frac{\sqrt{GM}}{\sqrt{R_1}}$ +

Аналогично! $v_2 = \sqrt{G\frac{M}{R_2}}$ $(R_2 > R_1 \rightarrow v_2 < v_1)$

$v_1 \cos\beta - v_2 \cos\alpha = \frac{dl}{dt}$

$\omega_1 = \frac{\sqrt{GM}}{\sqrt{R_1}R_1}$ $\omega_2 = \frac{\sqrt{GM}}{\sqrt{R_2}R_2}$

$v_1 = \omega_1 R_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{v_1}{R_1}$ + $\omega_2 = \frac{v_2}{R_2}$ + рад

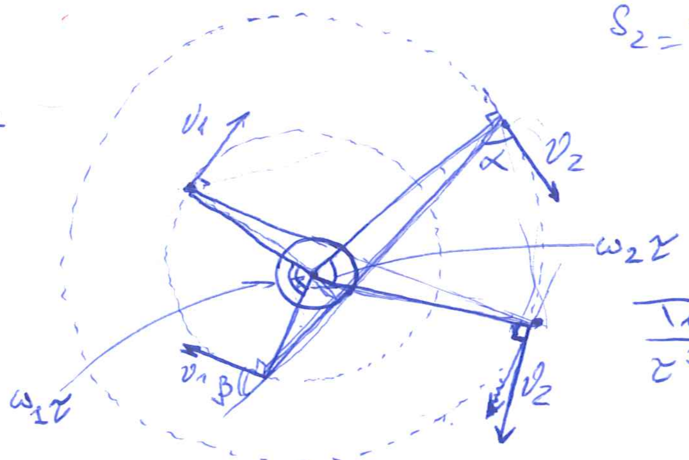
За время τ 1 сместился на $\omega_1\tau$ ~~рад~~, второй на $\omega_2\tau$

$S = \pi r^2$

$S_1 = \frac{1}{2}\omega_1 \tau R_1^2$

$S_2 = \frac{1}{2}\omega_2 \tau R_2^2$

$\frac{T_1^3}{T_2^3} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$



$\frac{T_1^3}{\tau^3} = \frac{S_1'^2}{S_1^2}$

~~$\omega_1 R_1^2 = \omega_2 R_2^2$~~ T_1 - период первого $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$

~~$v_1 R_1 = v_2 R_2$~~ $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$ $S_1' = \frac{1}{2}\omega_1 \tau R_1^2$

Из законов Кеплера следует, что:

$$\frac{T_1^3}{T_2^3} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \to \frac{\left(\frac{2\pi}{\omega_1}\right)^3}{\tau^3} = \frac{(\pi R_1^2)^2}{\left(\frac{1}{2}\omega_1\tau R_1^2\right)^2}$$

Для первого:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}; \quad S_2 = \frac{1}{2}\omega_1\tau R_1^2$$

