

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва  
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по Русике  
профиль олимпиады

Ларица Владислава Александровича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход 14:38  
Вход 14:42

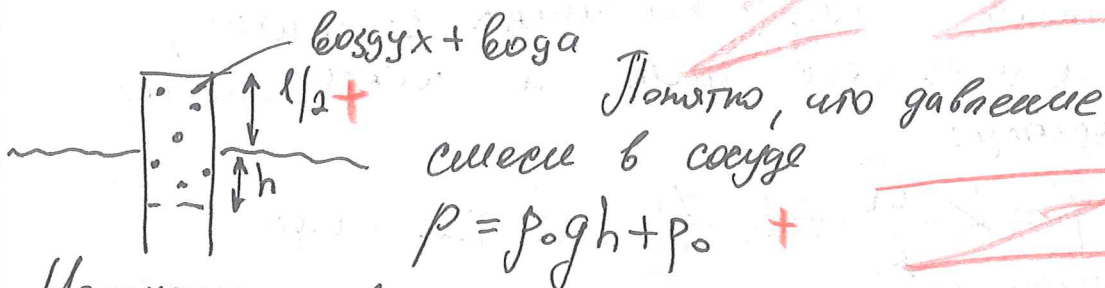
Дата  
« 9 » Февраль 2024 года

Подпись участника  
Ларица

07-48-72-17  
(5.10)

Чистовик.

Задача 2.



Изначально давление смеси равнялось  $p_0$ , а давление воздуха соответственно  $p_0 - \rho_{\text{жидк}} g h$

$(p_0 - \rho_{\text{жидк}} g h) S l = \nu R T$  Будем считать, что воздух <sup>никогда</sup> <sup>сечений</sup> <sup>трубы</sup> из трубы не выходил  $\Rightarrow$  Давление воздуха в конце ее  $\rho_0 g h + p_0 - \rho_{\text{жидк}} g h$ , так как  $\rho_0$  <sup>остается</sup> <sup>наследует</sup>

тогда:  $(\rho_0 g h + p_0 - \rho_{\text{жидк}} g h) S (\frac{1}{2} l + h) = \nu R T$ . Поделим уравнение друг на друга  $\Rightarrow$

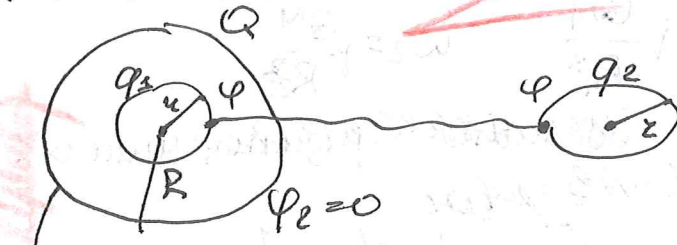
$$\Rightarrow (p_0 - \rho_{\text{жидк}} g h) l = (\rho_0 + \rho_0 g h - \rho_{\text{жидк}} g h) (\frac{1}{2} l + h)$$

$$l (p_0 - \rho_{\text{жидк}} g h - \frac{1}{2} (\rho_0 + \rho_0 g h - \rho_{\text{жидк}} g h)) = h (\rho_0 + \rho_0 g h - \rho_{\text{жидк}} g h)$$

$$\Rightarrow l = 0,45 \text{ м} \cdot \frac{50000 \text{ Па}}{40500 \text{ Па}} = \frac{9}{20} \cdot \frac{20}{9} = 1 \text{ м}$$

Ответ:  $l = 1 \text{ м}$

Задача 3.



По теореме единственности шара будут заряжены по поверхности\*. И т.к. они соединены проводником, то их потенциал будут одинаковыми. Для правого шара, т.к. он заряжен по поверхности:  $\Phi = k \frac{q_2}{r}$  \* и равномерно.

всего 84 человек

|   |    |
|---|----|
| 1 | 15 |
| 2 | 20 |
| 3 | 20 |
| 4 | 11 |
| 5 | 18 |
| 6 | 84 |

Всего 84 человек

потому что шары соединены проводником

$\Phi = k \frac{q_2}{r}$

Условие

Задача 3 (прочитайте).

