



63-76-65-42  
(4.10)



+ 1 лист *Копия*  
+ 1 лист *Копия*

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 2

Место проведения Москва  
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по ФИЗИКЕ  
профиль олимпиады

Мухометшина Ильдана Ильнуровича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

выход 14:26 *Коп*  
вход 14:30 *Коп*

Дата  
«09» февраля 2024 года

Подпись участника  
*Ильдана*

63-76-65-42  
(4.10)

Беловик.

Л.Ч.З.

Дано:

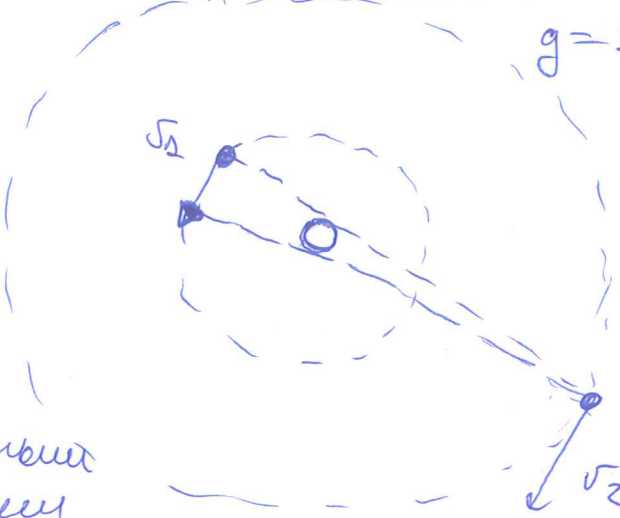
$R_1; R_2; g$

Найти:

$v_1$ ?

Пусть:  $r$  — радиус шашки  
 $M$  — её масса

$$g = \frac{GM}{r^2}$$



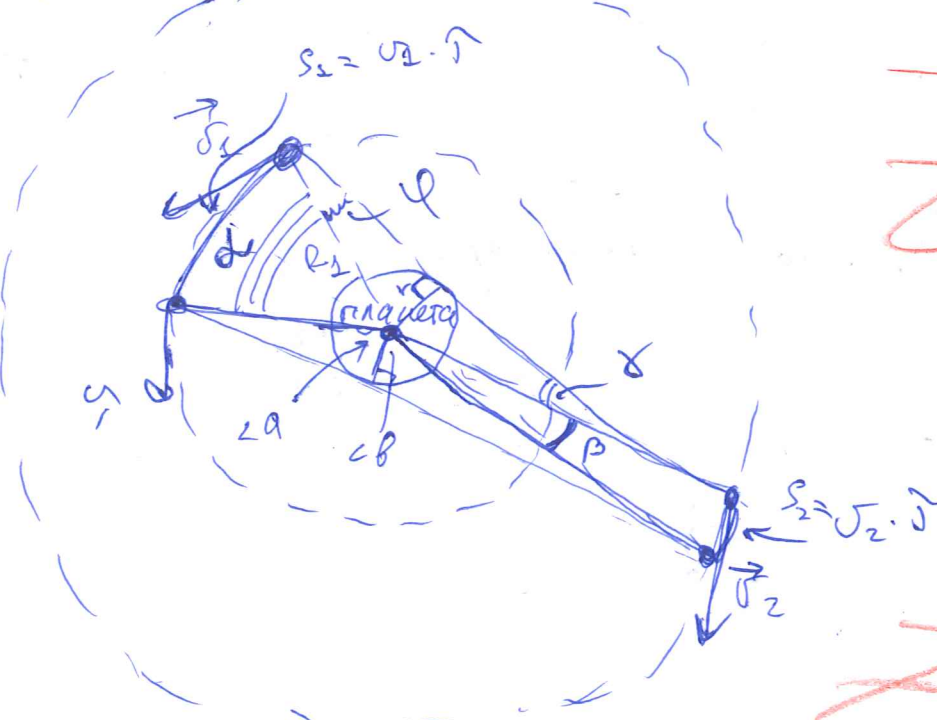
Трехмерный эффект  
взаимодействия  
кораблей друг с другом

пренебрежим, т.к. расстояние между ними  
очень велико, а массы явно много меньше массы  
шашки, тогда по второму закону Ньютона:

$$1: \frac{GM_1 M}{R_1^2} = m_1 \frac{v_1^2}{R_1} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{g R_1^3}{R_1}} = \sqrt{g} \cdot r$$

$$2: \frac{GM_2 M}{R_2^2} = m_2 \frac{v_2^2}{R_2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{g R_2^3}{R_2}} = \sqrt{g} \cdot r$$

За время  $T$ :



1 2 3 4 5  
 18 20 20 20 9 87  
 Миланов  
 Деб  
 Хитроу  
 Полемарс  
 За время T

Ручка не  
 уменьшена

Z  
 Z

Заметим, что:

$$\alpha + \beta + \angle a + 2\angle b = 360^\circ$$

$$\angle a = 90^\circ - \varphi$$

$$\angle b = 90^\circ - \delta$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{2} = 180^\circ - (90^\circ - \varphi) - (90^\circ - \delta) = \varphi + \delta$$

$$\alpha = \frac{S_1}{R_1} = \frac{\sqrt{2}r}{R_1}; \quad \beta = \frac{S_2}{R_2} = \frac{\sqrt{2}r}{R_2}$$

$$\varphi \approx \sin \varphi = \frac{r}{R_1}; \quad \delta \approx \sin \delta = \frac{r}{R_2}, \text{ т.к. } \varphi \text{ и } \delta \text{ — малые углы, т.е. } r \ll R_1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}r}{R_1} + \frac{\sqrt{2}r}{R_2} = 2r \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\left( \sqrt{\frac{g}{R_1}} \frac{r}{R_1} + \sqrt{\frac{g}{R_2}} \frac{r}{R_2} \right) A = 2r \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\Rightarrow r = \frac{2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}{\left( \sqrt{\frac{g}{R_1}} \frac{1}{R_1} + \sqrt{\frac{g}{R_2}} \frac{1}{R_2} \right)}$$

(7)  
(18)

$$= 2 \cdot \frac{16,4 \cdot 10^4}{6,4 \cdot 10^9 \text{ км}} \approx \frac{328}{6,4 \cdot 9} \text{ с} =$$

$$\frac{3}{6,4 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^2} + \frac{3}{10 \cdot 10^4 \cdot \frac{10 \cdot 10^2}{32}}$$

$$\approx \frac{1600}{9} \text{ с} \quad \frac{328}{576} \text{ с.} = \frac{328}{576} \text{ с.}$$

Ответ:  $\frac{328}{576} \text{ с.}$

63-76-65-42  
(4.10)

