0 670222 210008

67-02-22-21
(3,4)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Нагорской Таисии Станиславовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

дешифр

Дата

«9» февраля 2024 года

Подпись участника

Нагор

67-02-22-21 (3.4)

Чистовик №1

№ 3.10.1

Дано:

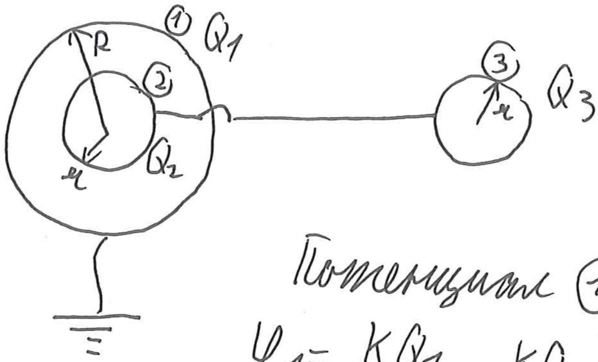
$r = 2$ см

$q_1 = 6 \cdot 10^{-10}$ Кл

$q_2 = 2 \cdot 10^{-10}$ Кл

$R - ?$

Реш-ие:



Пусть заряды сфер Q_1, Q_2, Q_3 (см. рис.)

Потенциал 1 сферы:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1 = \frac{kQ_1}{R} + \frac{kQ_2}{R}\\ \text{т.к. сфера заземлена}, \varphi_1 = 0\end{aligned}\right\} \Rightarrow Q_1 = -Q_2$$

$$\varphi_2 = \frac{kQ_2}{r} + \frac{kQ_1}{R} = \frac{kQ_2}{r} - \frac{kQ_2}{R}$$

$$\varphi_3 = \frac{kQ_3}{r}$$

(т.к. шары пров-ие, их заряд равномерно распределён по поверх-ти $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ считаем их сферами)

(т.к. шары удалены, их вкладом в потенциалы остальных тел можно пренебречь)

т.к. шары соединены проволокой, $\varphi_2 = \varphi_3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow kQ_2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = \frac{kQ_3}{r}$$

$$\left.\text{т.к. } \frac{1}{r} - \frac{1}{R} < \frac{1}{r},\ Q_2 > Q_3 \Rightarrow \begin{aligned}Q_2 = q_1\\ Q_3 = q_2\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_1\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = \frac{q_2}{r} \Leftrightarrow q_1\left(1 - \frac{r}{R}\right) = q_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow q_1 \frac{r}{R} = q_1 - q_2 \Rightarrow R = \frac{q_1 r}{q_1 - q_2} = \frac{6 \cdot 2}{6 - 2} = 3 \text{ см}$$

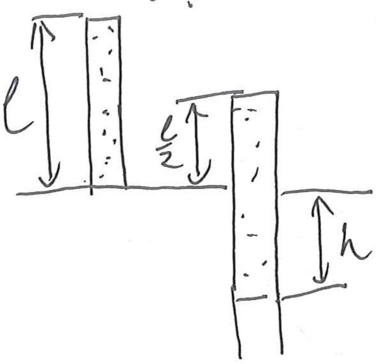
Ответ: $R = 3$ см

№ 2.5-1 Чистовик №2

Дано:
$l = 1м$
$h = 0,45м$
$p_0 = 10^5 Па$
$\rho_0 = 1000 кг/м^3$
$g = 10м/с^2$

$p_н$ - ?

Реш-ие:



В начальном сост-ии:
$p_н l S = \nu_1 RT$
(S - площадь попер. сеч-ия трубки)
$p_{c1} l S = \nu_c RT$

По з-ну Дальтона: $p_1 = p_н + p_{c1}$
Система нах-ся в равновесии $\Rightarrow$
$\Rightarrow p_1 = p_0 = p_н + p_{c1}$ +

После погружения:
$p_{c2}\left(\frac{l}{2}+h\right) S = \nu_c RT$
Объём ~~...~~ содержимого трубки (в частности пара) уменьшился.
При постоянном кол-ве вещ-ва и T=const такое возможно только при увеличении давления.
Но оно не может превышать $p_н \Rightarrow$
$\Rightarrow$ часть пара сконденсировалась, а пар остался насыщенным
$p_н\left(\frac{l}{2}+h\right) S = \nu_2 RT$

