0 298761 060009

29-87-61-06
(5.8)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"

по физике

Павлюченко Андрея Павловича

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

выход: 14:30 Цалеев

вход: 14:32 Цалеев

Дата

«09» февраля 2024 года

Подпись участника

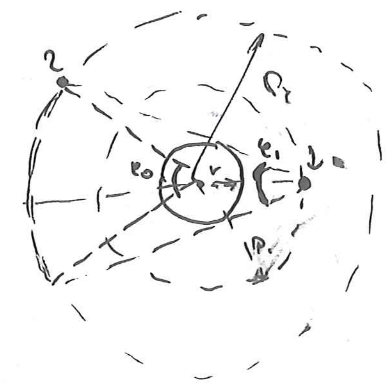
29-87-61-06 (5.8)

Чистовик

1.4.3.

Дано:
$R_1 = 6,4 \cdot 10^4$ км
$R_2 = 10^5$ км
$r = 6,4 \cdot 10^3$ км
$M = 6 \cdot 10^{24}$ кг
$G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ Нм$^2 \cdot$ кг$^{-2}$
$\tau = ?$

Решение:



Рассмотрим 1 спутник. Земля закрывает ему некоторую область (см. рис.), область эта перемещается вместе с 1 спутником с той же угловой скоростью ω_1.

Спутники не видят друг друга, когда второй спутник попадает в эту „слепую зону", и снова могут общаться, когда он выходит из неё.

Тогда время τ по сути - время пролёта второго спутника через „слепую зону".

Определим ширину слепой зоны (из центра Земли):

$\varphi_0 = \dfrac{L}{R_2}$, где L - длина дуги слепой зоны

$L = 2\varphi_1 \cdot \dfrac{R_1 + R_2}{2}$, где φ_1 - угол обзора Земли с 1 спут.

$\varphi_1 = 2 \cdot \arcsin\left(\dfrac{r}{R_1}\right)$

$\tau = \dfrac{\varphi_0}{2\pi} \cdot S$, где S - синодический период спутников

$S = \dfrac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1}$, где T_1 и T_2 - периоды обращ. спутников.

По III з. Кеплера:

$\dfrac{T_1^2 \cdot M}{R_1^3} = \dfrac{4\pi^2}{G}$; $\dfrac{T_2^2 \cdot M}{R_2^3} = \dfrac{4\pi^2}{G}$

1	2	3	4	5
18	16	20	12	20

Всего: 86

Восемьдесят шесть

Чистовик

$$\begin{cases} \varphi_0 = 4\arcsin\left(\frac{r}{R_1}\right)\cdot\frac{R_1+R_2}{2R_2} = 2\arcsin\left(\frac{r}{R_1}\right)\cdot\frac{R_1+R_2}{R_2} \\ T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{R_1^3}{MG}};\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{R_2^3}{MG}} \\ \tau = \frac{\varphi_0}{2\pi}\cdot\frac{T_1T_2}{T_2-T_1} \end{cases}$$

$$\varphi_0 = 2\cdot\arcsin\left(\frac{6{,}4\cdot10^3\text{ км}}{6{,}4\cdot10^4\text{ км}}\right)\cdot\left(1+\frac{6{,}4\cdot10^4\text{км}}{10\cdot10^4\text{км}}\right)\approx$$

$$\approx 2\cdot0{,}1\cdot(1+0{,}64) = 0{,}2\cdot1{,}64 = \underline{0{,}328}$$

$$\tau = \frac{\varphi_0}{\cancel{2\pi}}\cdot\frac{\cancel{4\pi^2}\sqrt{\frac{R_1^3R_2^3}{M^2G^2}}}{\cancel{2\pi}\left(\sqrt{\frac{R_2^3}{MG}}-\sqrt{\frac{R_1^3}{MG}}\right)} =$$

$$= \varphi_0\cdot\frac{\sqrt{\frac{R_1^3\cdot R_2^3}{MG}}}{\sqrt{R_2^3}-\sqrt{R_1^3}} =$$

$$= \varphi_0\cdot\frac{10^4\cdot3{,}5\text{с}\cdot10^4\cdot5\text{с}}{10^4\cdot5\text{с}-10^4\cdot3{,}5\text{с}} \Rightarrow \tau\approx\varphi_0\cdot10^4\cdot5\text{ с}$$

$$\tau\approx0{,}328\cdot10^4\cdot5\text{ с}\approx\underline{\underline{1{,}64\cdot10^4\text{с}}} = 16{,}4\cdot10^3\text{ с}$$