У левую шару потенциал в центре, как и у правой радиуса по собственному потенциалу:

З

$$\varphi = k \frac{Q}{R} + k \frac{q_1}{z}$$

и т.к. шар занимает радиусом  $\Rightarrow$  все шары поле от  $Q$ , как от точечной заряда. Тогда

З

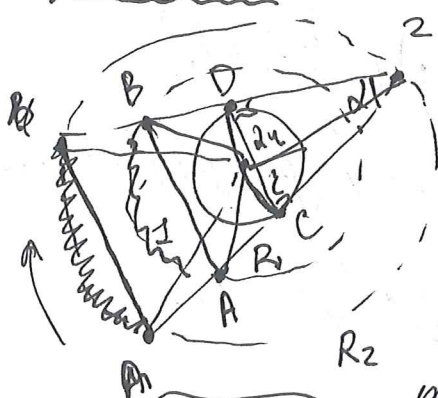
$$\varphi - \varphi_2 = k \frac{q_1}{z} - k \frac{q_1}{R}, \text{ и т.к. } \varphi_2 = 0$$

$$\varphi = k \frac{q_1}{z} - k \frac{q_1}{R} \Rightarrow k \frac{q_2}{z} = k \frac{q_1}{z} - k \frac{q_1}{R}$$

З

$$q_2 = q_1 - \frac{z}{R} q_1 = q_1 \left( 1 - \frac{z}{R} \right) = 2 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

Задача 1.



Обозначим  $\omega_1$  и  $\omega_2$  угловые скорости сфер, вращающихся по радиусам траекториям с радиусами  $R_1$  и  $R_2$  соответственно. Тогда:

З

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

$$m\omega^2 R = G \frac{Mm}{R^2}$$

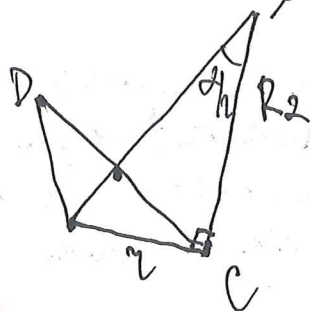
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}}$$

З

Выведем значение угла  $\alpha$  из условия равенства  $\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$

$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$



$$\text{tg } \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{R_2} \Rightarrow \text{т.к. угол мал}$$

угол мал

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2r}{R_2}$$

З

$\rightarrow$  см. прозрачник



07-48-72-17  
(5.10)

~~CD - дуга окружности радиуса  $R_2$  и дугой-прямой  $2r$~~

~~Тогда угол  $\alpha$~~

~~$$2r \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot 2\pi R_2 = \alpha R_2 \Rightarrow$$~~

~~$\Rightarrow$  Длина дуги AB~~

~~$$AB = \alpha (R_1 + R_2) = \frac{2r}{R_2} (R_1 + R_2)$$~~

~~Условие равенства дуги AB~~

~~$$r = \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} \cdot 2r$$~~

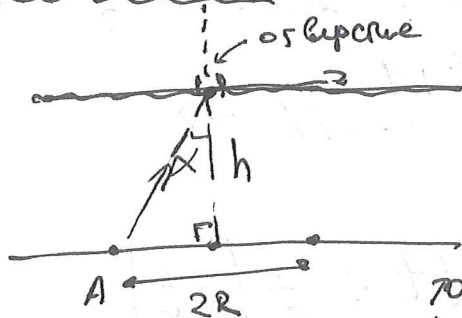
~~Перейдем в с.о. второго спутника~~

~~$$\omega = \omega_1 - \omega_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}} - \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}}$$~~

~~Тогда время  $T$ :~~

~~$$T = \frac{r}{\omega} = \frac{R_2 R_1 (R_1 + R_2)}{R_2 R_1 \left( \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}} - \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}} \right)} \cdot 2r$$~~

Задача 4.



Рассмотрим точку A на расстоянии  $R$  от центра светового пучка. По закону обратности имеем из

точки A в обверстке идет луч, который после прохождения слоя среды идет перпендикулярно нормали. (т.к. A находится на краю светового пучка)  $\Rightarrow$

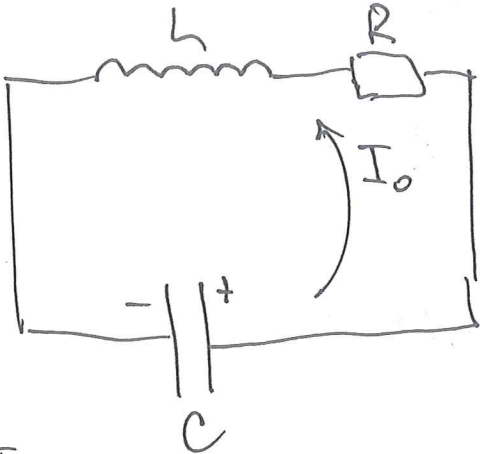
$$n \sin \alpha = 1 \quad \sin \alpha = \frac{1}{n}$$

$$(h^2 + R^2) \sin^2 \alpha = R^2 \Rightarrow n^2 = \frac{h^2 + R^2}{R^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{\sqrt{h^2 + R^2}}{R} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Задача Б.