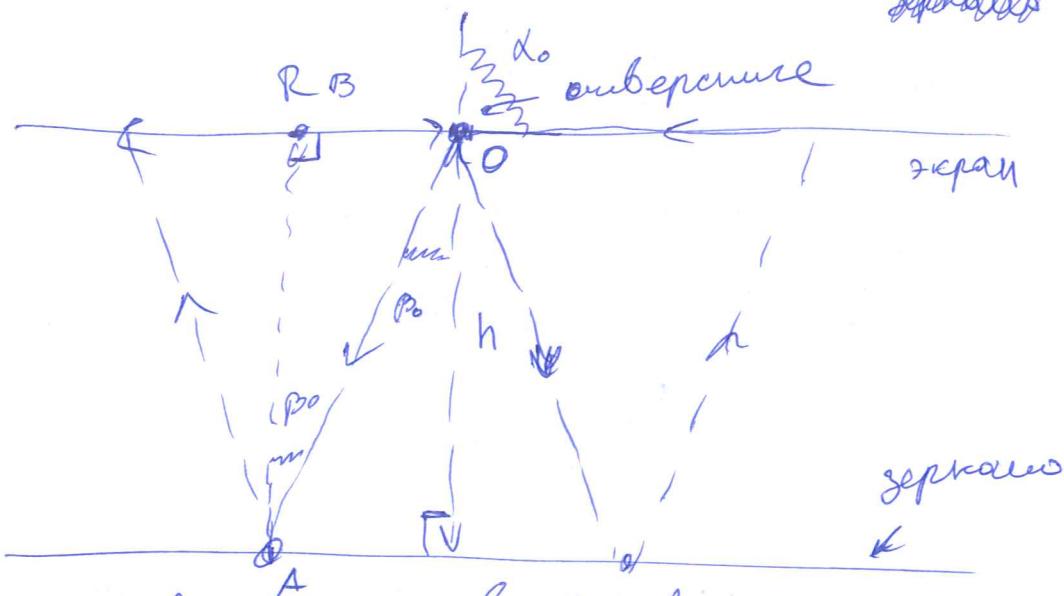
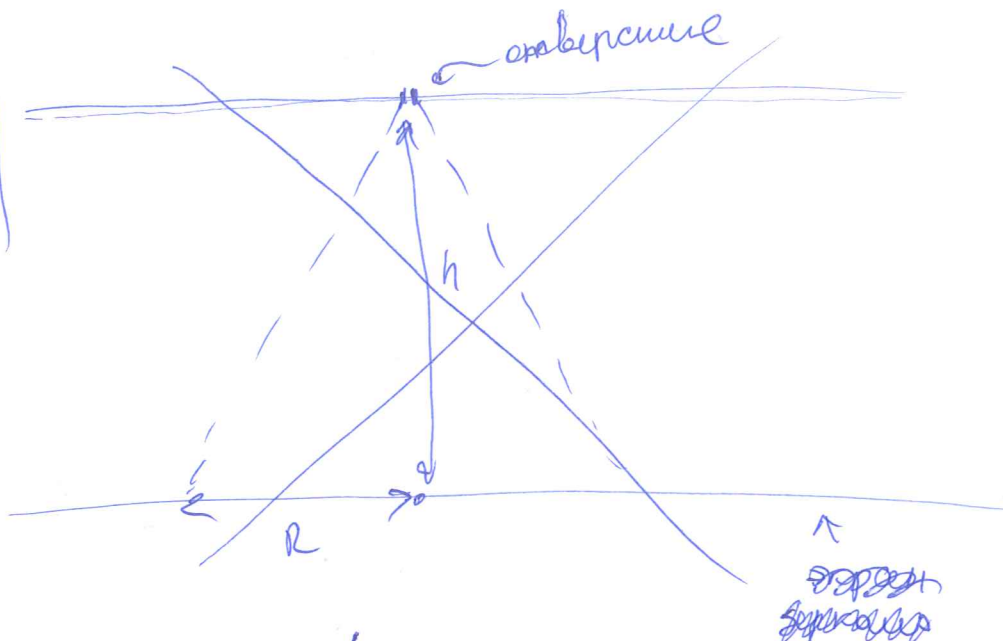
Беловик

4.10.2.

$R = 8 \text{ см}$

$n = 1.5$

$h = ?$



Наш свет увеличивается в  $n$  раз по сравнению с первоначальным (угол  $\alpha_0$  и  $\alpha$ )  $\alpha_0 = 90^\circ$

$$\sin \alpha_0 = n \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{n}$$

сторона в  $\Delta ABO$  (см. рис):  $\sin \alpha_0 = \frac{BO}{AO} = \frac{R/2}{\sqrt{(\frac{R}{2})^2 + h^2}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{n} = \frac{\frac{R}{2}}{\sqrt{\frac{R^2}{4} + h^2}}, \text{ откуда}$$

~~$$h = \frac{R}{2} (n-1)$$~~

$$h = \frac{R}{2} \sqrt{n^2 - 1} = \frac{8 \text{ см}}{2} \sqrt{2.25 - 1} = 4 \text{ см} \cdot \sqrt{1.25} \approx 4 \text{ см} \cdot 1.1 = 4.4 \text{ см.}$$

Ответ:  $h \approx 4.4 \text{ см.}$

Решение.

2.5.2.

$l = 2 \text{ м}$

$h = 0,45 \text{ м}$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\rho_0 = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$\frac{P_{\text{нас}}}{\rho_0} = 14,5 \text{ кПа}$



Для смеси газов  
внутри трубки

по закону Дальтона для смеси

1:  $P_0 = P_{\text{возд.}} + \frac{P_{\text{нас.}}}{\rho_0} \quad (1)$

2.  $P_0 + \rho_0 g h = P_{\text{возд.}} + \frac{P_{\text{нас.}}}{\rho_0} \quad (2)$

$V_{\text{возд.}} = \text{const} \Rightarrow P_{\text{возд.}} \cdot S \cdot l = V_{\text{возд.}} P_0 \Rightarrow P_{\text{возд.}} = \frac{P_0}{2}$   
 $\frac{P_{\text{возд.}}}{2} \cdot S \left( \frac{l}{2} + h \right) = V_{\text{возд.}} P_0 = P_{\text{возд.}} \frac{l}{2} S$

Подставим

1) в (2):

$P_{\text{возд.}} + \frac{P_{\text{нас.}}}{\rho_0} + \rho_0 g h = P_{\text{возд.}} \frac{l}{\left( \frac{l}{2} + h \right)} + \frac{P_{\text{нас.}}}{\rho_0}$

$\Rightarrow P_{\text{возд.}} = \frac{\rho_0 g h}{\frac{l}{\frac{l}{2} + h} - 1} = \frac{\rho_0 g h}{\frac{l}{\frac{l}{2} + h} - 1} \left( \frac{l}{2} + h \right) =$   
 $= \rho_0 g h \cdot \frac{\frac{l}{2} + h}{\frac{l}{2} - h} = \rho_0 g h \cdot \frac{10,5 \text{ м} + 0,45 \text{ м}}{0,05 \text{ м}} = 19 \rho_0 g h$