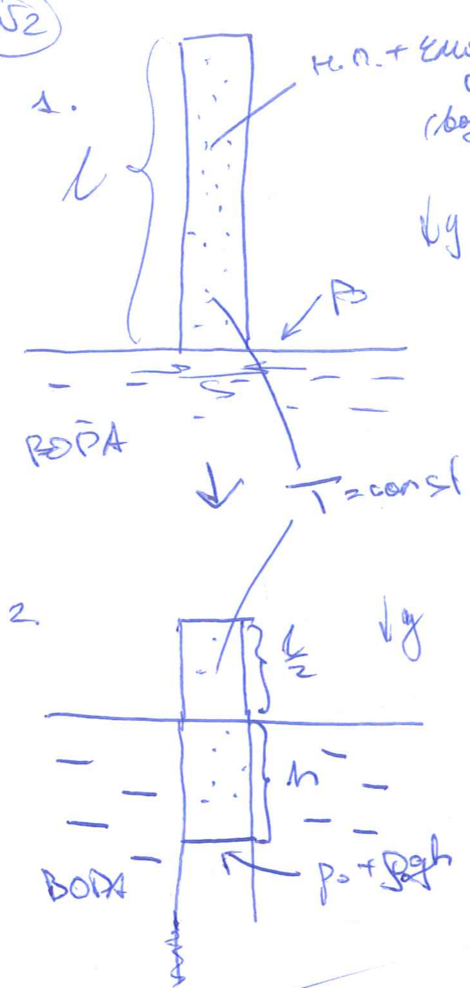
$$T_2 = \tau \qquad S_1 = \pi R_1^2$$

$$\frac{(2\pi)^3}{\omega_1^3 \cdot \tau^3} = \frac{\pi^2 \cdot R_1^4 \cdot 4}{\omega_1^2 \cdot \tau^2 \cdot R_1^4} \to \frac{8\pi^3}{\omega_1\tau} = \frac{4\pi^2}{1} \to \omega_1\tau = 2\pi$$

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{S_1^3}{S_2^3} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{\omega_1^2 \cdot \tau^2} = \frac{\pi^3 R_1^6 \cdot 8}{\omega_1^3 \cdot \tau^3 \cdot R_1^6} \to \omega_1\tau = 2\pi$$

54-02-51-51
(3.3)

№2



З-н Дальтона:

$p_{\Sigma_1} = p_{н.п.} + p_{в_1} = p_0$

$p_{н.п.} = const$, т.к. не меняется температура

$\rho_0 = 10^3 \frac{кг}{м^3} = \rho$ $\qquad p_{н.п.}$ – ?

$$\begin{cases} p_{\Sigma_1} = p_0 = p_{н.п.} + p_{в1} \\ p_{\Sigma_2} = p_0 + \rho_0 g h = p_{н.п.} + p_{в2} \end{cases}$$

У-ние Менделеева-Клапейрона для воздуха в S:

$p_{в1} \cdot \underbrace{lS}_{V_1} = \nu R T = p_{в2} \cdot \underbrace{S \cdot \left(\frac{l}{2} + h\right)}_{V_2}$

Т.к. $\nu = const$ и $T = const$ → $\underline{p_{в1} l = p_{в2}\left(\frac{l}{2} + h\right)}$

$$\begin{cases} p_0 = p_{н.п.} + p_{в1} \\ p_0 + \rho g h = p_{н.п.} + p_{в2} \\ p_{в1} l = p_{в2}\left(\frac{l}{2} + h\right) \end{cases}$$ → $p_{в1} = p_{в2} \frac{\left(\overset{0,5}{\frac{l}{2}} + \overset{0,95}{h}\right)}{l}$, где $l = 1м$ и $h = 0,45$ →

→ $p_{в1} = p_{в2} \cdot 0,95$ → $p_0 = p_{н.п.} + p_{в2} \cdot 0,95$ → $p_{в2} = \frac{p_0 - p_{н.п.}}{0,95}$

$p_0 + \rho g h = p_{н.п.} + \frac{p_0 - p_{н.п.}}{0,95} \quad | \cdot 0,95$

$0,95 p_0 + 0,95 \rho g h = 0,95 p_{н.п.} + p_0 - p_{н.п.}$

$0,95 \rho g h - 0,05 p_0 = -0,05 p_{н.п.} \quad | \cdot 100$

$95 \rho g h - 5 p_0 = -5 p_{н.п.} \quad | : 5$

$19 \rho g h - p_0 = -p_{н.п.}$ → $p_{н.п.} = p_0 - 19 \rho g h$ $= 10^5 - 19 \cdot 10^4 \cdot 45 \cdot 10^{-2}$