Условие.



Поэтому, что т.к.  
 выделен ток максимальный,  
 то напряжение на катушке  
 нет  $\Rightarrow U = I_0 R$   
 $I_0 = \frac{U}{R}$

Так как потери очень малы можно считать,  
 что в цепи происходит гармонические колебания,  
 и ток изменяется по гармоническому закону

$I = I_0 \cos \omega t$ , а период колебаний равен

$T = 2\pi \sqrt{LC}$ , тогда теплота выделяющаяся  
 на малой промежуток времени есть:

$$dQ = I^2 R dt \Rightarrow dQ = I_0^2 R \cdot \cos^2 \omega t dt$$

воспользуемся формулой косинуса степеней:

$$\cos^2 \omega t = \frac{\cos 2\omega t + 1}{2} \Rightarrow dQ = I_0^2 R \cdot \frac{\cos 2\omega t + 1}{2} dt$$

Тогда  $Q = I_0^2 R \int_0^T \frac{\cos 2\omega t + 1}{2} dt \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q = I_0^2 R \cdot \left( \frac{1}{2} \int_0^T \cos 2\omega t dt + \frac{1}{2} \int_0^T dt \right)$$

$$Q = \frac{I_0^2 R}{2} \left( \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega T - 0 + T \right) = \frac{I_0^2 R}{2} T$$

$T = 2\pi \sqrt{LC}$ ,  $Q = \frac{1}{2} I_0^2 R \cdot 2\pi \sqrt{LC} \Rightarrow$

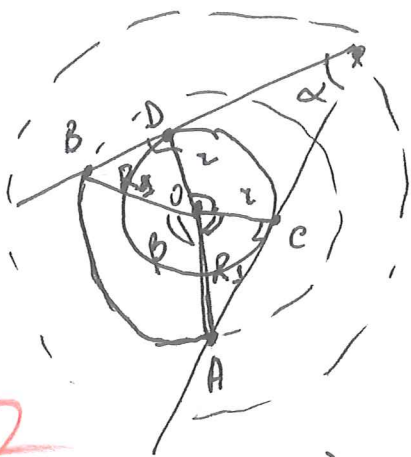
$$\Rightarrow L = \frac{Q^2}{I_0^4 R^2 \pi^2 C} = \frac{Q^2 R^2}{U^4 \pi^2 C}$$

мало-?

07-48-72-17  
(5.10)

Задача 1.

Условие.



$$\alpha = \frac{2\gamma}{R_2}$$

~~z z~~

$$\angle COD = 360 - 180 - \alpha = \pi - \alpha$$

$$\angle DOB = \angle COA = \dots$$

$$\cos \angle DOB = \cos \angle COA$$

$$\angle DOB = \angle COA = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 - \gamma^2}} \Rightarrow$$

~~z~~

~~z~~

~~z~~

$$\Rightarrow \beta = 2\pi - \pi + \alpha - \frac{2R_1}{\sqrt{R_1^2 - \gamma^2}} = \pi + \frac{2\gamma}{R_2} - \frac{2R_1}{\sqrt{R_1^2 - \gamma^2}}$$

Перейдём в с.о. спутника 2. Тогда угловая скорость первого спутника равна:

~~z~~

$$\omega = \omega_1 - \omega_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}} - \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}}$$

~~как правило~~  $\Rightarrow$  спутнику 1 в с.о. спутника 2 надо преодолеть угол  $\beta$  для того, чтобы выйти из слепой зоны.  $\Rightarrow T = \frac{\beta}{\omega} =$

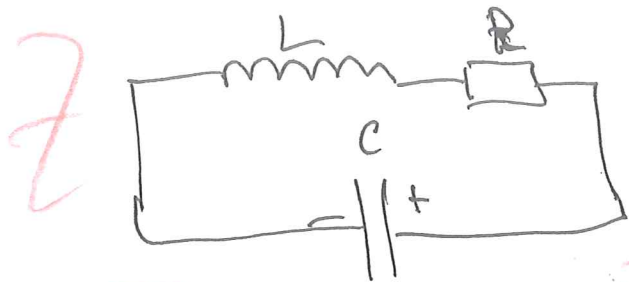
$$= \frac{\pi + \frac{2\gamma}{R_2} - \frac{2R_1}{\sqrt{R_1^2 - \gamma^2}}}{\sqrt{\frac{GM}{R_1^3}} - \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}}} = T$$

~~z~~

~~z~~







Методы.