+ $p_2 = p_н + p_{c2} = p_0 + \rho_0 g h$

$$\begin{cases} p_н + \frac{\nu_c RT}{lS} = p_0 \\ p_н + \frac{\nu_c RT}{\left(\frac{l}{2}+h\right)S} = p_0 + \rho_0 g h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\nu_c RT}{S} = p_0 l - p_н l \\ \frac{\nu_c RT}{S} = (p_0 + \rho_0 g h)\left(\frac{l}{2}+h\right) - p_н\left(\frac{l}{2}+h\right) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_0 l - p_н l = (p_0 + \rho_0 g h)\left(\frac{l}{2}+h\right) - p_н\left(\frac{l}{2}+h\right)$$

$$p_н = \frac{p_0 l - (p_0 + \rho_0 g h)\left(\frac{l}{2}+h\right)}{\frac{l}{2} - h} =$$

67-02-22-21 (3.4)

Чистовик №3

№ 2.5.1

$$= \frac{10^5 \cdot 1 - (10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}45)(0{,}45 + 0{,}5)}{0{,}5 - 0{,}45} = 14500 \text{ Па}$$

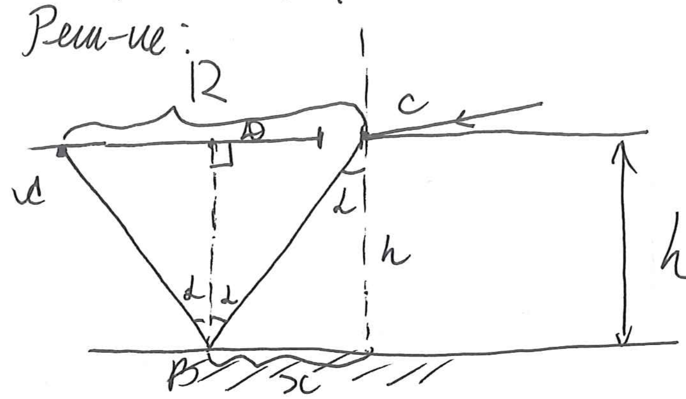
Ответ: $p_н = 14500$ Па

№ 4.10.1

Дано:
$h = 5$ см
$n = 1{,}5$

$R - ?$

Реш-ие:



Свет рассеянный ⇒
⇒ углы падения на поверх-ть жид-ти любые от $0°$ до $\approx 90°$

Максим-ый угол прелом-ия соответ-ет максим. углу падения $\approx 90°$

По з-ну Снелла: $\sin 90° = n \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{n}$ +

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{n^2-1}}{n}$

$tg\alpha = \frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$

$tg\alpha = \frac{x}{h} \Rightarrow x = h\, tg\alpha = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}}$ (из ф-лы видно, что x_{max} при α_{max})

После преломления луч отр-ся от нижней пов-ти жид-ти (угол пад-ия α = углу отр-ия)

$\triangle ABD = \triangle CBD$ (как п/у (по углу и общей ст-не))

$\Rightarrow x = \frac{R}{2} \Rightarrow R = 2h\, tg\alpha$ ⇒

Очевидно, что в силу симметрии, это и будет радиус освещённой части (размером отверстия пренебречь) дешифр

№ 4.16.1 Чистовик № 4

$$R = \frac{2h}{\sqrt{n^2-1}} = \frac{2\cdot 5}{\sqrt{\frac{9}{4}-1}} = \frac{2\cdot 5\cdot 2}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}\ см$$

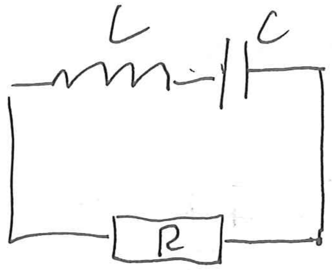
Ответ: $R = 4\sqrt{5}$ см

№ 5.4.1

Дано:
$R = 1$ Ом
$L = 0{,}3$ Гн
$C = 30$ мкФ
$U = 2$ В
$\pi \approx 3{,}14$

Q - ?