63-76-65-42  
(4.10)

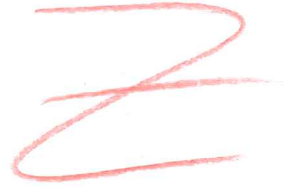
Федор Бешовик

Тогда  $P_0 = \rho_0 g h + \frac{P_{\text{кас}}}{\text{кар}} = \rho_0 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 0,45 + 14,5 \text{ кПа} =$

$= (190 \cdot 0,45 + 14,5) \text{ кПа} \approx 100 \text{ кПа}.$

$$\begin{array}{r} 190 \\ \times 0,45 \\ \hline 950 \\ 760 \\ 000 \\ \hline 08550 \end{array}$$

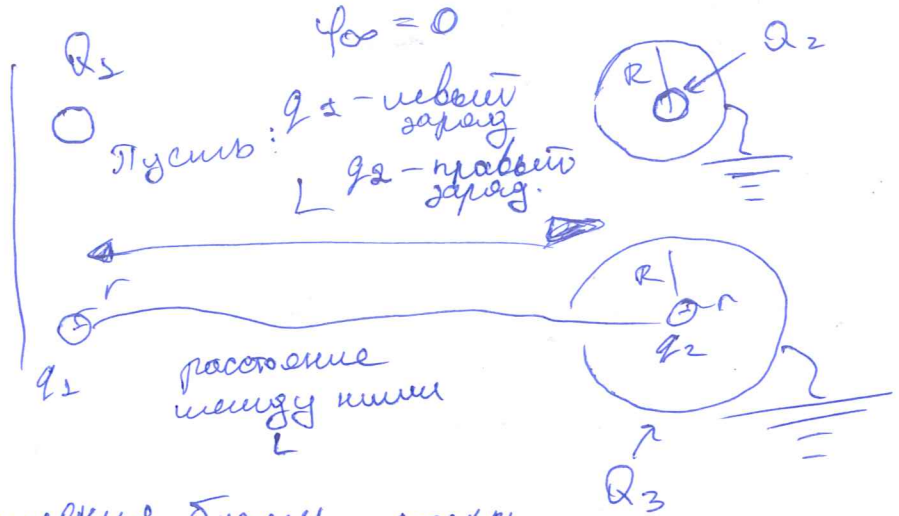
Ответ: 100 кПа



3.10.2,

$R = 3 \text{ см}$   
 $q_1 = 7,5 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$   
 $q_2 = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$

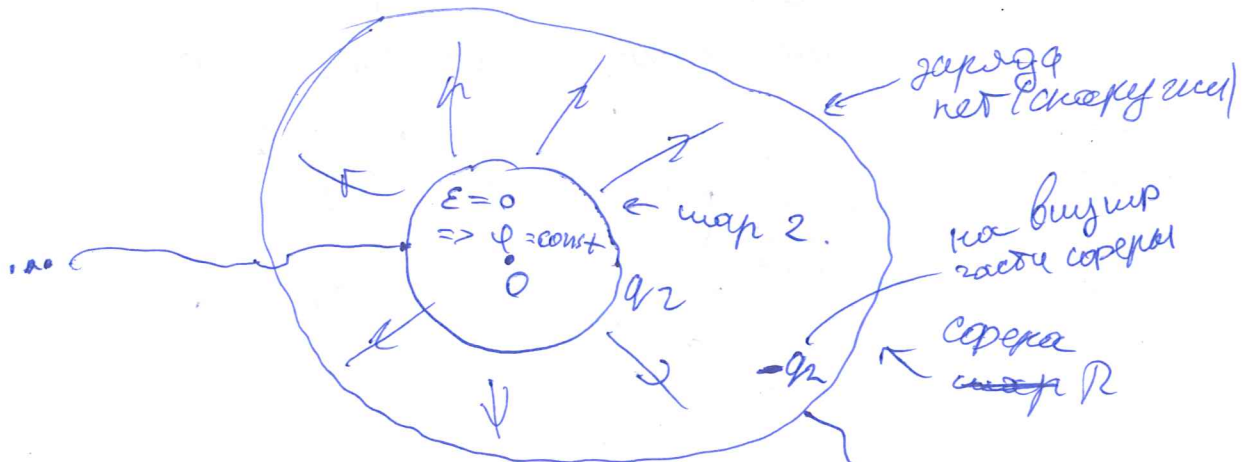
$r = ?$



Из-за заземления будем считать, что потенциал ~~шара~~  $R$  равен 0.

$\Rightarrow 0 = \frac{kQ_3}{R} + \frac{kq_2}{R} \Rightarrow Q_3 + q_2 = 0 \Rightarrow Q_3 = -q_2$

Тогда потенциал шара с зарядом  $q_2$ :



$\varphi_{\text{ш.0}} = \varphi_{\text{шара}} = \frac{kq_2}{r} + \frac{kQ_3}{R}$   
 $Q_3 = -q_2 \left( \frac{R}{r} + 1 \right)$



Решение

из-за соединенных проводов:

$$\varphi_{шара 2} = \varphi_{шара 1}; \quad \varphi_{шара 1} = \frac{kq_1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{kq_1}{r} = \frac{kq_2}{r} + \frac{kQ_3}{R}$$

$$\frac{kq_1}{r} = \frac{kq_2}{r} \leftarrow \frac{kq_2}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} (q_1 - q_2) = -\frac{q_2}{R}$$

$$\Rightarrow r = \frac{q_2 - q_1}{q_2} \cdot R < 0 \text{ — значит неверно}$$

перепишем местами  $q_1$  и  $q_2$  (наше искомое предположение не верно)

$$\Rightarrow r = \frac{q_1 - q_2}{q_2} \cdot R = \frac{7,5 - 2,5}{7,5} \cdot 3 \text{ см} =$$

$$= \frac{5}{7,5} \cdot 3 \text{ см} = 2 \text{ см.} \quad +$$

Странно скажут, что по условию  $L \rightarrow \infty$

$\Rightarrow$  мы пренебрегаем деталями шаров друг ко другу в плане потенциалов. Ответ:  $r = 2 \text{ см.}$

5.4.2.

$$L = 0,3 \text{ Гн}$$

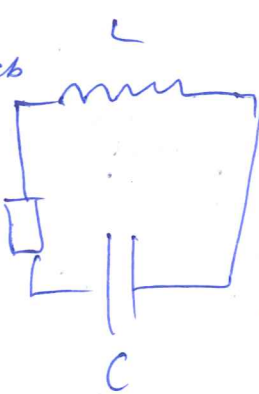
$$C = 30 \text{ мкФ}$$

$$U = 0,2 \text{ В}$$

$$Q = 0,38 \text{ нДж}$$

$$R = ?$$

Пусть в заданное время  $t_0$  идет о моменте времени  $t_0$



$$\text{Рез } I(t_0) = I_{\text{макс}}$$

$$\Rightarrow \dot{I} = 0$$

$$\Rightarrow U_C = 0 = |L \dot{I}|$$

тогда в момент

времени  $t_0$  на конденсаторе

максимальное ~~на~~ значение

заряда (в данном случае оно и есть амплитуда)

