17-57-66-78
(4.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов по физике"

по

Нигматуллина Тагира Равилевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«9» февраля 2024 года

Подпись участника

17-57-66-78
(4.2)

Черновик

~~$P_{возд} + P_{нас} = P_0$~~

№ 1

$g = G \cdot \frac{M}{R_{пл}^2}$

№ 3.10.2

$g = G \cdot \frac{M}{(R_1 + R_{пл})^2}$

$\varphi_R = 0$

$P_{возд} + P_{нас} = P_0$ $\quad P_0 + \rho g h$

№ 2.5.2

$(P_0 + P_{нас})$ $\quad \frac{L}{2}$ $\quad h$

$P_{нас}$

$P_0 \to P^*$

P_0 $\quad mg$ $\quad P_0 + P_{н}$

$P_{возд} = P_{возд_0} \cdot \frac{L}{\frac{L}{2} + h}$

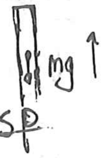
$\rho g h + P_0$

$(P_0 + P_{нас}) L S = \nu_\Sigma R T$

$(\frac{L}{2} + h) S (P^*) = \nu_\Sigma R T$

~~$(L \cdot S) P_0 = \nu_B R T$~~ $\quad (\frac{L}{2} + h) S P$

~~$(L \cdot S) P_{нас} = \nu_{нас} R T$~~



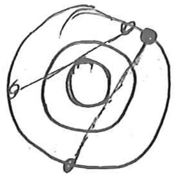
mg

$P^* = \frac{L}{\frac{L}{2} + h} (P_0 + P_{нас})$

Изначально

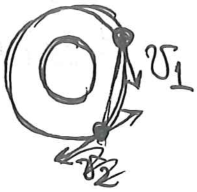
потом

$\varphi_R = \frac{kq_1}{r}$

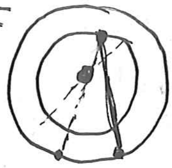


R $\quad q_2$ $\quad r$ $\quad \varphi_R = 0$

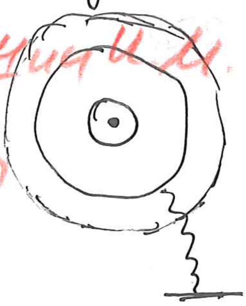
$\varphi_r \left\{ (\frac{L}{2} - h) S \cdot \rho_0 g \right.$

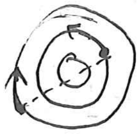


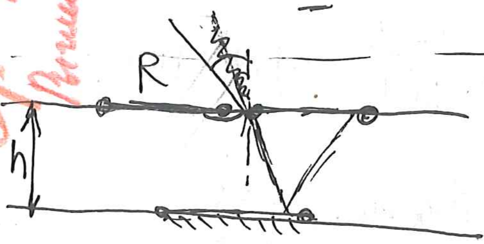
v_1 $\quad v_2$



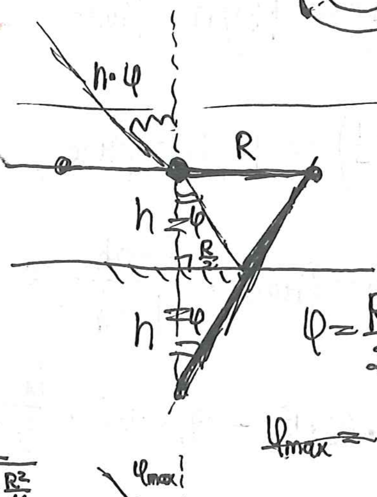
Изначально:







R $\quad h$



$n \cdot \varphi$ $\quad R$ $\quad h$ $\quad h$

$\frac{1}{1{,}5} = \frac{2}{3}$

$\frac{1}{n} = \frac{R}{2h}$

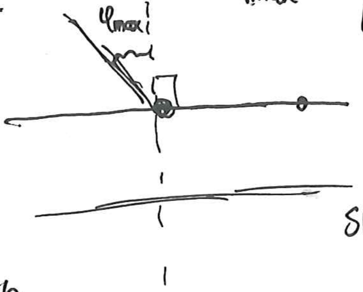
$\varphi = \frac{R}{2h}$ $\quad h = \frac{R}{2n}$