95 | 5
5 | 19
45
45

$\times \frac{19}{45}$
95
76
855

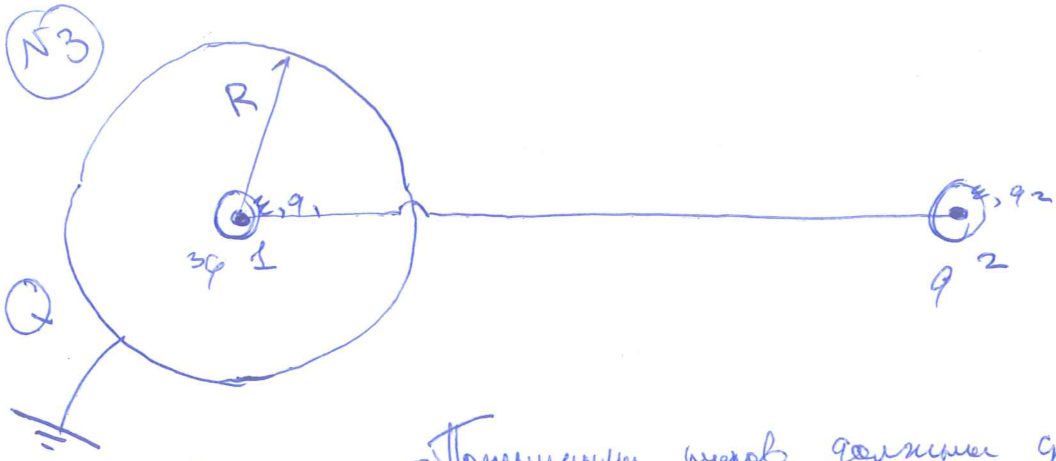
1,000
0,855
0,145

$p_{н.п.} = 10^5 - 855 \cdot 10^2 = 10^5 - 8,55 \cdot 10^4 = 10^5 - 10^5 \cdot 0,855 = 10^5 (1 - 0,855) =$

$= 14,5$ кПа

Ответ: $p_{н.п.} = 14,5$ кПа $= 0,145 \cdot 10^5$ Па $= 145 \cdot 10^2$

№3



$r = 2\cdot10^{-2}$ м
$q_1 = 6\cdot10^{-10}$ Кл $\longrightarrow \varphi_1 = 3\varphi_2$
$q_2 = 2\cdot10^{-10}$ Кл

• Потенциалы шаров должны сравняться

Пусть $q_2 = q \Rightarrow q_1 = 3q$

$q_2 = q$
$q_1 = 3q$

Q - заряд заземлённой сферы

~~φ_3~~ т.к. сфера заземлена, то её потенциал должен быть равен нулю. Второй шарик не даёт вклада в её потенциал $\rightarrow$

$0 = \frac{3kq}{R} + \frac{kQ}{R} \Rightarrow Q = -3q$

φ_1 - потенциал в центре 1ого шарика: (второй так же не даёт вклада)

$\frac{3kq}{r} + \frac{kQ}{R} = \varphi_1$

$\frac{2}{r} = \frac{3}{R} \Rightarrow R = \frac{3}{2}r$

φ_2 - потенциал в центре 2ого шарика:

$\frac{kq}{r} = \varphi_2$

$\varphi_1 = \varphi_2 \rightarrow 3\cancel{kq}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = \cancel{kq}\cdot\frac{1}{r}$

$3\frac{R-r}{Rr} = \frac{1}{r} \,\Big|\cdot r \Rightarrow 3\frac{R-r}{R} = 1$

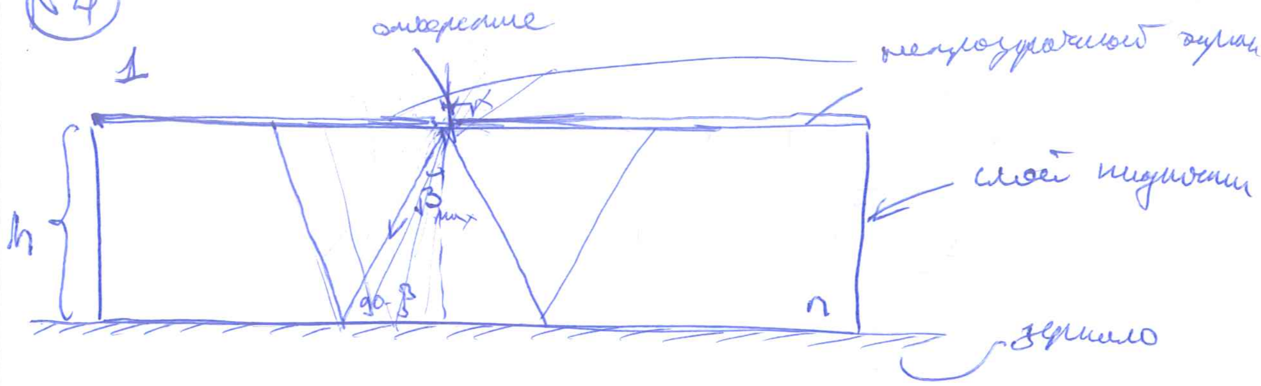
$3R - r = R$
$2R = r \rightarrow R = \frac{r}{2}$

