0 310698 860009

31-06-98-86
(5.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Перфильевой Марии Константиновны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«09» февраля 2024 года

Подпись участника

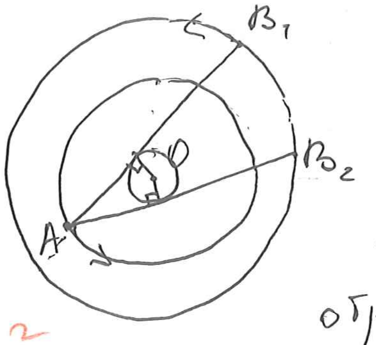
МП

31-06-98-86 (5.1)

Чистовик.

Задача 1.4.3.

Решение:



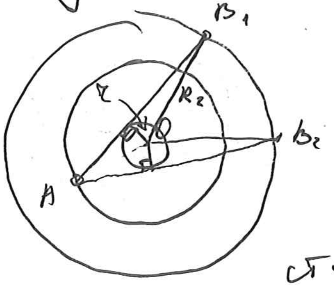
Пусть на рисунке A и B - это спутники с орбитами R_1 и R_2 соответственно. B окажется в теневой зоне для A, когда отрезок AB станет касательной к поверхности земли.

Причем т.к. орбиты спутников круговые, то они движутся со скоростями $v_A=\sqrt{\frac{GM}{R_1}}$ $v_B=\sqrt{\frac{GM}{R_2}}$

Значит их угловые скорости: $w_A=\cancel{\frac{2\pi R_1}{v_A}=\frac{2\pi R_1^{3/2}}{\sqrt{GM}}}\frac{v_A}{R_1}$

$w_B=\cancel{\frac{2\pi R_2}{v_B}=\frac{2\pi R_2^{3/2}}{\sqrt{GM}}}\frac{v_B}{R_2}$, знач. $w_A > w_B$, т.к.

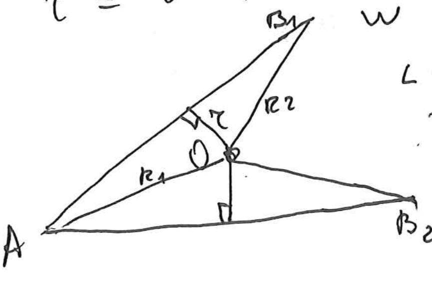
$R_1<R_2$, а значит спутник A будет „догонять" спутник B. Значит на рисунке выше нас интересует момент, когда второй спутник находится в точке B_1.



Теперь перейдем в С.О. связанную со спутником A. Тогда он будет покоиться, а спутник B будет вращаться в противоположную сторону с угловой скоростью $w=|w_A-w_B| = \left(\frac{v_A}{R_1}-\frac{v_B}{R_2}\right)\cancel{= \frac{2\pi}{\sqrt{GM}}\left(R_2^{3/2}-R_1^{3/2}\right)}$. Снова в зоне видимости спутник B окажется в точке B_2.

Это произойдет спустя время τ:

$\tau = \cancel{B_1B_2}\ \frac{\angle B_1OB_2}{w}$, где O - центр Земли.



$\angle B_1OB_2 = 360^\circ - \cancel{2\arcsin}\ 2\arccos\frac{r}{R_1} - 2\arccos\frac{r}{R_2}$

$\arccos\frac{r}{R_1} = 90^\circ - \arcsin\frac{r}{R_1}$

$\angle B_1OB_2 = 360^\circ - 180^\circ - 180^\circ + 2\arcsin\frac{r}{R_1} + 2\arcsin\frac{r}{R_2} =$

$= 2\arcsin\frac{r}{R_1} + 2\arcsin\frac{r}{R_2}$

чистовик.