1) Выразить ток через время

2) Через все дифференцировать

$$U = \cos \omega t \cdot \sin \omega t$$

du =

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\int \cos^2 \omega t dt = \int \frac{\cos 2\omega t + 1}{2} dt$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \\ \cos 2\alpha &= 2\cos^2 \alpha - 1 \\ \cos^2 \alpha &= \frac{\cos 2\alpha + 1}{2} \end{aligned}$$



$$m \frac{v^2}{R} = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$v^2 = \frac{GM}{R}$$

$$\frac{1}{\omega} \sin \omega t$$

$$v = \omega R$$

$$\omega^2 R^2 = \frac{GM}{R}$$

$$Q = \frac{1}{2} I_0^2 R \cdot 2\pi \sqrt{LC}$$

$$Q^2 = I_0^4 R^2 \cdot \pi^2 \cdot LC$$

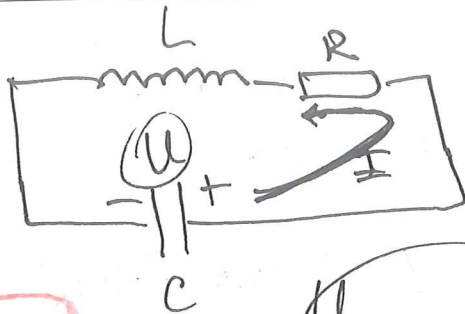
$$L = \frac{Q^2}{I_0^4 R^2 \pi^2 C}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

$$\frac{U^4}{R^4} \cdot R^2 = \frac{U^4}{R^2} \quad I_0 = \frac{U}{R}$$



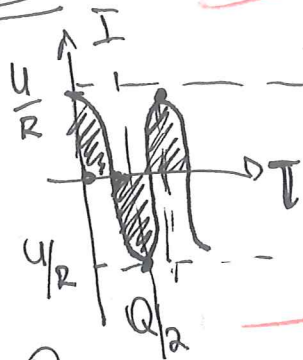
Черновик.



$U_{\text{сmin}} = I_{\text{max}} R$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$

$q = I dt = q$



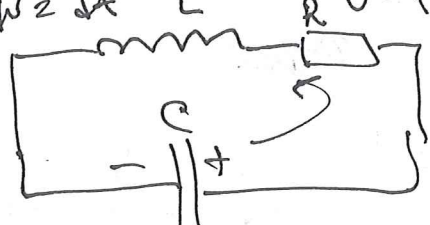
$I^2 R = Q$   
 $I = I_0 \cos \omega t$   
 $T = 2\pi\sqrt{LC}$

$dQ = I_0^2 \cos^2 \omega t \cdot dt$

$\int_0^T U dt = U \cdot T - \int U du \Rightarrow U = \cos^2 \omega t \quad du = 2 \cos \omega t \cdot (-\sin \omega t) dt$   
 $dU = \cos dt \quad U = t$

$\cos^2 \omega t \cdot T + \int 2(\cos \omega t \sin \omega t) dt$

$U = 2 \cos \omega t \cdot \sin \omega t$   
 $\frac{dU}{dt} = 2 \cos \omega t \cdot \sin \omega t$



$\frac{L I^2}{2} = W_{\text{магн}}$

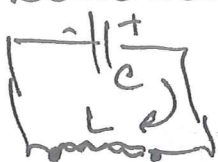
$\frac{L I_{\text{max}}^2}{2} = \frac{L I_{\text{max}}^2}{2} + Q$

~~20~~

$\frac{q}{C} = IR + \frac{dI}{dt} L$

$\frac{q dt}{C} = dqR + dIL$

Черновики.