Пометка:

$$\frac{T_1}{2\pi} = \sqrt{\frac{R_1^3}{MG}} = \sqrt{\frac{(6{,}4\cdot10^7)^3}{6\cdot10^{24}\cdot6{,}7\cdot10^{-11}}} = 10^4\cdot\sqrt{\frac{6{,}4^3}{6\cdot6{,}7}} = \underline{3{,}5\cdot10^4\text{ с}}$$

$$\frac{T_2}{2\pi} = \sqrt{\frac{R_2^3}{MG}} = \sqrt{\frac{(10\cdot10^7)^3}{6\cdot10^{24}\cdot6{,}7\cdot10^{-11}}} = 10^4\sqrt{\frac{10^3}{6\cdot6{,}7}} = \underline{5\cdot10^4\text{ с}}$$

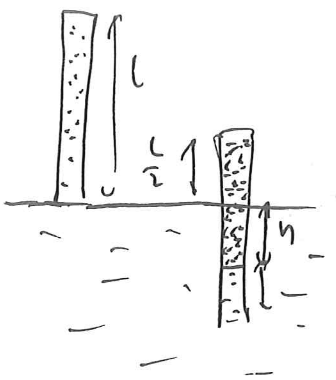
Ответ: $\underline{\tau = 1{,}64\cdot10^4\text{ с}} \approx$

$\underline{\underline{\approx 4\text{ч }33\text{мин}}}$

~~Ответ: $\tau = 4\text{ч }40\text{мин}$~~

Шиховник

2.5.3.



Дано:
$h = 0{,}45$ м
$p_н = 14{,}5 \cdot 10^3$ Па
$l = ?$
$p_0 = 10^5$ Па
$\rho_0 = 10^3$ кг/м³
$g = 10$ м/кг

Решение:
Пренебрегая пов. натяжением, можно сказать, что изн. давление в трубке равно атмосферному:

$$p_0 = p_н + p_г$$
$$p_г = (100 - 14{,}5) \cdot 10^3 \text{ Па} = 85{,}5 \text{ кПа}$$

По условию изотермического процесса:

$$p_г \cancel{S'} \cdot l = p_г' \cdot \cancel{S'} \left(\frac{l}{2} + h\right)$$
$$p_г' = p_г \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + h}$$

При этом давл. насыщенных паров остается тем же, тогда по усл. равновесия:

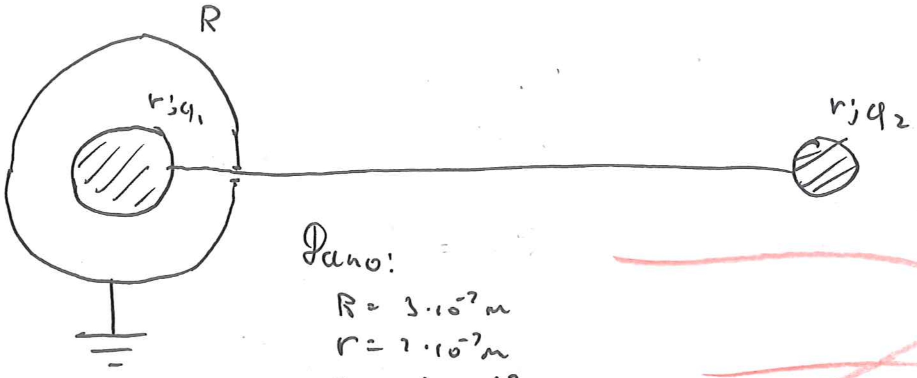
$$p_г' + p_н = p_0 + \rho_0 g h$$
$$85{,}5 \text{ кПа} \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + 0{,}45 \text{ м}} + 14{,}5 \text{ кПа} = 100 \text{ кПа} + 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 0{,}45 \text{ м} \cdot 10 \text{ м/кг}$$
$$85{,}5 \text{ кПа} \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + 0{,}45 \text{ м}} = 85{,}5 \text{ кПа} + 4{,}5 \text{ кПа}$$
$$85{,}5 \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + 0{,}45 \text{ м}} = 90 \text{ кПа}$$
$$85{,}5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{0{,}45 \text{ м}}{l}\right)^{-1} = 90$$
$$\frac{85{,}5}{90} = \frac{1}{2} + \frac{0{,}45 \text{ м}}{l}$$
$$\frac{40{,}5}{90} = \frac{0{,}45 \text{ м}}{l} \Rightarrow l = \frac{90}{495} \cdot 0{,}45 \text{ м} = 1 \text{ м}$$

~~$\frac{40{,}5}{2} = \frac{1}{l}$~~

$$l = 1 \text{ м}$$

Чистовик.