Дано:  $\frac{I}{2}$   
 $= \frac{c u^2 R}{2L} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} (\cos(2\omega t) + 1) dt$ . Рассмотрим

интеграл  $G$  аналогично:

$$G = \int_0^{\frac{T}{2}} \cos(2\omega t) dt + \int_0^{\frac{T}{2}} dt =$$

$$= \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t) \Big|_0^{\frac{T}{2}} + \frac{T}{2} = \frac{1}{2\omega} \cdot \frac{\sin(2\omega T)}{2} -$$

$$- \frac{1}{2\omega} \sin 0 + \frac{T}{2} = \frac{T}{2}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{c u^2 R}{2L} \cdot \frac{T}{2} = \frac{c u^2 R}{2L} \cdot \frac{\pi \sqrt{LC}}{2} =$$

$$= \frac{c u^2 R}{L} \cdot \sqrt{LC} \cdot \pi$$

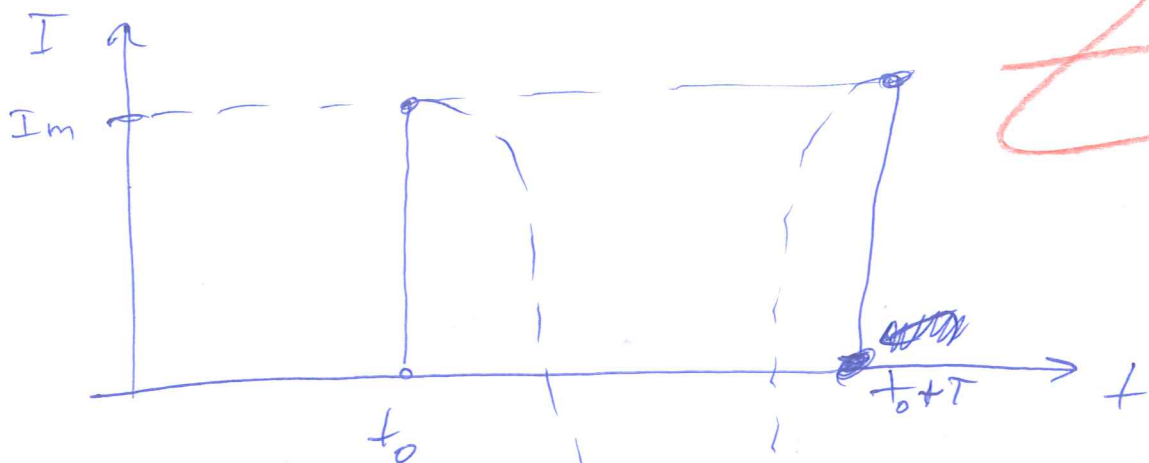
$$\Rightarrow R = \frac{Q}{c u^2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 10^5 \text{ Ом.}$$

Ответ:  $10^5 \text{ Ом}$



Безоветк  
 тупогол, т.к. нет источников напряжения)

$$\Rightarrow I_c(t_0) = I_m = \text{с.д.}$$



П.к. по условию,  
 колебание слабо затухающее, то  
 $T = 2\pi \sqrt{LC}$ . На графике от  $t_0$  до  $t_0 + T$ :

$$I(t) = I_m \cdot \cos \omega t, \text{ где } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$|I_m| = I_m \cdot \omega = \frac{CU}{\sqrt{LC}} = U \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \leftarrow \uparrow$$

по формулам  
 хар-к. колеб. (п.к. за-  
 тухание мало.)

За малое время  $dt$ :

можно выдвинуться на резисторе:

$$dQ = I^2 \cdot R \cdot dt;$$

$$I^2(t) = I_m^2 \cdot \cos^2 \omega t; \cos^2 \omega t = \frac{\cos(2\omega t) + 1}{2}$$

$$\Rightarrow I^2(t) = \frac{C}{L} \cdot U^2 \cdot \frac{\cos(2\omega t) + 1}{2}. \text{ Тогда получим:}$$