$\sin \varphi_{max} = \frac{1}{n}$

$\frac{1}{n} = \frac{R}{2 \cdot \sqrt{h^2 + \frac{R^2}{4}}}$

$\Downarrow$

$\frac{1}{n} = \frac{R}{\sqrt{4h^2 + R^2}}$



φ_{max}

~~$\varphi_{max} = n$~~

~~$\frac{\varphi_{max}}{n} \leq \frac{\pi}{2}$~~

$\varphi_{max} \leq \frac{\pi}{2} \cdot n$

$\sin \varphi_{max} = \frac{1}{n}$

$\varphi_{max} = \frac{1}{n}$

$\sqrt{4h^2 + R^2} =$ ~~$R + n$~~ $R \cdot n$

$4h^2 + R^2 = R^2 n^2 \Rightarrow h = \sqrt{\frac{R^2(n^2 - 1)}{2}} = R \cdot \sqrt{\frac{n^2 - 1}{2}}$

1	2	3	4	5	
12	20	20	20	9	81

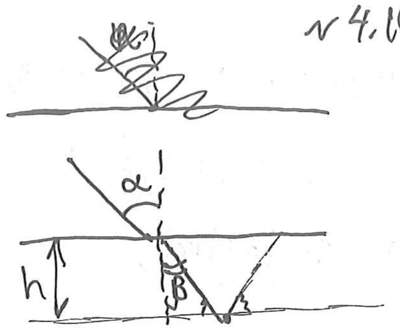
Харисова

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

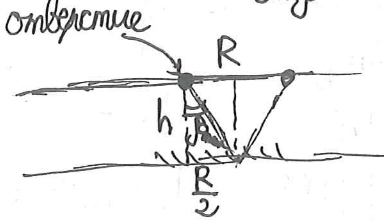
17-57-66-78 (4.2)

Чистовик

№ 4.10.2.



преломление на верхней пов-ти жидкости: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$



по з-ну отражения ~~луч~~, падающий и отражен. луч симметричны отн. нормали к нижней границе слоя (где зеркало)

Рассмотрим β_{max}: $\sin\beta_{max} = \frac{R}{2\cdot\sqrt{h^2+\frac{R^2}{4}}} = \frac{R}{\sqrt{4h^2+R^2}}$

~~При этом β_{max} соответствует α_{max} – угол полного внутр. отраж. (при $\alpha = \alpha_{max} - \varepsilon$ получаем β_{max}, $\varepsilon \to 0$)~~

~~П.В.О.: $\sin\alpha_{max} = \frac{1}{n}$~~

При этом $\sin\beta_{max} = \frac{1}{n}$ (т.к. β_{max} соответствует полное внутр. отраж.: $\frac{\sin 90^\circ}{\sin\beta_{max}} = n$, $\sin\beta_{max} = \frac{1}{n}$)

$\Downarrow$

$$\frac{1}{n} = \frac{R}{\sqrt{4h^2+R^2}} \Rightarrow R\cdot n = \sqrt{4h^2+R^2} \Rightarrow 4h^2 = R^2(n^2-1),$$

$$h = \frac{R}{2}\cdot\sqrt{n^2-1}$$

$$h = \frac{8\,см}{2}\cdot\sqrt{1{,}5^2-1} = 4\,см\cdot\sqrt{1{,}25} \approx 4{,}4\,см$$

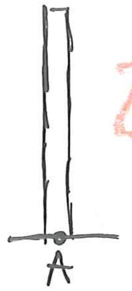
Ответ: $h = \frac{R}{2}\cdot\sqrt{n^2-1} \approx 4{,}4\,см$

+

17-57-66-78 (4.2)

Чистовик

№ 2.5.2.



равновесие в т. A изначально:

$p_0 = p_в + p_{нас}$, где $p_в$ – давление воздуха в трубке изначально

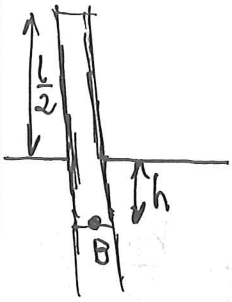
Ур-е Менделеева–Клапейрона для воздуха

вначале: $p_в \cdot l \cdot S = \nu RT$

в конце: $p_в' \cdot \left(\frac{l}{2}+h\right) S = \nu RT$

$\Downarrow$

$$p_в' = p_в \cdot \frac{l}{\frac{l}{2}+h} = \frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{h}{l}} \cdot p_в$$



равновесие в т. B. в конце:

$p_в' + p_{нас} = \rho_0 g h + p_0$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} p_0 = p_в + p_{нас} \\ p_в' + p_{нас} = \rho_0 g h + p_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} p_в = p_0 - p_{нас} \quad (1) \\ \frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{h}{l}} \cdot p_в = \rho_0 g h + p_0 - p_{нас} \quad (2) \end{cases}$$

делим (1) на (2):

$$\frac{1}{2}+\frac{h}{l} = \frac{p_0 - p_{нас}}{\rho_0 g h + p_0 - p_{нас}}, \quad \left(\frac{1}{2}+\frac{h}{l}\right)(\rho_0 g h) \cancel{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}-\frac{h}{l}\right)(p_0 - p_{нас})$$

$$p_0 = p_{нас} + \frac{\frac{1}{2}+\frac{h}{l}}{\frac{1}{2}-\frac{h}{l}} \cdot \rho_0 g h$$

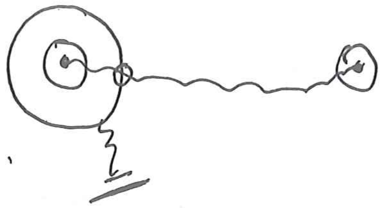
$$p_0 = 14{,}5\,кПа + \frac{\frac{1}{2}+0{,}45}{\frac{1}{2}-0{,}45} \cdot 4{,}5\,кПа = \left(14{,}5 + \frac{0{,}95}{0{,}05} \cdot 4{,}5\right) кПа =$$

$$= (10 + 4{,}5 \cdot 20)\, кПа = 100\, кПа = 10^5\, Па$$

Ответ: $p_0 = p_{нас} + \frac{\frac{1}{2}+\frac{h}{l}}{\frac{1}{2}-\frac{h}{l}} \cdot \rho_0 g h$, $p_0 = 10^5$ Па

Чистовик

№3.10.2.



Потенциал сферы радиуса R равен 0, т.к. она заземлена $\Rightarrow \frac{kq_1}{R} + \frac{kQ}{R} = 0$ (второй шар на большом расстоянии $\Rightarrow$ его не учитываем) $\Rightarrow Q = -q_1$ - заряд сферич. оболочки после соединения.

Потенциал второго шара $\varphi_2 = k\frac{q_2}{r}$

Первого $\varphi_1 = \frac{kq_1}{r} + \frac{kQ}{R} = \frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R}$

$\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow k\frac{q_2}{r} = \frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R} \Rightarrow \cancel{q_2 \cdot R = q_1(R-r) \Rightarrow}$

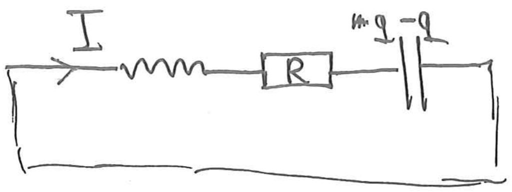
$\cancel{\Rightarrow r =} \Rightarrow q_1 \cdot r = (q_1 - q_2)R \Rightarrow \cancel{q_1}$

$\Rightarrow r = \frac{q_1 - q_2}{q_1} \cdot R = \left(1 - \frac{q_2}{q_1}\right) \cdot R$

$r = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot 3\text{ см} = 2\text{ см}$

Ответ: $r = \left(1 - \frac{q_2}{q_1}\right) \cdot R$ +, $r = 2\text{ см}$

Чистовик   Задача 5.4.2. +1



Найдём ток в момент времени из ~~задачи~~ условия задачи (когда I достигает локального максимального знач.)

Локальный max => $\dot{I} = 0$ => напряж. на катушке $U_L = L\dot{I} = 0$ в этот момент. Тогда $U_C = IR$ => +4

$I = \frac{U}{R}$. Тогда энергия в этот момент:

$$W_0 = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{LU^2}{2R^2} + \frac{CU^2}{2}$$

$$\cancel{L\cdot\ddot{q} + \dot{q}R + \frac{q}{C} = 0}$$

$$\cancel{L\cdot\ddot{q} + \frac{q}{C}} \quad \cancel{L\cdot\ddot{q} + \frac{q}{C} + \dot{q}R}$$

$$L\cdot\ddot{q} + \dot{q}R + \frac{q}{C} = 0 \qquad LC\cdot\ddot{q} + \dot{q}\cdot RC + q(t) = 0$$

Период в RC контуре $T_{RC} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{RC}}$ +4