9.10.3



Дано:
$R = 3 \cdot 10^{-7}$ м
$r = 2 \cdot 10^{-7}$ м
$q_1 = 6 \cdot 10^{-10}$ Кл
$q_2 = ?$

Решение:
Посчитаем потенциал на первом шаре:

$E_1 = \frac{kq_1}{\rho^2}$, где ρ - расст. до тог
E_1 - напряжённость

φ_0 на заземлённой оболочке равен 0 В.

$$\varphi = \varphi_0 + \int_R^r E_1 \, d\rho = + \int_R^r \frac{kq_1}{\rho^2} \cdot d\rho =$$

$$= kq_1 \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

Поскольку шары соедин., то на втором шаре тоже должн быть потенциал φ! ~~Пусть второй~~

Напряжённость от второго шара $E_2 = \frac{kq_2}{\rho^2}$, где ρ - расст до шара.

$$\varphi = \int_\infty^r E_2 \, d\rho = kq_2 \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{kq_2}{r}$$

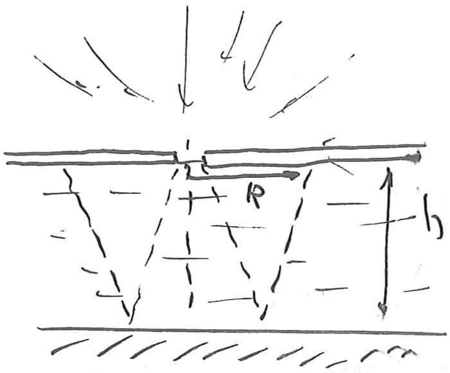
$$\cancel{k}q_1 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = \cancel{k}q_2 / r$$

$$q_2 = q_1 \cdot \frac{R-r}{R} = \underline{2 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}}$$

29-87-61-06
(5.8)

чистовик.

4.10.3.



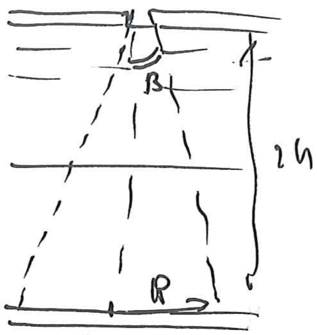
Дано:

$h = 4\,см$;

$R = 8\,см$;

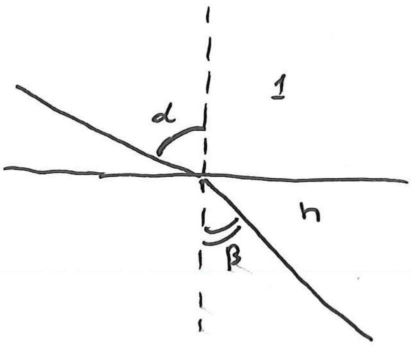
Решение:

Определим, под каким углом лучи заходят в воду, что получаются такие R и h:



Для этого развернём пространство относительно зеркала, тогда угол преломления $\beta = \operatorname{arctg}\frac{R}{2h} = 45^\circ$

Получается, что луч прошёл в воде под таким углом 45°.



Угол полного вн. отражения

$\alpha = \arcsin(n\cdot\sin\beta)$

В то же время, по условию крит. угла вн. отражения $n\cdot\sin\alpha = 1$:

$\alpha = \arcsin(n\cdot\sin\beta) = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$

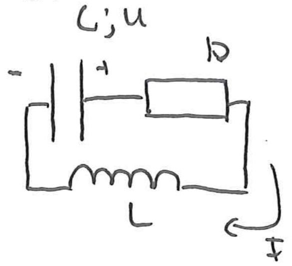
$n\cdot\sin\beta = \frac{1}{n}$

$n^2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 1$

$\underline{n = \sqrt[4]{2}}$

Чистовик

5.4.3.