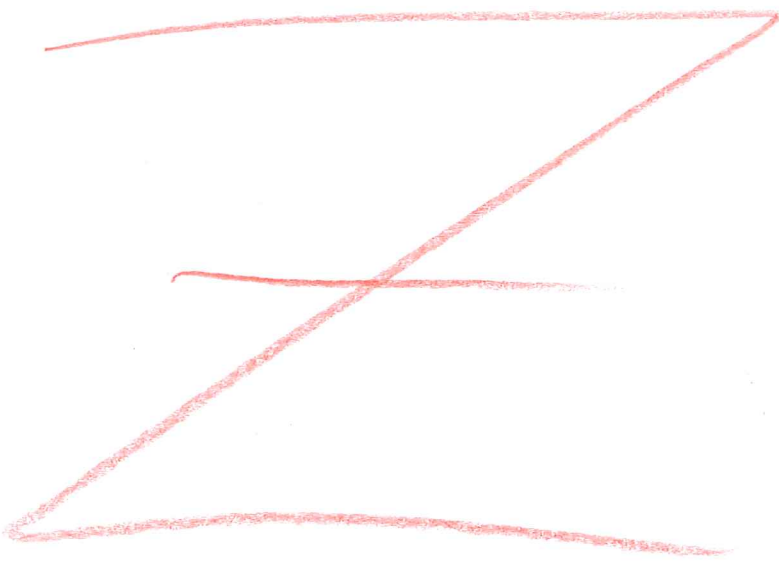
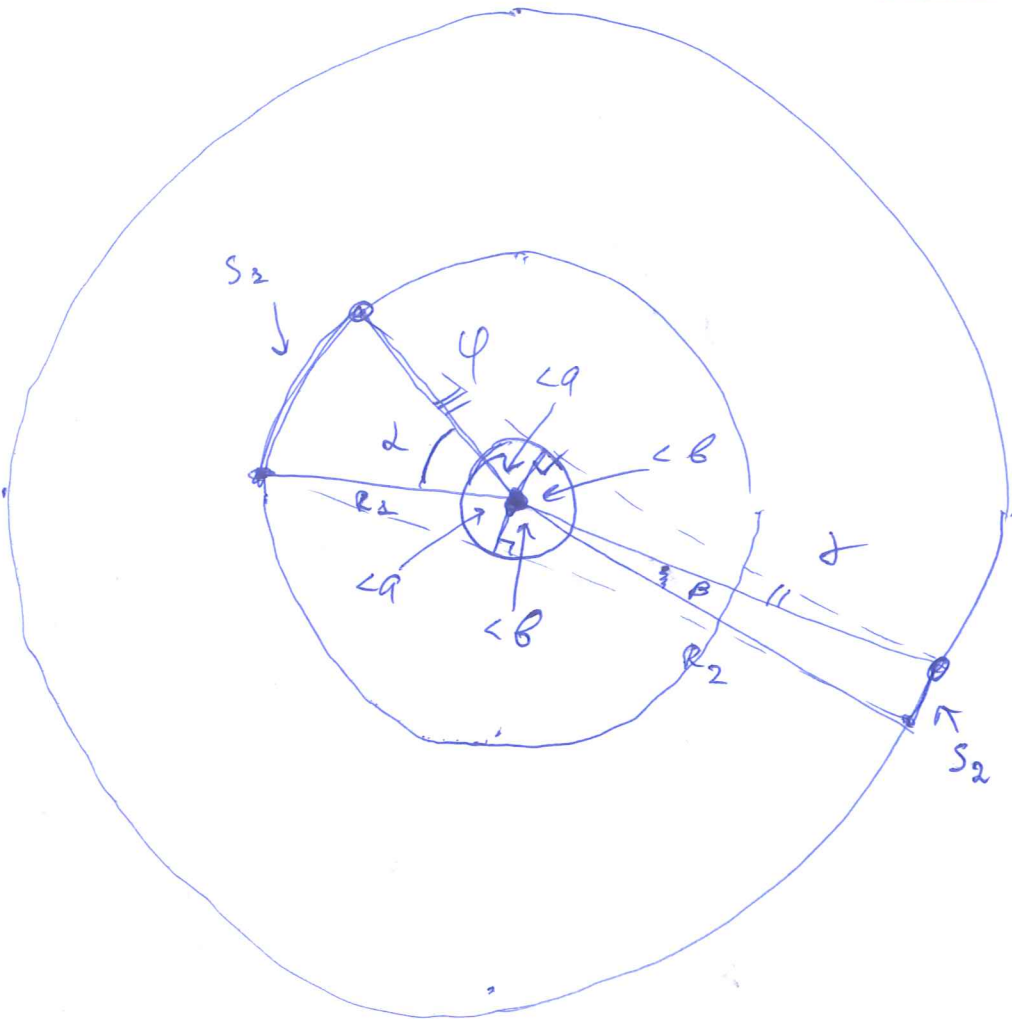
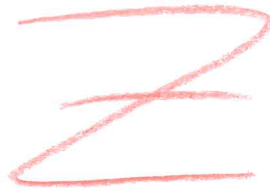
$$\frac{Q}{2T} = \int_0^{T/42} \frac{CU^2}{L} \cdot \frac{\cos(2\omega t) + 1}{2} \cdot R \cdot dt =$$

$$= \frac{CU^2 \cdot R}{L} \int_0^{T/42} \frac{\cos(2\omega t) + 1}{2} dt =$$

Тешовик

1.4.2.

Рис. к задаче:



63-76-65-42  
(4.10)

черновик

$$R_1 \alpha = \sqrt{r_1} \cdot J = \sqrt{\frac{g}{R_1}} \cdot r \cdot J$$

$$R_2 \beta = \sqrt{r_2} \cdot J = \sqrt{\frac{g}{R_2}} \cdot r \cdot J$$

$$\frac{\alpha + \beta + 2(\varphi + \sigma)}{2} = R \cdot \omega$$

$$\left( \sqrt{\frac{g}{R_1}} \frac{r}{R_1} + \sqrt{\frac{g}{R_2}} \frac{r}{R_2} \right) r = \pi - \varphi - \sigma$$

$$\varphi = \pi - \frac{2}{R_1} \sqrt{R_1^2 - r^2} - \sigma$$

$$\pi - (\varphi + \sigma) = \pi - (\pi - \sigma) + (\sigma - \sigma) = 2\sigma$$

$$= 2\sigma$$

$$\sigma = \varphi + \sigma$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} + (\varphi + \sigma) = \pi$$

$$\alpha = \pi - \varphi$$

$$\beta =$$



~~Домовик~~

Черновик

$\sin \alpha$

$\cos \alpha$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

$\frac{Q}{2} = \frac{cu^2 R}{2L}$

$\frac{1}{2} \omega \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \pi$

$2\omega$

$\frac{2\pi}{\omega} \cdot \omega = 2\pi$

$\omega \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi$

~~$\frac{Q}{4R}$~~

$\frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega} \cdot \omega = \pi$

$\frac{1}{2\omega} \sin\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right) + \frac{T}{2} =$

$=$

$CR = +0$   
 $R^2 = \left(\frac{+}{c}\right)^2$

~~$\sqrt{r^2} = \frac{GM}{R} = \frac{gr^2}{R_1}$~~

$\omega = \frac{c}{R}$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$\frac{\sin 2\omega t}{2\omega} = \sin \omega t \cdot \frac{1}{2\omega}$

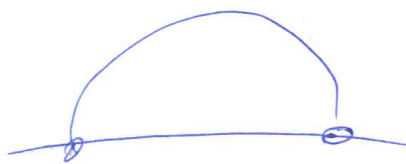
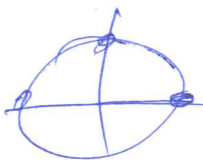
$\cos 2\omega t \quad \sin\left(\frac{1}{2} \cdot 2\omega\right) = \sin \omega$



$\frac{R^2}{4} + h^2 = \frac{T^2}{4} \omega^2 = \frac{\pi^2}{\omega^2}$   
 $= \frac{R^2}{4} + h^2, h^2 = \frac{R^2}{4}(n^2 - 1) \Rightarrow h = \frac{R}{2} \sqrt{n^2 - 1}$   
 $0 < \alpha < 2\pi$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

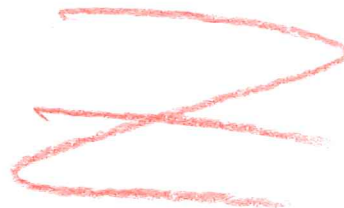
$\cos^2 \alpha$



$Q = \frac{cu^2 R}{2L}$

$\frac{1}{2\omega} \cdot \sin(2\omega \cdot T) = \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega \cdot \frac{T}{2} + T =$