$R - r = \frac{R}{3} \Rightarrow \frac{2R}{3} = r \Rightarrow R = \frac{3}{2}r = 3$ см

Ответ: $R = 3$ см

54-02-51-51
(3.3)

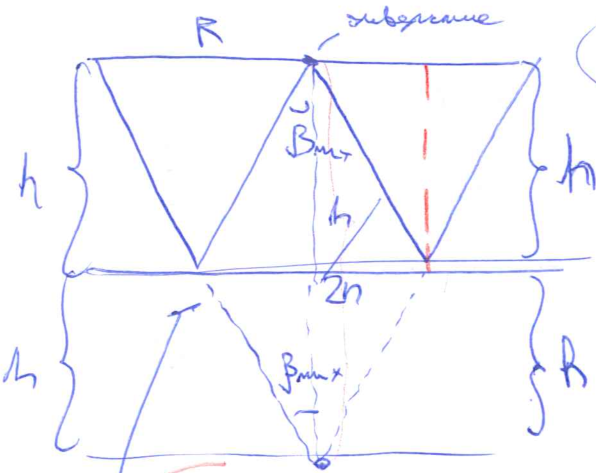
№4



З-н преломления Снеллиуса: $1\cdot\sin\alpha = n\sin\beta$

Т.к. ~~...~~ свет рассеян, то при $\alpha=90$ $\sin\alpha = 1$ $\sin\beta$ будет минимальным и равен $\frac{1}{n}$ +

т.е. $\boxed{\sin\beta_{max} = \frac{1}{n}}$



$\sqrt{R^2+4h^2}$ +

~~$\sin\beta_{max} = \frac{R}{\sqrt{R^2+h^2}}$~~

~~$\frac{1}{n^2} = \frac{R^2}{R^2+h^2}$~~

~~$R^2+h^2 = n^2R^2$~~

~~$R^2(n^2-1) = h^2$~~

~~$R = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}} =$~~

~~$h = 5$ см~~ $\frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$

+ $\sin\beta_{max} = \frac{R}{\sqrt{R^2+4h^2}} \to$

$\to \frac{1}{n} = \frac{R}{\sqrt{R^2+4h^2}} \to R^2+4h^2 = n^2R^2 \to 4h^2 = R^2(n^2-1) \to$

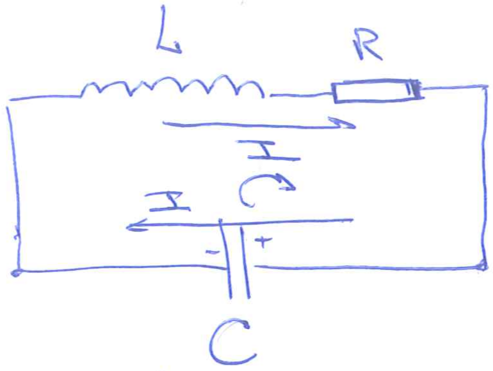
$\to 2h = R\sqrt{n^2-1} \to R = \frac{2h}{\sqrt{n^2-1}} = \frac{40}{\sqrt{5}} = \frac{40\sqrt{5}}{5} = 8\sqrt{5}$ см

$n^2-1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} \to \sqrt{n^2-1} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Ответ: $R = 8\sqrt{5}$ см. $\approx 17{,}6$ см $= 17{,}6\cdot 10^{-2}$ м.