$$\tau = \frac{2\arcsin\frac{r}{R_1}+2\arcsin\frac{r}{R_2}}{\frac{2\pi}{\sqrt{GM}}\left(R_2^{3/2}-R_1^{3/2}\right)} \simeq \frac{\left(\frac{r}{R_1}+\frac{r}{R_2}\right)\sqrt{GM}}{R_2^{3/2}-R_1^{3/2}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{6,4\cdot10^6}{6,4\cdot10^7}+\frac{6,4\cdot10^6}{10^8}\right)\sqrt{6,7\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}}{\left(10^8\right)^{3/2}-\left(64\cdot10^6\right)^{3/2}} =$$

$$\times\,64 \cdot 8 = 512$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{10}+\frac{6,4}{100}\right)\sqrt{6\cdot6,7\cdot10^{13}}}{10^{12}-512\cdot10^9} =$$

$$= \frac{(1+0,64)\sqrt{6\cdot6,7\cdot10^{13}}}{10^9(1000-512)}$$

$$\tau = \frac{2\arcsin\frac{r}{R_1}+2\arcsin\frac{r}{R_2}}{\frac{v_A}{R_1}-\frac{v_B}{R_2}} = \frac{2\left(\arcsin\frac{r}{R_1}+\arcsin\frac{r}{R_2}\right)}{\frac{\sqrt{GM}}{R_1^{3/2}}-\frac{\sqrt{GM}}{R_2^{3/2}}} \simeq$$

$$\simeq \frac{2\left(\frac{r}{R_1}+\frac{r}{R_2}\right)}{\sqrt{GM}\left(\frac{1}{R_1^{3/2}}-\frac{1}{R_2^{3/2}}\right)} =$$

+

$$= \frac{2\left(\frac{6,4\cdot10^6}{6,4\cdot10^7}+\frac{6,4\cdot10^6}{10^8}\right)}{\sqrt{6,7\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}\left(\frac{1}{(64\cdot10^6)^{3/2}}-\frac{1}{(10^8)^{3/2}}\right)} = \frac{2\left(\frac{1}{10}+\frac{0,64}{10}\right)}{\sqrt{6\cdot6,7\cdot10^{13}}\cdot\left(\frac{1}{512\cdot10^9}-\frac{1}{10^{12}}\right)} =$$

$$= \frac{2\cdot1,64}{10\sqrt{6\cdot6,7\cdot10^{13}}\left(\frac{1000-512}{512\cdot10^{12}}\right)} = \frac{2\cdot1,64}{\sqrt{6\cdot6,7\cdot10^{13}}\cdot\left(\frac{488}{512\cdot10^{11}}\right)} =$$

$$\times\,67 \cdot 6 = 402 \simeq 20^2$$

$$= \frac{2\cdot1,64}{\sqrt{6\cdot67}\cdot\frac{61}{64\cdot10^5}} = \frac{2\cdot1,64\cdot64\cdot10^5}{61\cdot\sqrt{6\cdot67}} \simeq \frac{64\cdot1,64\cdot2\cdot10^5}{61\cdot20} =$$

$$\simeq \frac{64\cdot\cancel{2}\cdot1,64}{61\cdot\cancel{2}}\cdot10^4 \simeq 1,65\cdot10^4 \text{ сек.} \simeq 4,6 \text{ часа}$$

$$16500 : 3600 = 4,58$$
-144, 210, -180, 3000, -288

Ответ: $\tau \simeq 4,6$ часа.

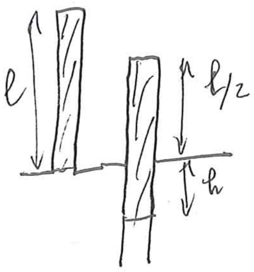
±

1 Неточный ответ

13

Чистовик.

Задача 2.5.3,



Решение:

Давление в трубке в конкретный момент времени одинаково по всей длине. Значит в начале давление в трубке такое же как и у поверхности воды => p_0

Затем, когда трубку уже опустили, и установилось равновесие, то давление газа в трубке $p = p_0 + \rho g h = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}45 =$

$= (100 + 4{,}5) \cdot 10^3 = 104{,}5 \cdot 10^3$ Па $= 104{,}5$ кПа

Заметим также, что т.к. состояния у нас равновесные, а трубка находится в контакте с неограниченным количеством жидкости, то пар может испаряться и конденсироваться, ~~со~~ поддерживая давление насыщ. паров. $p_{нас} = 14{,}5$ кПа.