$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

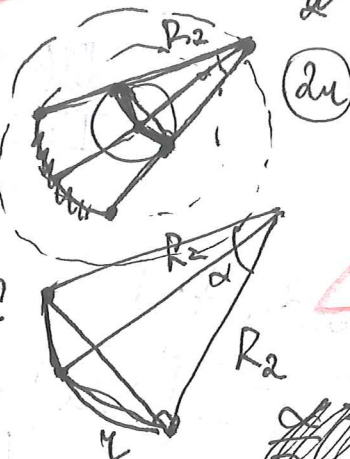
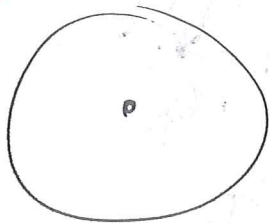
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

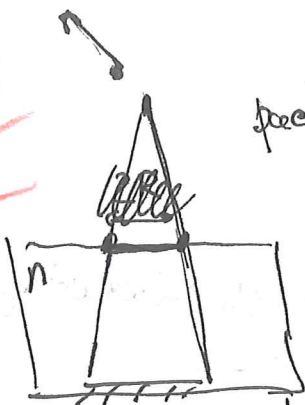
$$\frac{dq}{dt} = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$A = CU$$

$$B =$$



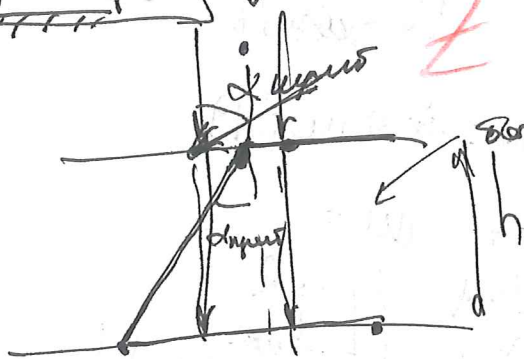
расстояние свет  
то sin?



$$\sin \frac{\alpha}{2} =$$

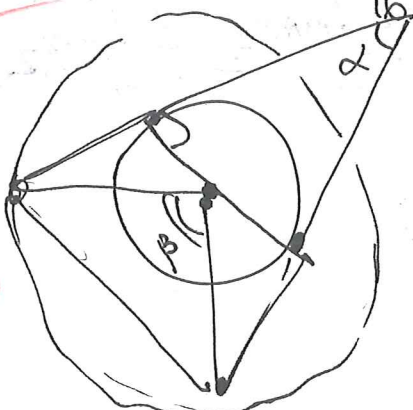
$$n \sin \alpha = \sin \beta$$

$\beta > \alpha$



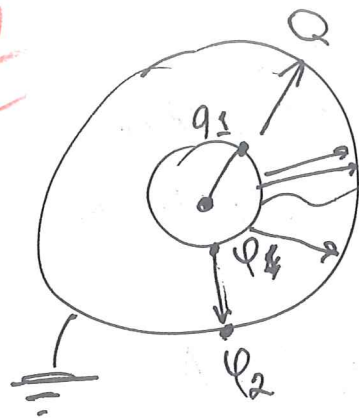
$$16 + 64 = \sqrt{80}$$

$$\frac{\sqrt{80}}{8} = \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



Терневик

7

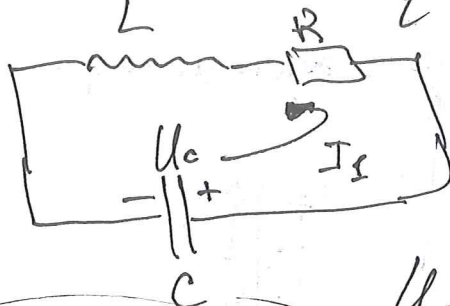


$$\varphi = k \frac{q_2}{L}$$

$$\varphi = k \frac{q_1}{L} + k \frac{Q}{R}$$

$$\varphi_2 = 0$$

$$\varphi - \varphi_2 = k \frac{q_1}{L} - k \frac{q_1}{R}$$



~~Wmax~~

$$U_{\text{с}} = R I_{\text{MAX}}$$

$$U = R I_1 + \frac{dQ}{dt} L$$

$$W_1 = \frac{I_1^2 L}{2} + \frac{U^2 C}{2}$$

$$W_1 = W_2$$

$$Q = 31.4 \text{ мДж}$$

$$\frac{I_1^2 L}{2} + \frac{U^2 C}{2} = \frac{I_2^2 L}{2} + \frac{I_{\text{MAX}}^2 R^2 C}{2} + Q$$

$$dQ = I^2 R dt$$

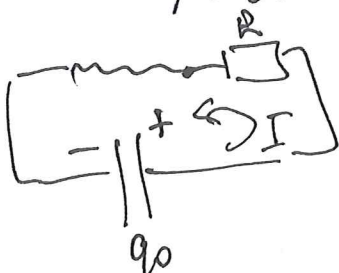
$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$I = \frac{q - \frac{dI}{dt} L}{R} \quad q = -I dt + q_0$$