№3

$L = 0{,}3$ Гн; $R = 1$ (Ом); $C = 30\cdot10^{-6}$ Ф.



Все правило Кирхгофа (положительное направление обозначено на рисунке): $U_C + U_L + U_R = 0$

$\frac{q}{C} + L\dot{I} + IR = 0$ $\qquad I = +\dot{q}$

$\frac{q}{C} + L\ddot{q} + \dot{q}R = 0$ $\qquad \frac{LI^2}{2} + \frac{q}{2C} +$

Потери за период очень малы $\rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC}\cdot q = 0$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$ $\qquad q(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ $\qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

$I(t) = A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$

при $I = I_{max}$ $\quad U_L = L\dot{I} = 0 \rightarrow U_R = U_C \rightarrow I_{max}R = 2В = U$

$I_{max} = \frac{U}{R}$; $U = \frac{q}{C} \rightarrow q = CU$

$I_{max} = A\omega \Rightarrow A = \frac{I_{max}}{\omega} \Rightarrow \frac{U}{R}\sqrt{LC} = \cancel{A_{max}}$

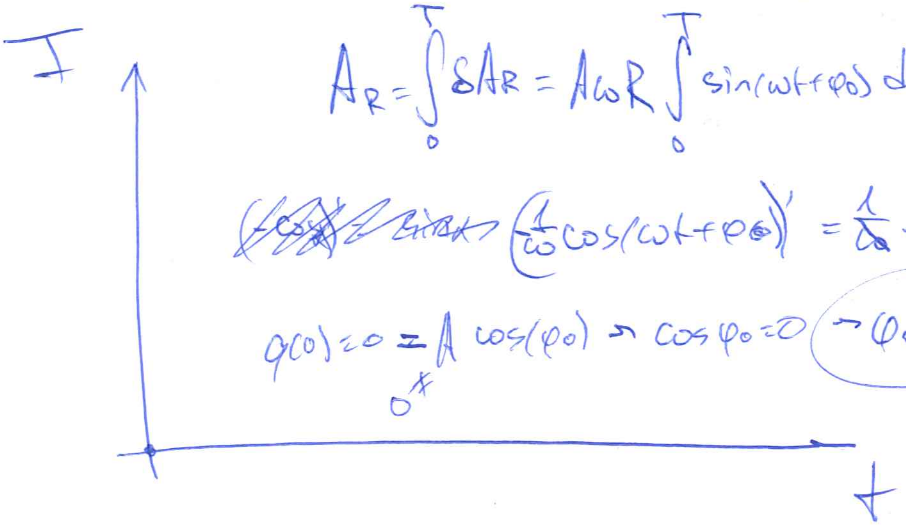
$\delta A_R = UI\,dt = I^2\,dt\,R = A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)\,R\,dt$

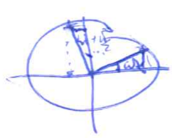
$A_R = \int_0^T \delta A_R = A\omega R\int_0^T \sin(\omega t + \varphi_0)\,dt$

$\cancel{(-\cos)}\ \cancel{\sin}\ \left(-\frac{1}{\omega}\cos(\omega t + \varphi_0)\right)' = \frac{1}{\omega}\cdot\omega\cdot\sin(\omega t + \varphi_0)$

$q(0) = 0 = A\cos(\varphi_0) \rightarrow \cos\varphi_0 = 0 \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$A \neq 0$





$A_R = Q = A\omega R \cdot \left(-\frac{1}{\omega}\cdot\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})\right)\Big|_0^T = A\omega R\left(-\frac{1}{\omega}\sin(\omega t)\right)\Big|_0^T$

$A_R = A\omega R \int_0^T -\cos(\omega t)\,dt$

$\left(-\sin(\omega t)\cdot\frac{1}{\omega}\right)' = -\omega\cos(\omega t)\cdot\frac{1}{\omega} =$

$Q = A\omega R \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{\omega}$

$\delta A_R = I^2 R dt$

~~$I(t) = A\omega\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = A\omega\cos(\omega t)$~~