Также давление в трубке создается давлением воздуха и давлением пара =>

$p_0 = p_в + p_{нас}$

$p = p_0 + \rho g h = p_в' + p_{нас}$.

Для воздуха выполняется уравнение Менделеева-Клапейрона: $p_в \cdot l \cdot S = \nu R T = p_в'\left(\frac{l}{2} + h\right)S$

$p' = p_в \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + h} = p_в \cdot \frac{2l}{l + 2h}$, где $p_в = p_0 - p_{нас}$.

Тогда $p_0 + \rho g h = p_в' + p_{нас}$

Мы получим уравнение с 1 неизвестной l.

$104{,}5 \cdot 10^3 = 14{,}5 \cdot 10^3 + \overset{85,5}{(100 - 14{,}5)} \cdot 10^3 \cdot \frac{2l}{l + 2 \cdot 0{,}45}$

Чисто вык.

$$104{,}5 = 14{,}5 + 85{,}5 \cdot \frac{2l}{l+0{,}45\cdot 2}$$

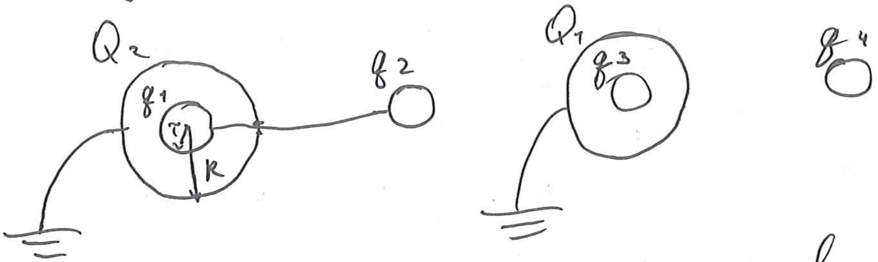
$$\begin{array}{r} 85{,}5 \\ \times\ 2 \\ \hline 171{,}0 \end{array}$$

$$90 = 171 \cdot \frac{l}{l+0{,}9}$$

$$90l + 81 = 171\,l \Rightarrow l = \frac{81}{171-90} = 1 \text{ м.}$$

Ответ: $l = 1$м. +

Задача 3.10.3.



Пусть в начале заряды шаров q_3 и q_4, а на сфере распределен заряд Q_1. Т.к. шары далеко друг от друга мы можем считать, что они ~~де~~ создают потенциал как точечные заряды. Сфера, всегда заземлена $\Rightarrow$ ее потенциал всегда равен 0, а когда шар 1 и 2 соединяют, то их потенциалы также выравниваются. Запишем уравнения (q_1 и q_2 это новые заряды на шарах)

До: $\varphi_0 = 0 = \frac{k(q_3+Q_1)}{R} + \frac{kq_4}{l} \to 0$ т.к. шары „далеко" и $l \to \infty$

$$\varphi_1 = \frac{kq_3}{r} + \frac{kQ_1}{R}$$

После $\varphi_0 = 0 = \frac{k(q_1+Q_2)}{R}$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{kq_1}{r} + \frac{kQ_2}{R} = \frac{kq_2}{r}$$

Т.к. заряд на шарах сохраняется, то $q_3 + q_4 = q_1 + q_2$

$$Q_1 = -q_3 \qquad Q_2 = -q_1$$

$$\frac{kq_1}{r} + \frac{k(-q_1)}{R} = \frac{kq_2}{r} \Rightarrow \frac{q_1R - q_1r}{rR} = \frac{q_2}{r}$$

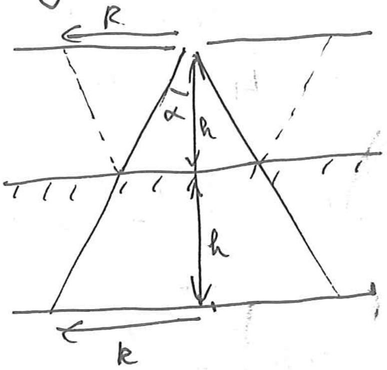
31-06-98-86 (5.1)

чистовик.