Реш-ие:



В момент, когда $I = I_{max}$, $\frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow U_L = 0 \Rightarrow$
$(U_L = L\frac{dI}{dt})$

$\Rightarrow U_C = U_R = U$

$I_m R = U \Rightarrow I_m = \frac{U}{R}$

~~т.к. по условию $Q \ll (W_L + W_C)$, используем ЗСЭ~~

$\cancel{\frac{CU^2}{2} + L}$ По усл-вию кол-ия слабо затухающие, $Q \ll (W_L + W_C) \Rightarrow$ считаем, что $T \approx 2\pi\sqrt{LC}$, а q и I подчин-ся гармонич-ому з-ну

$Q_R = I^2 R T$ - за период
$I = I_m \sin(wt)$
$\Big\} \Rightarrow Q_R = I_m^2 R T \cdot \sin^2(wt)$

$\langle \sin^2(wt) \rangle = \frac{1}{2}$ - среднее зн-ие ф-ии за период

$$\Rightarrow Q_R = \frac{I_m^2 R T}{2} = I_m^2 R \pi \sqrt{LC} = \frac{U^2}{R}\pi\sqrt{LC} =$$
$$= \frac{2^2}{1}\cdot \pi\sqrt{0{,}3\cdot 30\cdot 10^{-6}} = 4\cdot 3\cdot 10^{-3}\cdot \pi \approx 38\ мДж$$

Ответ: $Q_R \approx 38$ мДж

Чистовик №5

№ 1.4.1

Дано:

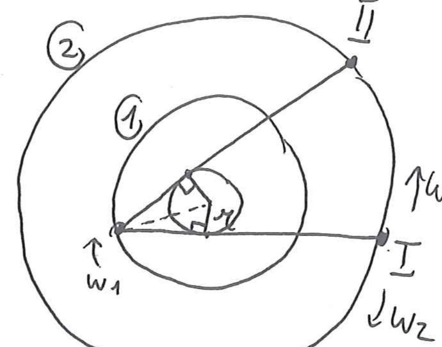
$R_1 = 6{,}4\cdot10^4$ км

$R_2 = 10^5$ км

$g = 9$ м/с^2

τ – ?

Реш-ие:



На поверх-ти Земли: $mg = \frac{GMm}{r^2}$, где M – масса планеты $\Rightarrow$

$\Rightarrow gr^2 = GM$

Для ① спутника: $m_1\omega_1^2 R_1 = \frac{GMm_1}{R_1^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_1^2 = \frac{gr^2}{R_1^3} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{g}{R_1}}\cdot\frac{r}{R_1}$

Аналогично $\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{R_2}}\cdot\frac{r}{R_2}$

Перейдём в СО, связанную с 1-ым спутником. Т.к спутники вращ-ся вокруг одного центра, $\omega_2 = \omega_{21} + \omega_1 \Rightarrow \omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$

Пусть они дв-ся по ч. стр.

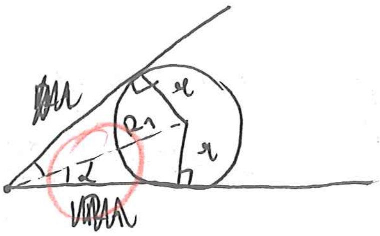
Т.к. $R_1 < R_2$, $\omega_1 > \omega_2$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_{21} < 0 \Rightarrow$ В этой СО ② спутник дв-ся пр. ч-стр.

Очевидно, что во всех СО время пребыван. в „слепой зоне" τ одинаково. В данной СО это время равно времени дв-ия спутника из пол-ия I в пол-ие II (см. рис.), где прямая, соед-ие спутники (лазерный луч), кас-ся планеты.

Чистовик №6

№1.4.1



Угол на кот-ый повернулся спутник: $\varphi = (w_1 - w_2)\tau$

В то же время $\varphi = 2\alpha$

$$\left.\begin{array}{l} \sin\alpha = \frac{r}{R_1} \\ \text{По усл-ию } r \ll R_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha \approx \frac{r}{R_1} \Rightarrow \varphi = \frac{2r}{R_1}$$

$$\frac{2r}{R_1} = (w_1 - w_2)\tau = r\left(\frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{g}{R_1}} - \frac{1}{R_2}\sqrt{\frac{g}{R_2}}\right)\tau \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \tau = \frac{2}{R_1\left(\frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{g}{R_1}} - \frac{1}{R_2}\sqrt{\frac{g}{R_2}}\right)} = \frac{2}{\sqrt{\frac{g}{R_1}} - \frac{R_1}{R_2}\sqrt{\frac{g}{R_2}}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\frac{9}{64\cdot 10^6}} - \frac{64}{100}\sqrt{\frac{9}{10^8}}} = \frac{2}{\frac{3}{8\cdot 10^3} - \frac{64\cdot 3}{100\cdot 10^4}} =$$

$$= \frac{2\cdot 10^6}{183} = 10928\frac{176}{183}\ c$$

Ответ: $\tau = 10928\frac{176}{183}$ с

Черновик

$$\frac{2\cdot 10^6}{183} =$$

$$\begin{array}{r|l} 2000000 & 183 \\ \hline -183 & 10928 \\ 1700 & \\ -1647 & \\ 530 & \\ -366 & \\ 1640 & \\ -1464 & \\ 176 & \end{array}$$