I_{max} будет достигнуто в момент времени τ

~~$\sin(\omega\tau + \varphi_0) = 0 \rightarrow \omega\tau + \varphi_0 = 0 \rightarrow \omega\tau = -\varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = -\omega\tau$~~

~~$I(t) = A\omega\sin(\omega t - \omega\tau)$~~

$\sin(\omega\tau + \varphi_0) = 1 \rightarrow \omega\tau + \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} - \omega\tau$

$I(t) = A\omega\sin(\omega t - \omega\tau + \frac{\pi}{2}) = A\omega\cos(\omega t - \omega\tau)$

$I^2 = A^2\omega^2\cos^2(\omega t - \omega\tau)$

$\delta A_R = \delta Q = A^2\omega^2\cos^2(\omega t - \omega\tau)\cdot R\cdot dt \rightarrow A_R = Q \ominus$

$\ominus A^2\omega^2 R\int_\tau^{\tau+T}\cos^2(\omega t - \omega\tau)\,dt = A^2\omega^2 R\int_\tau^{\tau+T}\cos^2(\omega(t-\tau))\,dt$

$\cos^2(\omega t - \omega\tau) = \left(\frac{1}{\omega\cdot 3}\sin^3(\omega t - \omega\tau)\right)'$

$\left(\frac{1}{3\omega}\sin^3(\omega t - \omega\tau)\right)' = \omega\cdot 3\sin^2(\omega t - \omega\tau)\cdot\frac{1}{3\omega}$

$\left(\frac{1}{3\omega}\cdot\sin(\omega t - \omega\tau)^3\right)' = \frac{1}{3\omega}\cdot\omega\cdot\cos(\omega t - \omega\tau)\cdot 3\sin^2(\omega t - \omega\tau)$

$$\delta A_R = I^2 R dt$$

$$I^2_{(t)} = A^2\omega^2\cos^2(\omega t - \omega\tau) = A^2\omega^2\left(\frac{\cos(2\omega(t-\tau)) - 1}{2}\right)$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \rightarrow \cos^2\alpha = \frac{\cos 2\alpha - 1}{2}$$

$$A_R = \int_\tau^{\tau+T} \delta A_R = \frac{A^2\omega^2 R}{2}\left(\int_\tau^{\tau+T}\cos(2\omega(t-\tau))dt - \int_{\tau}^{\tau+T} dt\right)$$

$-T$

$$\left(\frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t - 2\omega\tau)\right)' = \frac{1}{2\omega}\cdot 2\omega\cdot\cos(2\omega(t-\tau))$$

$$\cancel{A_R = Q =} \int_\tau^{\tau+T}\cos(2\omega(t-\tau)) = \frac{1}{2\omega}\, 0$$

$$\rightarrow Q = \frac{A^2\omega^2 R}{2}\cdot T = \cancel{\frac{A^2\cdot 4\pi^2\cdot R}{2T}} = \cancel{\frac{A^2 4\pi^2 R}{2T}}$$

$$A^2\omega^2 = I_{max}^2 \rightarrow Q = \frac{I_{max}^2}{2}\cdot R\cdot T, \quad T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$Q = \frac{U^2}{2R^2}\cdot R\cdot 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \frac{U^2}{R}\cdot\pi\sqrt{LC} = Q$$

$$Q = \frac{4}{1}\cdot\frac{3{,}14}{100}\sqrt{3\cdot 10^{-1}\cdot 3\cdot 10^{-5}}\cdot 10^3 = \frac{314}{25}\cdot 3\cdot \cancel{10^{-3}}\cdot\cancel{10^3}$$

$314 \times 3 = 942$; $942 : 25 = 37$

Ответ: $Q = 37$ мДж $(37\cdot 10^{-3}$ Дж$)$

милли Джоуль

$2{,}1 \times 2{,}1 = 4{,}41$; $2{,}2 \times 2{,}2 = 4{,}84$; $2{,}3 \times 2{,}3 = 5{,}29$; $2{,}2 \times 1 = (2{,}6$