$q_2 = q_1 \frac{R-r}{R} = 6\cdot10^{-10}\cdot\frac{1}{3} = 2\cdot10^{-10}$ Кл.

Ответ: $q_2 = 2\cdot10^{-10}$ Кл.

Задача 4.10.3.



Угол α критический, ~~такой~~ => угол полного преломления.

$n\cdot\sin\alpha = \sin 90^\circ = 1$

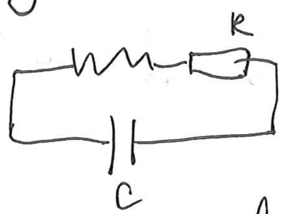
$\sin\alpha = \frac{1}{n}$

Также мы можем найти α геометрически. $\sin\alpha = \frac{R}{\sqrt{4h^2+R^2}} = \frac{1}{n}$

$n = \frac{\sqrt{R^2+4h^2}}{R} = \frac{\sqrt{64+4\cdot16}}{8} = \frac{8\sqrt{2}}{8} = \sqrt{2} \simeq 1,4$

Ответ: $n = \sqrt{2}$.

Задача 5.4.3.



Когда сила тока достигает локального max => напряжение на катушке индуктивности равно 0. (т.к. иначе ток уменьшается или увеличивается). Причем тогда $U_c = I_m R$

$I_m = \frac{U}{R} = \frac{1}{0,4} = 40$ А. ?!

Ситуация повторится ровно через период, но т.к. были потери энергии, то

$U_{c1} - I_1 R = U_{c2} - I_2 R = 0$

$\frac{CU_{c1}^2}{2} + \frac{LI_1^2}{2} = \frac{LI_2^2}{2} + \frac{CU_{c2}^2}{2} + Q$

Чистовик.

$$Q = \int P\,dt = \int I^2 R\,dt$$

$$I(t) = I_1 \cos wt \quad (\cos 0 = 1)$$

$$Q = \int I_1^2 R \cdot \cos^2 wt\,dt = \int \frac{I_1^2 R}{w} \cos^2 wt\,dwt =$$

$$= \frac{I_1^2 R}{w} \int \cos^2 wt\,dwt = \frac{I_1^2 R}{w} \left(\frac{\sin 2wt + 2wt}{4}\right)\Bigg|_0^T$$

$$\frac{d\left(\frac{\sin 2(wt) + 2(wt)}{4}\right)}{dwt} = \frac{2\cos 2(wt) + 2}{4} = \frac{2\cos^2(wt) - 1 + 1}{2} = \cos^2 wt$$

$$Q = \frac{I_1^2 R}{w} \cdot \left(\frac{\sin 2wt + 2wt}{4}\right)\Bigg|_0^T = \quad T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\sin 0 = 0$$
$$\sin 2wt = 0$$

$$= \frac{I^2 R}{w} \cdot \frac{2wT}{4} = \frac{I^2 R T}{2} = \frac{U^2 T}{2R} = \frac{U^2 \cdot 2\pi\sqrt{LC}}{2R}$$

$$\left(\frac{QR}{U^2 \pi}\right)^2 = LC$$

$$L = \frac{1}{C} \cdot \left(\frac{QR}{U^2\pi}\right)^2 = \frac{1}{40 \cdot 10^{-6}} \cdot \left(\frac{31{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}4}{3{,}14 \cdot 1}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{40 \cdot 10^{-6}} \cdot \left(\frac{\cancel{3{,}14} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{\cancel{3{,}14}}\right)^2 = \frac{1}{40 \cdot \cancel{10^{-6}}} \cdot 16 \cdot \cancel{10^{-6}} = \frac{16}{40} = 0{,}4\ Гн$$

Ответ: ~~Дн~~ $L = 0{,}4$ Гн.