$10928 \frac{176}{183}$

$$\frac{10^5 - (10^5 + 0{,}45\cdot 10^4)\cdot 0{,}95}{0{,}05} = \frac{10^5\cdot 0{,}05 - 10^4\cdot 0{,}45\cdot 0{,}95}{0{,}05} =$$

$= 10^5 - 10^4\cdot 19\cdot 0{,}45 = 100000 - 19\cdot 45\cdot 100$

$45 \cdot 19 = 405 + 45 = 855$

$100000 - 85500 = 14500$

$4\cdot\pi\sqrt{0{,}3\cdot 30\cdot 10^{-6}}$

$12\pi\cdot 10^{-3}$

$314 \cdot 12 = 628 + 314 = 3768$

$64\cdot 24 = 256 + 128 = 1536$

$$\sqrt{\frac{g}{R_1}} = \sqrt{\frac{9}{64\cdot 10^0}} = \frac{3}{8\cdot 10^3}$$

$3000 - 1536 = 1464$

$$\sqrt{\frac{g}{R_1}} - \frac{R_1}{R_2}\sqrt{\frac{g}{R_2}}$$

$$\sqrt{\frac{g}{R_2}} = \sqrt{\frac{9}{10^8}} = \frac{3}{10^4}$$

$$\frac{2}{\frac{3}{8\cdot 10^3} - \frac{64}{100}\cdot\frac{3}{10^4}} = \frac{2}{\frac{3000 - 64\cdot 24}{8\cdot 10^6}}$$

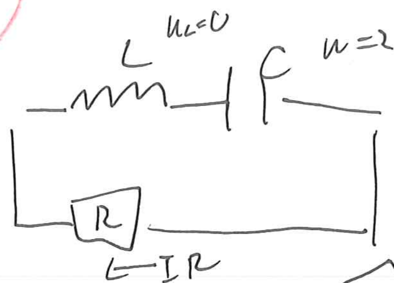
$$= \frac{2\cdot 8\cdot 10^6}{1464} = \frac{2\cdot 10^6}{183}$$

$$\begin{array}{r|l} 2000000 & 183 \\ \hline -183 & 10928 \\ 1700 & \\ -1647 & \\ 530 & \\ -366 & \\ 1640 & \\ -1464 & \\ 176 & \end{array}$$

Черновик

$\frac{2}{8\cdot 64\cdot 1 \quad 3(1000-8\cdot 641)}{8\cdot 64\cdot 10^{4}}$ $\quad \frac{2\cdot 8\cdot 64\cdot 10^4}{3\cdot 488}$

$T \approx 2\pi\sqrt{LC}$ $\quad 64 \cdot 8 = 512$



$IR = U$

$I = \frac{U}{R}$

$I_{эф} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ $\quad 1000 - 512 = 488$

$Q = I^2 R T$ $\quad \sqrt{\frac{g}{R_1}} = \sqrt{\frac{g}{64\cdot 10^6}} =$ $\quad \frac{CU^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$