в LC контуре $T_{LC} = 2\pi\sqrt{LC}$

Ток равен

Чистовик

№ 1.4.2

$g = G\cdot\frac{M}{R^2}$, где R – радиус планеты

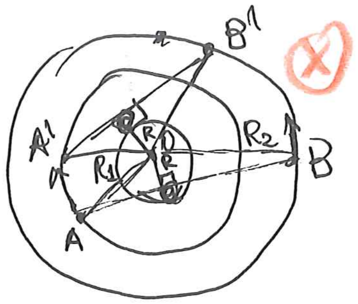
Для корабля 1: ~~ускорение~~ $\cancel{g_1 = G\cdot\frac{M}{R_1^2}}$

ускорение $a_1 = g_1 = G\cdot\frac{M}{R_1^2} = g\cdot\frac{R^2}{R_1^2}$ и является

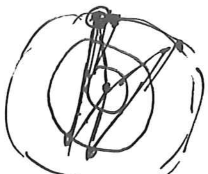
центростремительным: $a_1 = g\cdot\frac{R^2}{R_1^2} = \cancel{\frac{v_1^2}{R_2}}\ \frac{v_1^2}{R_1}$

аналогично со 2-ым кораблём:

$a_2 = g\cdot\frac{R^2}{R_2^2} = \frac{v_2^2}{R_2}$



угловые скорости: $\omega_1 = \frac{v_1}{R_1} = \sqrt{g\cdot\frac{R^2}{R_1^3}}$

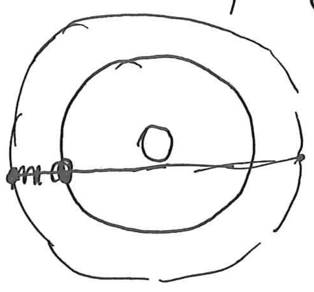


$\omega_2 = \sqrt{g\cdot\frac{R^2}{R_2^3}}$

угловая скорость сближ:

$\omega_{сближ} = \cancel{\omega_2 - \omega_1 =}\ \omega_1 - \omega_2 = \sqrt{g}\cdot R\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)$

линия, соед. 1 и 2 корабль касается планеты



треугольники $OA'B' = \triangle OAB$

(равные высоты R, стороны R_1, R_2)

⇓

$\angle(OA, OB) = \gamma \to (\angle OA', OB') = -\gamma$

(отсчитываем против часовой)

⇓

2γ – изменение угла

$$\tau = \frac{2\gamma}{\sqrt{g}\cdot R\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)} = \frac{2\gamma}{R}\cdot\frac{1}{\sqrt{g}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^3}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^3}}\right)}$$

Чистовик

$$\gamma = \frac{\sqrt{R_1^2-R^2}}{R_1} + \frac{\sqrt{R_2^2-R^2}}{R_2} = \cancel{R_1} \sqrt{\frac{R_1^2-R^2}{R_1^2}} + \sqrt{\frac{R_2^2-R^2}{R_2^2}} =$$

$$= \sqrt{1-\frac{R^2}{R_1^2}} + \sqrt{1-\frac{R^2}{R_2^2}} \approx 1-\frac{1}{2}\frac{R^2}{R_1^2} + 1-\frac{1}{2}\frac{R^2}{R_2^2}$$

$$\frac{2\gamma}{R} =$$

~~Чистовик~~ №2.5.2.

Черновик

Давление насыщенных паров воды при данной температуре остаётся постоянным и равным $p_{нас}$

~~Для воздуха:~~ Запишем ур-е Менделеева-Клапейрона для воздуха в трубке вначале:

$l\cdot S\cdot p_0 = \nu RT$, где S - площадь поперечного сеч. трубки

В конце: $\left(\frac{l}{2}+h\right)Sp = \nu RT$. Отметим, что воздух ~~за~~ стремиться занять весь объём

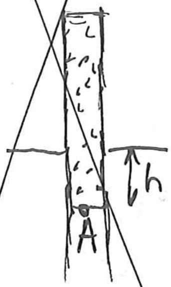
⇓

$$\frac{\frac{l}{2}+h}{l} = \frac{p_0}{p} \Rightarrow p = p_0\cdot\frac{l}{\frac{l}{2}+h}$$

$\sqrt{1,25}$

~~1,2~~ 1,1

В конце:



равновесие в т. A:

$\rho_0 g h + p_0 = p + p_{нас}$

$p+p_{нас}$, т.к. сумма парциальных давлений газов

$$\rho_0 g h + p_0 = p_0\cdot\frac{l}{\frac{l}{2}+h} + p_{нас}, \quad \cancel{p_0\cdot\left(\frac{2}{1+\frac{2h}{l}}\right.}$$