$= \frac{2\pi}{\omega} \cdot 2\omega = 4\pi$



Черновик.  
32,8

$$6,4 \cdot 10^5$$



$$\frac{3}{10^6 \cdot 6,4 \cdot 2,5} + \frac{3}{10^6 \cdot 32}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 6,4 \\ + 2,5 \\ \hline 320 \\ + 128 \\ \hline 16,00 \end{array}$$

$$\frac{3}{10^6 \cdot 32} + \frac{3}{10^6 \cdot 32} = \frac{9}{10^6 \cdot 32}$$

$$\frac{32,8}{10^6 \cdot 32} = \frac{10}{9}$$

$$= \frac{32,8 \cdot 320}{9 \cdot 6,4} = \frac{16000}{9} = \frac{32,8}{6,4 \cdot 10^8} \cdot \frac{10^{10}}{9} = \frac{32,8}{6,4 \cdot 5}$$

$$2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{32,8}{6,4 \cdot 10^5 \cdot 10^3}$$

$$\frac{3}{0,64 \cdot 10^8} = \frac{3}{0,8 \cdot 10^4 \cdot 6,4 \cdot 10^4} = \frac{3}{0,512 \cdot 10^9}$$

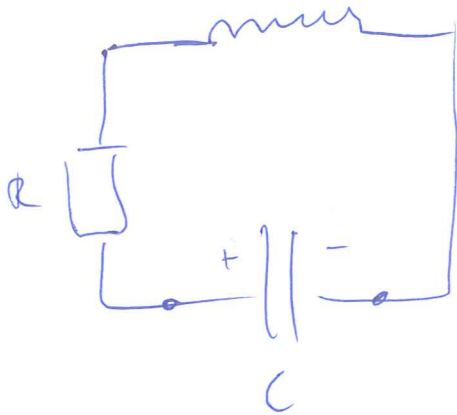
$$\frac{9}{10^8} = \frac{3}{10^4 \cdot 10^5} = \frac{3}{10^9}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 6,4 \\ \hline 5,12 \\ + 128 \\ \hline 640 \end{array}$$

$$\frac{9}{10^9}$$



Черновик.



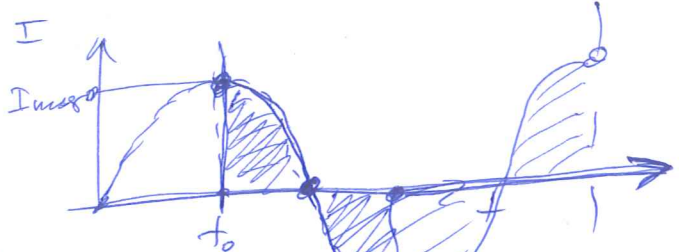
$$R \in LC \in E_{max}$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt}$$

$$I(t) = I_{max} \cos \omega t$$

$$\Rightarrow U_L = 0$$

$$E_{aver} = \frac{U}{2} \frac{cu^2}{2}$$



$$T_0 \approx 2\pi \sqrt{LC} \approx const$$

$$dQ = I^2 \cdot R \cdot dt$$

$$\frac{Q}{4} = R \int_0^{T_0/4} I^2(t) dt$$

$$q_c = +q_m \sin \omega t$$

$$I(t) = I_m \cos \omega t$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$q_m = C \cdot U$$

$$\Rightarrow I(t) = \frac{C \cdot U}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{Q}{4} = \frac{C^2 U^2}{LC} \cdot R$$

$$\int_0^{T_0/4} \cos^2(\omega t) \cdot dt$$

$$IR + \frac{q_c}{C} + L \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{C}{L} = \frac{I}{U} \Rightarrow \frac{C}{L} = \frac{q}{U} = R$$

33	3
33	
+ 1 2 5	
9 5	
10	8 9

$$6,4 \cdot 10^4$$

$$10 \cdot 10^4$$



$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \quad \text{Черновик}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha - 1}{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \cos^2 2\alpha = \frac{\cos^2 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha}{2}$$

$$\frac{2\cos^2 \alpha - 1}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha - 1}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha - 1}{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{0,38 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 1,2} \cdot 100 =$$

$$= \frac{0,38 \cdot 10^5}{3,14 \cdot 1,2} \approx 10^5 \text{ Ом}$$

$$\sqrt{\frac{0,38 \cdot 10^6}{30}} = \sqrt{\frac{30}{30} \cdot 10^4} = 10^2$$

$$\begin{array}{r} +3,14 \\ 1,2 \\ \hline 6,28 \\ 3,14 \\ \hline 3,768 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,14 \\ 1,2 \\ \hline 6,28 \\ 3,14 \\ \hline 3,768 \end{array}$$

$$30 \cdot 10^{-6} \cdot 0,02 =$$

$$= 30 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 60 \cdot 10^{-8}$$

$$\begin{array}{r} 3800 \overline{) 3768} \\ -3768 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{\sqrt{LC}}{2}$$

$$R = \frac{2LQ}{\omega^2 C} = \frac{2LQ}{\omega^2 \cdot \frac{1}{\omega^2 LC}} =$$

$$P_{\text{avg}} =$$

$$= \frac{P}{\pi \omega^2}$$

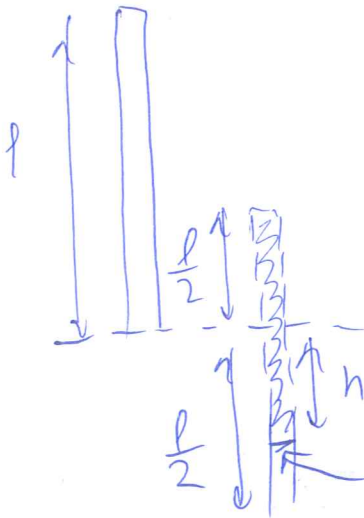
$$P_{\text{avg}} \left( \frac{l}{\frac{l}{2} + h} - 1 \right) = P \cdot \frac{\frac{l}{2} - h}{\frac{l}{2} + h}$$





Чертежи.

$$(l; h; P_{\text{нас}}; p_0; g) \rightarrow P_0 \rightarrow$$



$$P_0 = P_{\text{нас}} + P_{\text{возд}}$$

$$P_{\text{нас}} \cdot S \cdot l = \nu_0 R T_0$$

$$P_e = P_0 + \rho g h = P_{\text{нас}} \frac{l}{(\frac{l}{2} + h)} + P_{\text{нас}} = P_{\text{нас}}$$

$$P_{\text{нас}} \cdot V = \nu_0 R T_0 \quad P_2 \cdot S \left( \frac{l}{2} + h \right) = \nu_0 R T_0 = P_{\text{нас}} S l$$