$q = q\cos wt$ $\quad I_m = \sqrt{\frac{C}{L}}\,U$

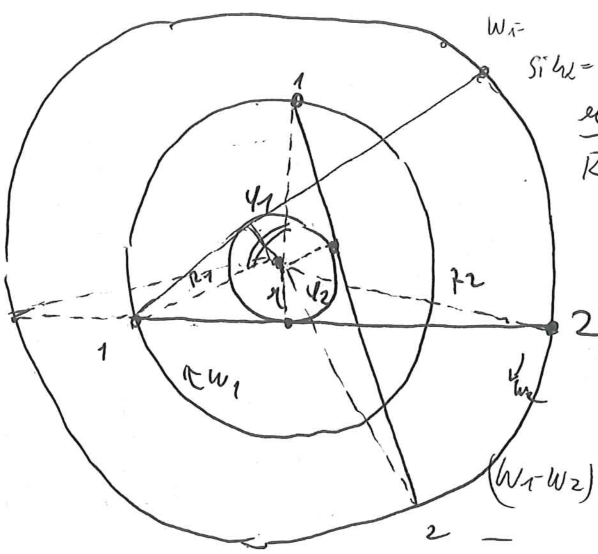
$I_m^2 = \frac{3}{8\cdot 10^3}$

$= \frac{2}{\frac{3\cdot 1}{8\cdot 6410} - \frac{3}{10^4}}$ $\quad \frac{1}{2}$ $\quad Q = \frac{I_m^2}{2} R T = I_m^2 \pi\sqrt{LC}\, R =$

$\sqrt{\frac{g}{10^8}} = \frac{3}{10^4}$

$2\pi R_1$

$w_1^2 R_1 = \frac{GM}{R_1^2}$ $\quad \frac{GM}{R^2} = g$



$\frac{a}{R_1}$ $\quad w_1 = \frac{a}{R_1}\sqrt{\frac{g}{R_1}}$ $\quad \frac{2\cdot 8\cdot 64\cdot 10^4}{3\cdot 488}$ $\quad 61$

$w_2 = \frac{a}{R_2}\sqrt{\frac{g}{R_2}}$ $\quad \frac{128}{183}\cdot 10^4$

$R_2 > R_1$

$w_1 > w_2$ $\quad \frac{3}{8\cdot 10^3}$

$(w_1 - w_2)\,t = \varphi_1 - \varphi_2$ $\quad w_1 = a\sqrt{\frac{g}{64\cdot 10^3}} =$

$=$ $\quad w_2 = w_{21} + w_1$

$\frac{2a}{R_1} = (w_1 - w_2)\,t$ $\quad (w_1 - w_2)t = \nu$ $\quad = \frac{1}{80}$

$A + \frac{2a}{R_2} = a\left(\frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{g}{R_1}} - \frac{1}{R_2}\sqrt{\frac{g}{R_2}}\right)$ $\quad \lambda = \frac{a}{R_1}$ $\quad \lambda_2 = \frac{a}{R_2}$

$\nu = \frac{a}{R_2}$

$t = \frac{2}{R_2}$

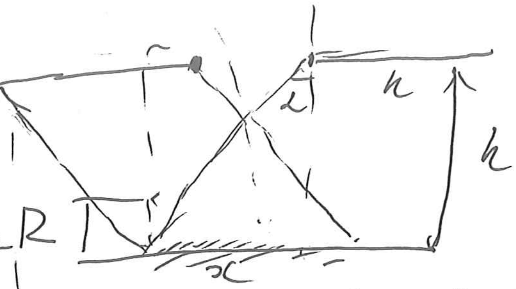
$2\pi - 2\frac{a}{R_2}$

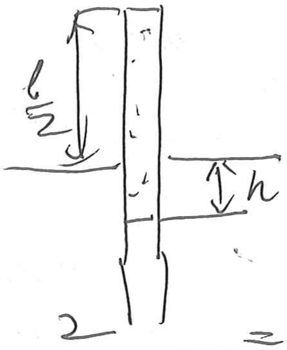
$2\pi - (2\pi - 2\frac{a}{R_2}) = \frac{2a}{R_2}$

$t = \frac{2}{R_2\left(\frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{g}{R_1}} - \frac{1}{R_2}\sqrt{\frac{g}{R_2}}\right)} = \frac{2}{10^5\left(\frac{1}{64\cdot 10^3}\cdot\frac{3}{8\cdot 10^3} - \frac{1}{10^5}\cdot\frac{3}{10^4}\right)} =$

Черновик

$p_н lS = \nu_1 RT \quad p_{c1} lS = \nu_c RT$





$p_н\left(\frac{l}{2}+h\right) = \nu_2 RT$

$\sin\alpha = \frac{1}{n} \quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{n^2-1}}{n}$

~~внеш~~

$p_{c2}\left(\frac{l}{2}+h\right)S = \nu_c RT \quad tg\alpha = \frac{x}{h}$

$\frac{2}{\frac{3}{8\cdot10^3} - \frac{64\cdot3}{10^6}} = \quad p_{c1} + p_н = p_0 \quad x = h\frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$