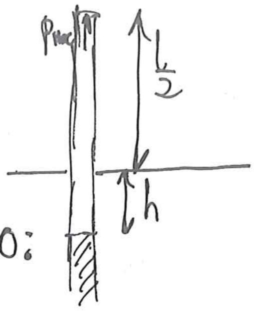
$$p_0\left(\frac{l}{\frac{l}{2}+h}-1\right) = \rho_0 g h - p_{нас}$$

$$p_0\left(\frac{2l}{l+2h}-1\right) = \rho_0 g h - p_{нас}, \quad p_0\cdot\frac{l-2h}{l+2h} = \rho_0 g h - p_{нас},$$

$$p_0 = (\rho_0 g h - p_{нас})\cdot\frac{l+2h}{l-2h} \; \cancel{; \; p_0 = (1000\cdot 10\cdot 45\cdot 10^{-2}}$$

$$p_0 = \left(10^3\cdot 10^1\cdot 45\cdot 10^{-2} - 14,5\cdot 10^3\right)\cdot\frac{l+2h}{l-2h} < 0$$

Черновик



$mg = \cancel{p_в}\, p_{нас} \cdot S$

$p_0 = p_в + p_{нас}$

$\cancel{mg + p_0 = \frac{p}{2}}$

$\cancel{mg = p_{нас} S + \rho_0 g (\frac{l}{2} - h) S}$

изначально:

$p_0 \cdot S_н$

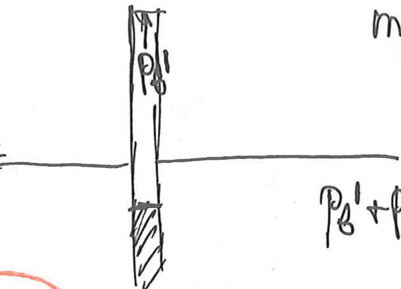
$mg = p_{нас} \cdot S + \rho_0 g \left(\frac{l}{2} - h\right) S$

$\frac{mg}{S} = p_в - p_0 + p_{нас}$

$p_{н_в}$

$(p_в - p_0) S + p_{нас} \cdot S = mg$

$mg = (p_в' - p_0) S + p_{нас} S$



$p_в' = p_в \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + h}$

$\frac{mg}{S} = p_в' \cdot \frac{\frac{l}{2} + h}{l} - p_0 + p_{нас}$

$p_в' + p_{нас} = \rho_0 g h + p_0$

$\rho_0 g h$

$mg = \rho_0 g h S + p_0 S - p_0 S =$

$= \rho_0 g h S$

$\frac{95}{5} = 19$

$\cancel{\rho_0 g h = \frac{1 + \frac{2h}{l}}{}}$

$\rho_0 g h = \left(\frac{1}{2} + \frac{h}{l}\right)(\rho_0 g h + p_0 - p_{нас}) - p_0 + p_{нас}$

$19 \cdot 4{,}5 + 4{,}5 + 10 =$

$= 20 \cdot 4{,}5 + 10 = 100$

$\rho_0 g h \left(\frac{h}{l} - \frac{1}{2}\right) + (p_0 - p_{нас})\left(\frac{h}{l} - \frac{1}{2}\right) = 0$

$14{,}5 + \underset{80}{4{,}5} \cdot \frac{0{,}95}{0{,}05}$

$\approx$

$\rho_0 g h = p_{нас} - p_0, \quad p_0 = p_{нас} - \rho_0 g h$

$p_0 = p_{нас} + \rho_0 g h \cdot \frac{\frac{1}{2} + \frac{h}{l}}{\frac{1}{2} - \frac{h}{l}}$

$\cancel{p_0 = p_в + p_{нас}}$

$\cancel{mg = p_{нас} \cdot S + \rho_0 g \left(\frac{l}{2} - h\right) S}$

$p_0 - p_{нас} = p_в$

$p_0 = p_в + p_{нас}$

$\rho_0 g h + p_0 - p_{нас} = p_в \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + h} = p_в \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{h}{l}}$

$p_в' + p_{нас} = \rho_0 g h + p_0$

$\frac{mg}{S} = p_{нас} + p_в$

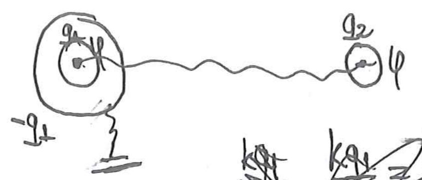
$\frac{p_0 - p_{нас}}{\rho_0 g h + p_0 - p_{нас}} = \frac{1}{2} + \frac{h}{l}$