черновик

$$\int \cos^2 wx\, d_x = \frac{1}{w}\int \cos^2 x\, dx$$

$$dwx = w dx \Rightarrow dx = \frac{dwx}{w}$$

$\sin 0 = 0$

sin

$$A = \int p\, dt = \int I_m^2 R \cos^2(wt)\, dt =$$

$$= \cancel{\frac{I_m^2 R}{w} \cdot \left(\frac{\sin 2t + 2t}{2}\right)}$$

$$\frac{I_m^2 R}{w}\int \cos^2 wt\, dwt = \frac{I_m^2 R}{w} \cdot \frac{\sin 2wt + 2wt}{4}\Bigg|_0^T$$

$$A = \frac{I_m^2 R}{w} \cdot wt$$

$$Q = I_m^2 R \cdot 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times\ 360 \\ \hline 276 \\ 138 \\ \hline 16560 \end{array} = 1{,}65 \cdot 10^4$$

$$Q = \frac{U^2}{R} \cdot 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\left(\frac{QR}{2\pi U^2}\right)^2 = LC \Rightarrow L = \left(\frac{QR}{2\pi U^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{C} =$$

$$= \left(\frac{31{,}4 \cdot 0{,}4}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1}\right)^2 \cdot \frac{1}{40} = \left(\frac{\cancel{3{,}14} \cdot 4}{\cancel{3{,}14} \cdot 2}\right)^2 \cdot \frac{1}{40} = \frac{4}{10} = 0{,}1$$

$$\left(\frac{\sin 2x + 2x}{4}\right)' = \frac{2\cos 2x}{4} + \frac{1}{2} = 2\cos^2 - 1 + 1 = 2\cos^2 x$$

$$\left(\frac{\sin 2x + 2x}{4}\right)' = \frac{\cos 2x \cdot 2 + 2}{4} = \frac{\cos 2x + 1}{2} = \frac{2\cos^2 x - 1 + 1}{2} = \cos^2 x$$

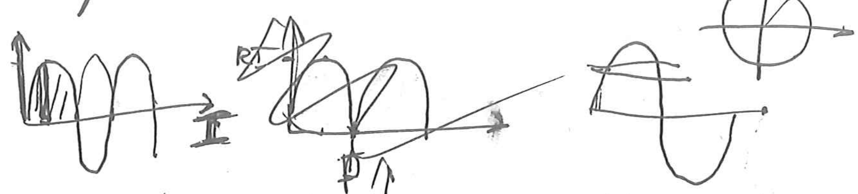
$$\frac{\sin 2x + 2x}{4} = \frac{2\sin x\cos x + 2x}{4} =$$

$$\left(\frac{\sin x\cos x}{2} + \frac{x}{2}\right)' = \frac{1}{2}\left(\sin' \cos x + \sin x \cos' x + 1\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\cos^2 x - \sin^2 + 1\right) = \frac{1}{2}\left(\cos^2 x + \cos^2 x\right) = \cos^2 x$$

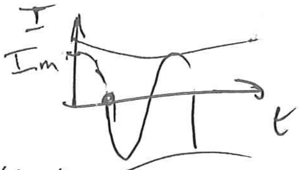
Черновик.

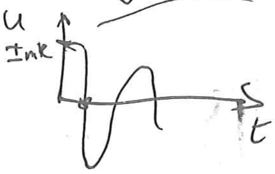
$q = q_0 \cos$



$\int \cos^2 x\,dx =$

$= \sin 2x + 2x$





$\Rightarrow I_m^2 R\,dt$

$I_m = I \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

$p = I^2 R \cos^2(\omega t + \varphi)$

$(\cos^2 x)\,dx$

$(\sin 2x)' =$

$2\cos 2x = 2(\cos^2 x - 1)$

$\cos 2x = 1 \cancel{2\cos^2 x}$

$\cos 60 = \cancel{1-2\sin}\ 2\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1 = \frac{1}{2}\cdot 3 - 1 = \frac{1}{2}$

$P = \frac{I_m^2 R}{2}\cdot \Delta t$

$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$ $\Rightarrow P = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{2}\cdot I_m^2 R$

$(u_1 - u_2) = (I_1 - I_2)R$ $\quad \pi\sqrt{LC}\cdot R\cdot\left(\cancel{I_1 \ldots}\right)^2$