$p_{c2} + p_н = p_0 + \rho_0 g h$

$= 10^5 - 10^4\cdot19\cdot0{,}45 \quad \frac{\nu_c RT}{lS} + p_н = p_0 \quad \frac{\nu_c RT}{lS} = p_0 - p_н$

$100000 - 19\cdot4500 \quad \frac{\nu_c RT}{\left(\frac{l}{2}+h\right)S} + p_н = p_0 + \rho_0 g h$

$\frac{\nu_c RT}{\left(\frac{l}{2}+h\right)S} = p_0 - p_н - \rho_0 g h$

19
45
95
76
855

$\frac{\cancel{p_0 - p_н - \rho_0 g h}}{p_0 - p_н}\cancel{\left(\frac{l}{2}+h\right)} = \cancel{\frac{l}{2}} \quad \frac{l}{\frac{l}{2}+h}$

$p_0\left(\frac{l}{2}+h-l\right)$

$h - \frac{l}{2}$

$\begin{array}{r} 100000 \\ 85500 \\ \hline 14500 \end{array}$

$(p_0 - \rho_0 g h)\left(\frac{l}{2}+h\right) - p_н\left(\frac{l}{2}+h\right) =$

$= p_0 l - p_н l$

64
24
256

$= \frac{2}{\frac{3000 - \frac{100000}{4500}}{8\cdot10^6}}$

$p_н = \frac{\cancel{p_0 - \rho_0 g h}\left(\frac{l}{2}+h\right) - p_0 l}{}$

$= \frac{p_0 l + l\rho_0 g h - p_0\left(\frac{l}{2}+h\right)}{\frac{l}{2} - h}$

64
24
256
128

$= \frac{10^5 - (10^5 + 10^4\cdot0{,}45)\,0{,}95}{0{,}5 - 0{,}45}$

$\begin{array}{r} 256 \\ 128 \\ \hline 1536 \\ 3000 \\ 1464 \end{array}$

$\frac{2\cdot\cancel{8}\,10^6}{1464} = \frac{2\cdot10^6}{183}$

$= \frac{10^5\cdot0{,}05 - 10^4\cdot0{,}45\cdot0{,}95}{0{,}05} =$

$= \frac{5\cdot10^5 - 10^4\cdot95\cdot0{,}45}{5} =$

Черновик

$w_1^2 = \frac{GM}{R_1^3}$

$\frac{v_1^2}{R_1} = \frac{GM}{R_1^2}$ $\quad g = \frac{GM}{r^2}$

$w_2^2 = \frac{GM}{R_2^3}$

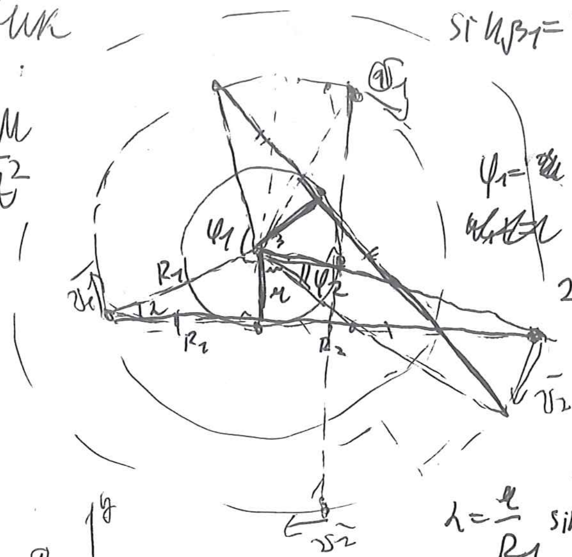
$v_1^2 = \frac{GM}{R_1}$

$v_2^2 = \frac{GM}{R_2}$

$w_1 > w_2$

$w_1^2 = \frac{g r^2}{R_1^3} \leq 1$

$\sin\beta_1 = \frac{r(R_1+R_2)}{R_1 R_2}$

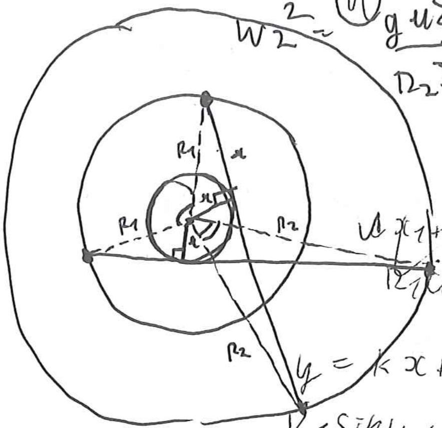


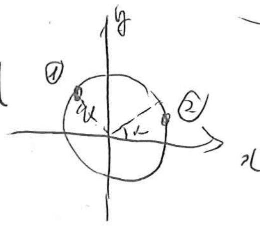
$\varphi_1 = 2\pi - 2\beta_1 + \varphi_2$