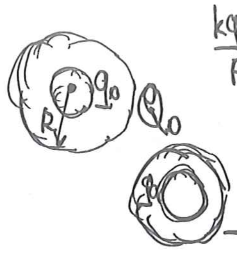
$\frac{mg}{S} = p_{нас} + p_в'$

$p_0 - p_{нас} = \rho_0 g h \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{h}{l}\right) + p_0 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{h}{l}\right) - p_{нас}\left(\frac{1}{2} + \frac{h}{l}\right)$

$p_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{h}{l}\right) = p_{нас}\left(\frac{1}{2} - \frac{h}{l}\right) + \rho_0 g h \left(\frac{1}{2} + \frac{h}{l}\right)$

Черновик





$$\frac{kq_0}{R} + \frac{kQ_0}{R} = 0$$

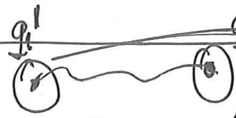
$$Q_0 = -q_0$$

q'

$$\cancel{\frac{kq_1}{R}} \quad \cancel{\frac{kq_1}{r} = \frac{kq_2}{R}}$$

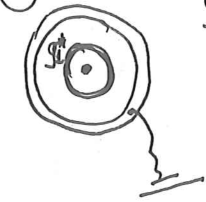
$$\frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R} = \frac{kq_2}{r} \quad q_1' \quad q_1'$$

$$q_1 + q_2 = q_1^* + q_2^*$$



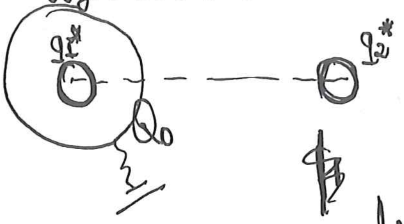
$$\frac{k}{r}(q_1 - q_2) = \frac{k}{R} q_1 \quad \frac{kq_1^*}{r}$$

$$q_1 = \frac{R}{r} q_1 - \frac{R}{r} q_2$$

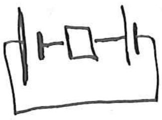


$$Q_0 - q_1^* = 0$$

изначально:



$$\cancel{kq_2^*} \quad \frac{kq_2^*}{L} + \frac{kq_1^*}{R} + \frac{kQ_0}{R} = 0$$

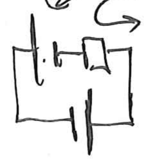


$$q_1^* + q_2^* = q_1 + q_2$$

потом:

$$\begin{cases} \dfrac{kq_1}{r} + \dfrac{kQ}{R} + \dfrac{kq_2}{L} = \dfrac{kq_2}{r} + \dfrac{kq_1}{L} + \dfrac{kQ}{L} \\ \dfrac{kq_1}{R} + \dfrac{kq_2}{L} + \dfrac{kQ}{R} = 0 \end{cases}$$

$\cancel{kQ}$



$$\begin{cases} \dfrac{q_1}{r} + \dfrac{Q}{R} + \dfrac{q_2}{L} = \dfrac{q_2}{r} + \dfrac{q_1}{L} + \dfrac{Q}{L} \\ \dfrac{q_1}{R} + \dfrac{q_2}{L} + \dfrac{Q}{R} = 0 \end{cases}$$

$$k\frac{Q+q_1}{L} + \frac{kq_2}{r} = \frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R}$$

$$\frac{kQ}{R} + \frac{kq_1}{R} + \frac{kq_2}{L} = 0$$

$$\frac{kq_1}{r} - \frac{kq_1}{R} = \frac{kq_2}{r}$$

$$k\frac{Q_0 + q_1^*}{R} + \frac{kq_2^*}{L} = 0$$

$$\frac{kq_2^*}{L} + \cancel{\frac{kq_1^*}{R}} \quad (Q_0 + q_1^*)L = -q_2^* R$$

$$q_2^* \cdot R + q_1^* L + Q_0 \cdot L = 0$$

$$q_1 \cdot R - q_1 \cdot r = q_2 \cdot R$$

$$q_1 = q_2 \cdot \frac{R}{R - r}$$

$$3 = \frac{3}{3 - r}$$

$r = 2$ см