Дано:
$C = 40 \cdot 10^{-6}$ Ф
$U = 1$ В
$R = 0{,}4\ \Omega$
I_0 - max
$L = ?$; $Q = 31{,}4 \cdot 10^{-3}$ Дж

Решение:

Изначально I_0 - max => Напряжение на катушке равно 0 => напряж на резисторе равно U:

$$IR = U \Rightarrow I_0 = \frac{U}{R} = 2{,}5\ A$$

Запишем II пр. Кирхгофа для контура:

$$U = IR + \dot{I}L$$

$$\frac{q}{C} = \dot{q}R + \ddot{q}L \text{ , т.к. } R \text{ мало}$$

$$\frac{q}{C} \approx \ddot{q}L$$

$$\frac{q}{LC} = \ddot{q}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \ ; \ T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$I = I_0 \cdot \cos(\omega t)$$

$$dQ = RI^2 dt$$

$$dQ = RI_0^2 \cos^2(\omega t)\, dt$$

$$Q = RI_0^2 \int_0^T \cos^2(\omega t)\, dt =$$

$$= \frac{RI_0^2}{2} \int_0^T (\cos(2\omega t) + 1)\, dt =$$

$$= \frac{RI_0^2}{2} \cdot T$$

$$Q = \frac{RU^2}{R^2} \cdot \pi\sqrt{LC}$$

Чистовик

$$\left(\frac{Q}{\pi}\cdot\frac{R}{u^2}\right)^2 / c = L$$

$$\left(10\cdot10^{-3}\,Кл\cdot\frac{0{,}4\,\Omega}{1\,В^2}\right)^2 / 40\cdot10^{-6}\,Ф =$$

$$= \frac{16}{40}\,Гн = \underline{\underline{0{,}4\,Гн}}$$

Черновик

$$I = I_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{C}{L}} \cdot t\right)$$

~~Черт~~

$$\int_0^{2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}} I^2 R \, dt = Q$$

$$\int_0^{2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}} I_0^2 \cdot \cos^2\left(\sqrt{\frac{C}{L}} \cdot t\right) \cdot R \, dt = Q$$

$$I_0^2 R \int_0^{2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}} \cos^2\left(\sqrt{\frac{C}{L}} \cdot t\right) dt =$$

$\sin' = \cos x$

$\int \cos = \sin x$

$\cos^2(x) =$

$2\cos^2 x - 1 = \cos 2x$

$$= \frac{I_0^2 R}{2} \int_0^{2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}} \left(\cos\left(2\sqrt{\frac{C}{L}} \cdot t\right) + 1\right) dt =$$

$$= \frac{I_0^2 R}{\cancel{2}} \cancel{2}\pi\sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$

$$\frac{Q^2 \cdot C}{\pi^2 I_0^4 R^2} = L$$

$\ddot{x} m = kx$

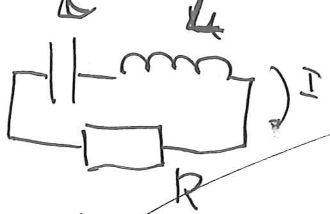
$\ddot{x} = x \cdot \frac{k}{m}$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Черновик

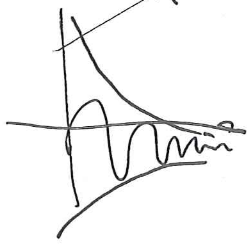
$0{,}378 \cdot 10^4 \cdot 3{,}5 =$

$= 378 \cdot 15 = (75+7)\cdot 100 = 82 \cdot 100 = 8200$



$U = L\cdot \dot{I} + RI$

$qC = L\cdot \ddot{q} + R\dot{q}$



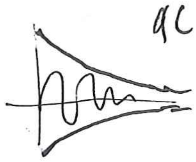
$q = q_0\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{k}}\right)\cdot \sin\left(\sqrt{\frac{C}{L}}\cdot t\right)$

$1-e^{-t}$

$C\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{k}}\right) = L\cdot\left(1-\frac{e^{-\frac{t}{k}}}{k^2}\right) + R\cdot\left(1-\frac{e^{-\frac{t}{k}}}{k}\right)$

$qC - L\ddot{q} = R\dot{q}$

$qC - L\frac{dI}{dt} = R\frac{dq}{dt}$



$\cancel{-L\dot{I}} = Q$ R C

$\Omega\cdot\varphi = c$

$qC\cdot dt - L\,dI = R\,dq$

$\sqrt{\frac{\Gamma M}{\varphi}} = c$

$= \cancel{Q}$

$q\cdot c = L\cdot\ddot{q}$

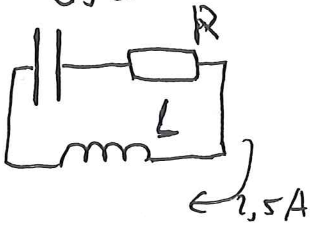
$\omega = \sqrt{\frac{L}{C}}$

$qC\,dq - LI\,dI = RI\,dq$

$\Omega\cdot\varphi\cdot\sqrt{\frac{\Gamma M}{\varphi}}$ $= C\frac{q'^2-q^2}{2} - L\frac{I^2-I'^2}{2} = Q$