$$Ed = \phi_2 - 0 =$$

$$Q_3 = -Q_1$$

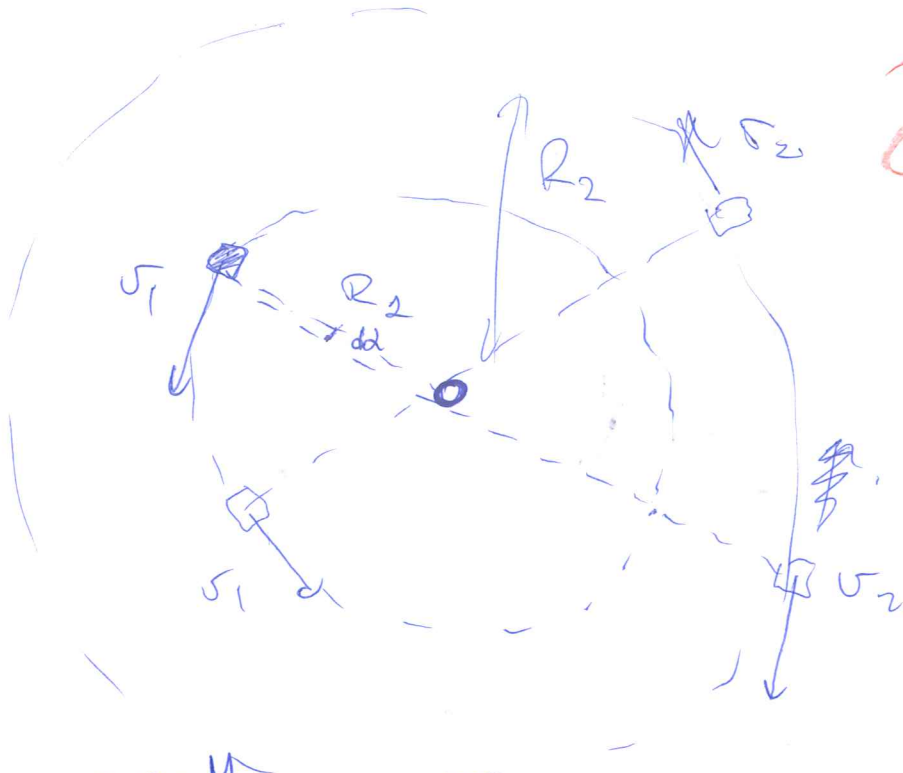
$$\frac{\lambda k q_2}{r} = \frac{\lambda q_1}{r} - \frac{\lambda q_1}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} \epsilon (q_2 - q_1) = -\frac{q_1}{R}$$

$$\Rightarrow r = \frac{q_1 - q_2}{q_1} R$$



Черновик



$$\frac{G m_1 M}{R_1^2}$$

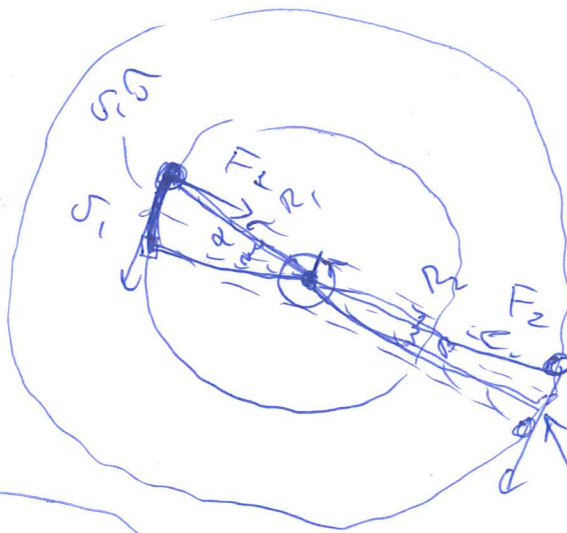
$$F_1 = \frac{g r^2 m_1}{R_1^2}$$

$$m \cdot g = G \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$GM = g r^2$$

$$F_2 = \frac{g r^2 m_2}{R_2^2}$$

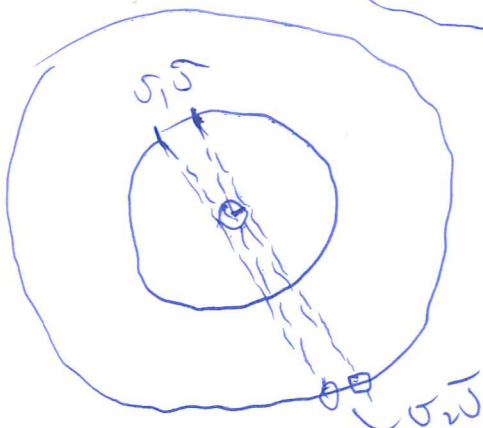
Z



$$\frac{g r^2 \cdot m_1}{R_1^2} = m_1 \frac{v_1^2}{R_1}$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{g r^2}{R_1}$$

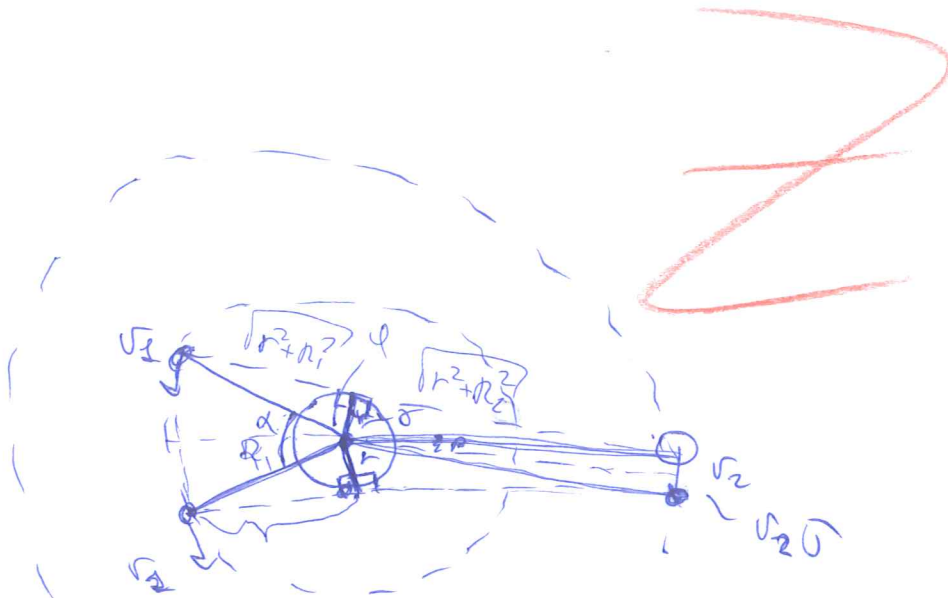
$$v_2 = \sqrt{\frac{g r^2}{R_2}}$$



$$v_1 \cdot R_1 = R_1^2$$

Z

Черновик



$$\cos \varphi = \frac{r}{R} = 1 - \frac{\varphi^2}{2} \Rightarrow \varphi = \sqrt{2 \left(1 - \frac{r}{R}\right)^2}$$

$$R_2 \alpha = v_1 \uparrow$$

$$R_2 \beta = v_2 \uparrow$$



$$\varphi \approx \varphi =$$

$$2\varphi + 2\alpha + \alpha + \beta = 360^\circ$$

$$\sin \varphi = \frac{R_2 - r}{R_1}$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{R_1}$$