$2\beta_1 - \varphi_2$

$\lambda = \frac{r}{R_1}$ $\quad \frac{R_1+R_2}{\sin\beta_1} = \frac{R_2 R_1}{r}$

$w_2^2 = \frac{g r^2}{R_2^3} \leq 1$





$x_1 = R_1 \cos w_1 t$

$y_1 = R_1 \sin w_1 t$ $\quad \frac{2\cdot 5}{\sqrt{\frac{9}{4}-1}} =$

$x_2 = R_2 \cos w_2 t$

$y_2 = R_2 \sin w_1 t$ $\quad \frac{2\cdot 5 \cdot 2}{\sqrt{5}}$

$Ax_1 + By_1 + C = 0$

$R_1 \cos w_1 t$

$y = kx + b$ $\quad \frac{3{,}14}{12}$ $\quad 6{,}28$

$Ax + By + C = 0$

$R_1 \sin w_1 t = k R_1 \cos w_1 t + b$

$A R_1 \cos w_1 t + B R_1 \sin w_1 t + C = 0$

$A R_2 \cos w_2 t + B R_2 \sin w_2 t + C = 0$

$l: kx - y + b = 0$ $\quad R_2 \cos$

$y_1 = kx_1 + b$ $\quad 37{,}68$

$y_2 = kx_2 + b$

$\sqrt{0{,}3 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} = \sqrt{9 \cdot 10^{-6}} = 3 \cdot 10^{-3}$

$\rho(O; l) \leq R$

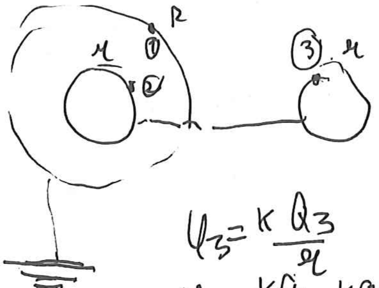
$\rho(O; l) = \frac{|b|}{\sqrt{k^2+1}} < R$

$y_1 - y_2 = k(x_1 - x_2)$

$k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

$b = y_1 - \frac{(y_1 - y_2)x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 x_1 - y_1 x_2}{x_1 - x_2}$

$k = \frac{R_1 \cos w_1 t + R_2 \cos w_2 t}{R_1 \sin w_1 t - R_2 \sin w_2 t} =$



$\sqrt{R_1^2 + R_2^2}$

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{R_2}{R_1}$

$\frac{\cos(w_1 t + \varphi)}{\sin(w_2 t + \varphi)}$

$\varphi_3 = \frac{kQ_3}{r}$ $\quad = \frac{R_1 + R_2}{}$

$\varphi_2 = \frac{kQ_2}{r} + \frac{kQ_1}{R}$ $\quad b(R_1 w_1 - R_2 w_2)$ $\quad \frac{w_1+w_2}{2} = x$

$\varphi_3 = \frac{kQ_3}{r}$ $\quad b = \frac{R_1 R_2 \sin w_1 t \cdot \cos w_1 t - R_1 R_2 \sin w_2 t \cos w_2 t}{}$ $\quad \frac{w_1 - w_2}{2} = y$

$\varphi_1 = \frac{kQ_2}{R} + \frac{kQ_1}{R} = 0$ $\quad Q_1 = -Q_2$

$\varphi_2 = \frac{kQ_2}{r} - \frac{kQ_2}{R}$

$\varphi_1 = 2\pi - 2\beta_1 + \varphi_2$

$r \sin\beta_1 =$ $\quad w_1 = \frac{r}{R_1}\sqrt{\frac{g}{R_1}}$ $\quad (w_1 - w_2)t = 2\pi - 2\beta_1$

$w_1^2 = \frac{GM}{R_1^3} = \frac{g r^2}{R_1^3}$ $\quad w_2 = \frac{r}{R_2}\sqrt{\frac{g}{R_2}}$ $\quad t = \frac{2\pi - 2\beta_1}{w_1 - w_2}$