$\Omega\cdot\sqrt{\Gamma M\cdot\varphi} = c^2$

C; U



$\frac{CU^2}{2}$

$I\cdot R = U$

$I = \frac{1В}{0{,}4Ω} = \frac{10В}{4Ω} = 2{,}5\ A$

$I'\cdot R = U'$

$U = \dot{I}L + IR$

$\frac{I'^2L}{2} + \frac{U'^2C}{2} + Q = \frac{I^2L}{2} + \frac{U^2C}{2}$

$q\cdot C = \frac{dI}{dt}L + \frac{dq}{dt}R$

$\cancel{qC\cdot dt = dI\,L\cdot dq\cdot R}$

$qC = L\cdot\ddot{q} + R\dot{q}$

$qC = L\cdot\frac{dI}{dt} + R\cdot\frac{dq}{dt}$

$qC\,dt - L\,dI = R\cdot dq$

$-16{,}4 \mid 3{,}5$

$14{,}4 \mid 4{,}1$

$2{,}4$

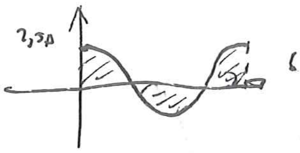
$\cancel{8}\cdot 10^4 \cdot \cancel{0{,}2} \cdot 1{,}64$

Черновик.

$\cancel{HC}$

$\cancel{F = G\,Mm}$

$u = Cq - \dot{I}L$



$dQ = \cancel{R\,dq}\ RU\,dq$

$\frac{T^2 \cdot (M + m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$

$dQ = R(Cq - \dot{I}L)dq$

$dQ = R(Cq - \frac{dI}{dt}L)dq$

$\cancel{\frac{c^2 \cdot kr}{a^3} = \frac{kr}{\ldots}}$

$dQ = RCq\,dq - RIL\,dI$

$\sqrt{\frac{(6{,}4 \cdot 10^4 \cdot 10^3)^3}{6 \cdot 10^{24} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-11}}} =$

$T^2.$

$H = \frac{G \cdot Mr^2}{M^2}$

$\frac{dQ}{R} = \frac{Cq\,dq}{C} - IL\,dI$

$= \sqrt{\cancel{\frac{6{,}4}{6 \cdot 6{,}7 \cdot 10^8}}} = \cancel{\frac{10^4}{\sqrt{8}}} =$

$164 \cdot 2 = 1784 \quad 100$

$0{,}328$

$\sqrt{\frac{6{,}4^3 \cdot \cancel{10^{21}}}{6{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 6 \cdot 10^{24}}} =$

$C = \frac{q}{u} \Rightarrow u = \frac{q}{C}$

$= 10^7 \cdot \sqrt{\frac{6{,}4^3}{6{,}7 \cdot 6}} = \cancel{10^7 \cdot 3{,}28}$

$10^7 \cdot \sqrt{\frac{10^3}{6{,}7 \cdot 6}} = 10^7 \cdot 5$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 4{,}2 \\ \hline 40{,}2 \end{array}$$

$1000 \,|\, 40{,}2$

$0{,}45 \cdot 9 =$

$$\begin{array}{r} 3{,}6 \\ 4{,}5 \\ \hline 4{,}05 \end{array}$$

$100\cancel{6}$

$\cancel{\sqrt{6{,}4} = \sqrt{0{,}1 \cdot 64} = 8\sqrt{0{,}1}}$

$$\begin{array}{r|l} 200 & 6 \\ -18 & 33 \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$6{,}4^3 = 64^3 \cdot 10^{-3} = 2^{18} \cdot 10^{-3} = 80$

$64 \quad \cancel{(60+4)^2} =$

$\frac{4096 \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{40{,}2} = 100 \cdot 64 = \cancel{(10 \cdot 8)^3} \cdot 10^{-3}$

$\cancel{6{,}4}\ \sqrt{6{,}4} \approx 2{,}5$

$2- \qquad 3$

$\cancel{dQ = 2(}$

$(20+2)^2 = 400 + 40 + 4 \quad 444$

$dQ = R(U - \dot{I}L)dq$

$(24)^2 = 400 + 160 + 16$

$(26)^2 = 400 + 240 + 36 = 676$

$\frac{2{,}0}{3{,}6} \cdot 60 =$

$(25)^2 = 400 + 100 + 125$

$= \frac{20}{36} = \frac{100}{6} = 33$

$\frac{2}{3{,}6} = \frac{33}{\cancel{60}}\ \cancel{0{,}33} \approx 33\text{мин}$