v

$$\alpha + \beta = 2\pi - \varphi$$

$$\sin \varphi = \frac{R_1^2 - r^2}{R_2}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{R_2^2 - r^2}}{R_2}$$

$$\alpha + \beta = v_1 \frac{\uparrow}{R_1} + v_2 \frac{\uparrow}{R_2} = 2\pi - 2 \left( \frac{\sqrt{R_1^2 - r^2}}{R_1} + \frac{\sqrt{R_2^2 - r^2}}{R_2} \right)$$

$$\sqrt{\frac{g r^2}{R_1}} \cdot \frac{r \uparrow}{R_1} + \sqrt{\frac{g}{R_2}} \cdot \frac{r \uparrow}{R_2} =$$

$$= 2\pi - 2 \cdot z$$

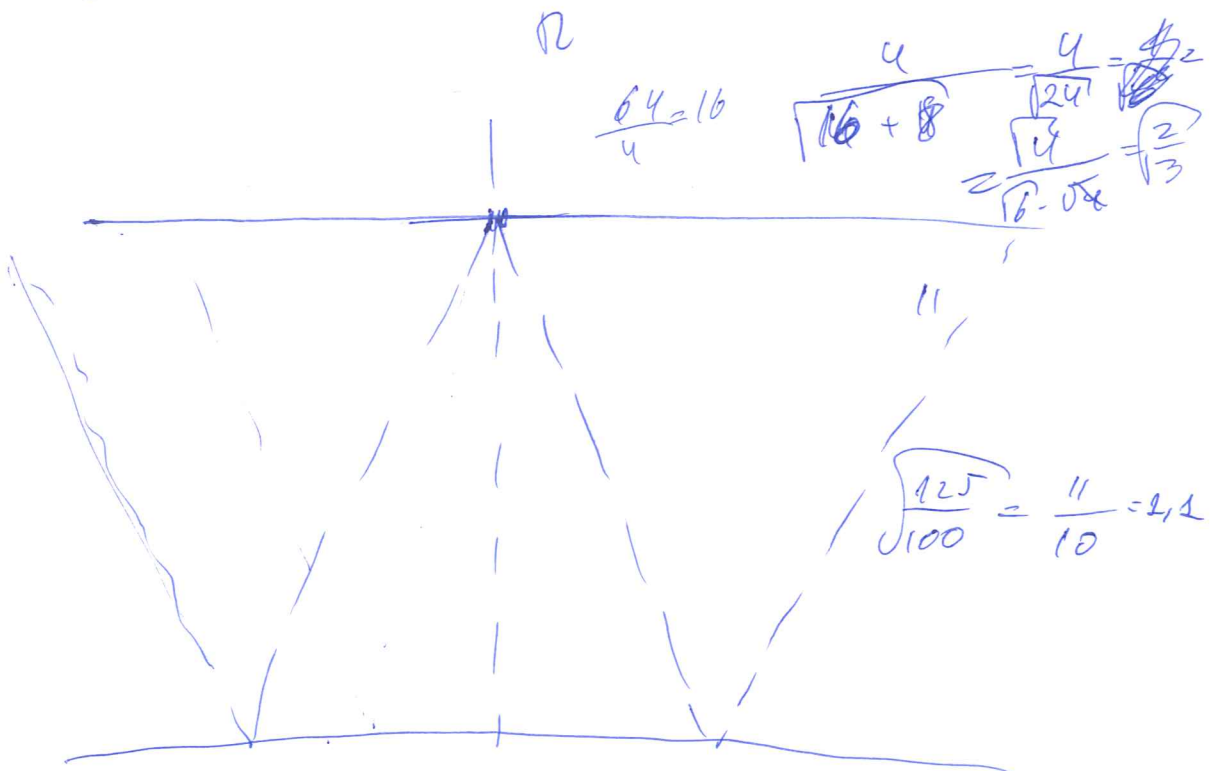
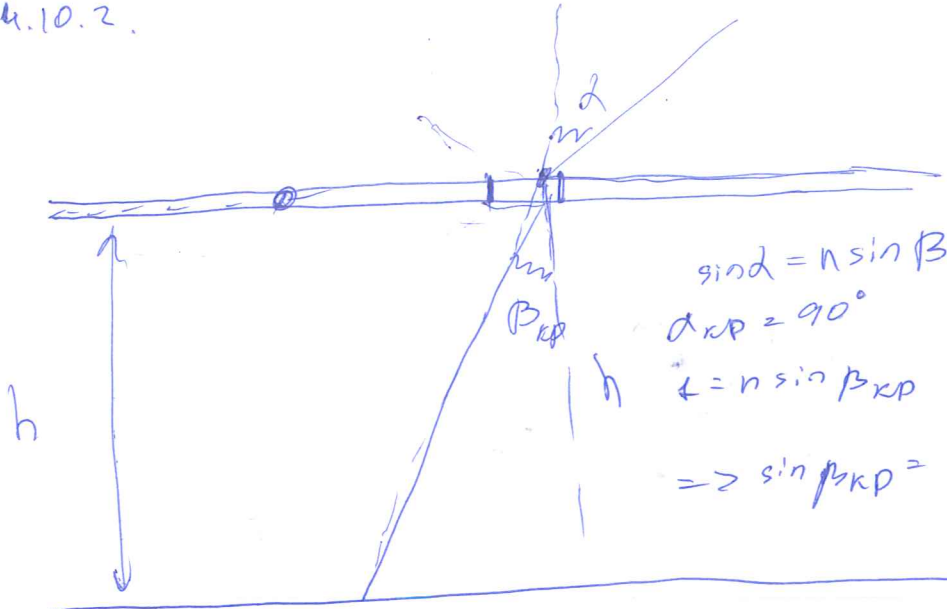
$$2\pi - 2 \left( \sqrt{2 \left(1 - \frac{r}{R_1}\right)^2} + \sqrt{2 \left(1 - \frac{r}{R_2}\right)^2} \right) = v_1 \frac{\uparrow}{R_1} + v_2 \frac{\uparrow}{R_2}$$

Черновик

$$\Sigma^2 = \frac{R_1^2 - r^2}{R_1^2} + \frac{R_2^2 - r^2}{R_2^2} + 2 \frac{\sqrt{(R_1^2 - r^2)(R_2^2 - r^2)}}{R_1 R_2}$$

$$\Sigma^2 = \frac{R_1^2 R_2^2 - r^2 R_2^2 + R_2^2 R_1^2 - r^2 R_1^2}{R_1^2 R_2^2} + 2 \frac{\sqrt{R_1^2 R_2^2 - R_1^2 r^2 - R_2^2 r^2}}{R_1 R_2}$$

4.10.2.



$$\frac{R^2}{4} + h^2 = \frac{R^2}{4} \cdot n^2$$

$$h^2 = \frac{R^2}{4} (n^2 - 1) \quad n = \frac{R}{2} \sqrt{n^2 - 1}$$