$$dQ = \left( \frac{q - \frac{dI}{dt} L}{R} \right)^2 dt$$

$$dQ = \frac{q^2 dt}{RC^2} - \frac{2dI L q}{RC} + \frac{dI^2 L}{dt R}$$

$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

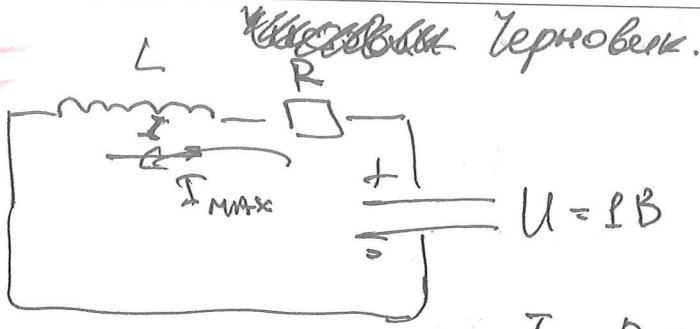


$$\frac{dI}{dt} L + I R = \frac{q}{C}$$

~~Wmax~~ ~~Wmax~~



2



$L = ?$   
 $R = 0,4 \text{ Ом}$   
 $Q = 35,4 \text{ мДж}$

$I_{\text{max}} R = U$   
 $I_{\text{max}} = U/R = 2/5 \text{ А}$

$W = \frac{I_{\text{max}}^2 L}{2} + \frac{CU^2}{2}$

$I_{\text{max}} = \frac{U_C}{R}$     $U_C = \frac{dI}{dt} L$

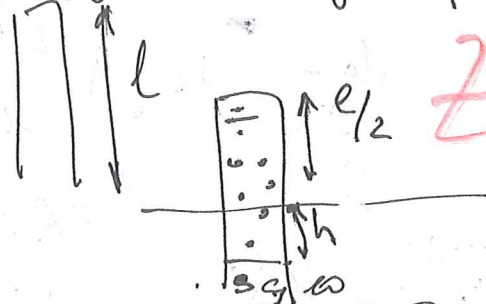
$dQ = I^2 R$

$I = \frac{dq}{dt} = \frac{U_C - U_L}{R} = \frac{dU_C}{dt} \frac{L}{R}$

$U_C = \frac{q}{C}$

N2

возгук + масны. нар.



100      14500

$\rho_0 g h = 0,45 \cdot 10^4 = 4500$   
 $85500 + 4500 = 90000/2$

$$\begin{array}{r} 100000 \\ - 14500 \\ \hline 85500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90000 \quad | \quad 855 \quad 45000 \\ - 8550 \quad | \quad 1,005 \\ \hline 4500 \\ - 4275 \\ \hline 225 \end{array}$$

$85500 - 45000 = 40500$

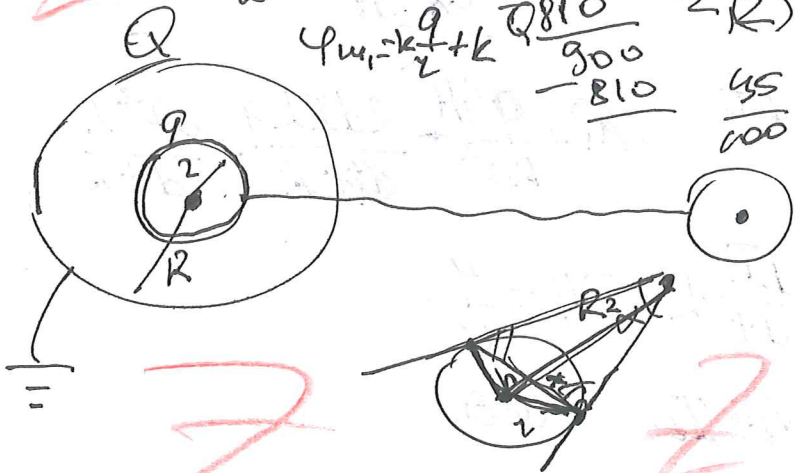
2

$\psi_{\text{ш}} = k \frac{q}{r} + k$

$$\begin{array}{r} 30000 \quad | \quad 40500 \\ - 810 \quad | \quad 2(2) \\ \hline 900 \\ - 810 \\ \hline 90 \end{array}$$

$2 \frac{2}{9} = \frac{20}{9}$

$\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$   
 92



2

2

2