$U_1 - I_1 R = U_2 - I_2 R$

$\frac{C}{2}(U_1^2 - U_2^2) + \frac{L}{2}(I_1^2 - I_2^2) = Q$

$\cancel{2\pi\sqrt{LC}\cdot R\cdot I_1^2} = 2Q$

$C(U_1^2 - U_2^2) + L(I_1^2 - I_2^2) = \cancel{2\pi\sqrt{LC}\,R\,I_1^2}\ 2Q$

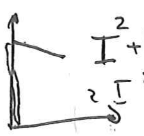
$2CU_1(I_1 - I_2)R + 2L(I_1 - I_2)(I_1) = 2\pi$

$\ldots + L(I_1 - I_2) = \pi\cancel{\sqrt{LC}\,R}\,I_1 \quad \frac{Q}{I_1}$

$\cancel{2}CR^2(I_1 - I_2) + L(I_1 - I_2) = Q$

$I_1(I_1 - I_2)(CR^2 + L) = Q$

$= \cancel{\pi\sqrt{LC}\,R\cdot I_1}$



$I^2 + (I - \Delta I)^2 =$

$2I^2 - 2I\Delta I$

$\Delta t = \pi\sqrt{LC}$

$Q = I_1^2 R\Delta t + I_2^2 R\Delta t = (I_1^2 + I_2^2)R\pi\sqrt{LC}$

$\cancel{I_1(I_1 - I_2)}\quad (I_1 - I_2)^2 \quad \cancel{I_1^2 + I_2^2} \quad I_1^2 - I_2^2 + 2I_1 I_2 = I_1$

$\cancel{(\sin 2x + 2x)' = 2\cos 2x}\cdot \int \cos^2 x\,dx$

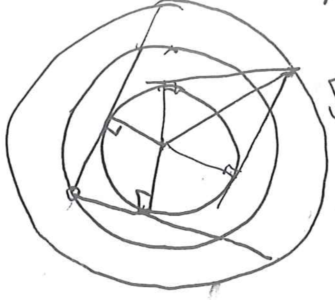
$\cancel{2\cos 2x}$

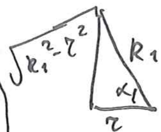
$\frac{\sin 2x + 2x}{2} = \cancel{2}\cos 2x + \cancel{1} = \cancel{2}(\cos^2 x - 1) + \cancel{1} = \cancel{2}\cos^2 x$

$A = \int p\,dt = I_m^2 R\cos^2(\omega t + \ldots) =$

$= 2 I_m^2 R$

Черновик.

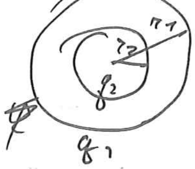




$\sqrt{R_1^2-r^2}$, R_1, α_1, r

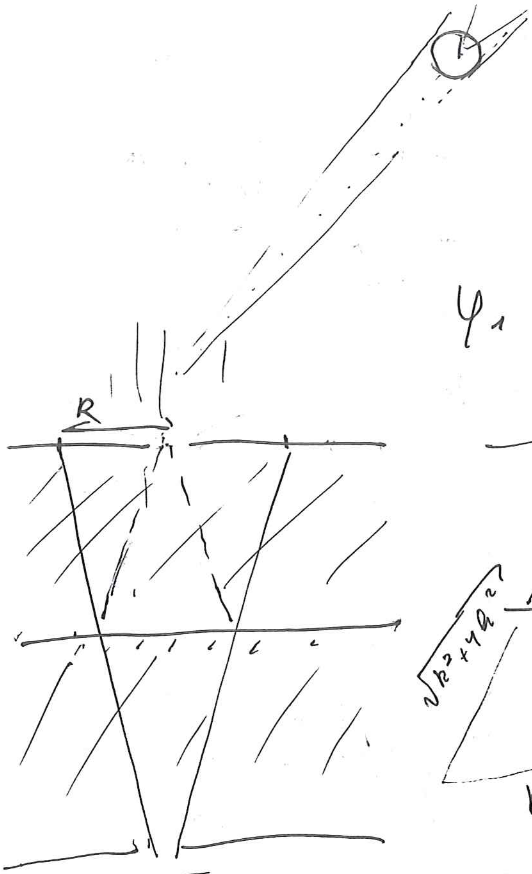
$\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{R_1^2 - r^2}}{r}$

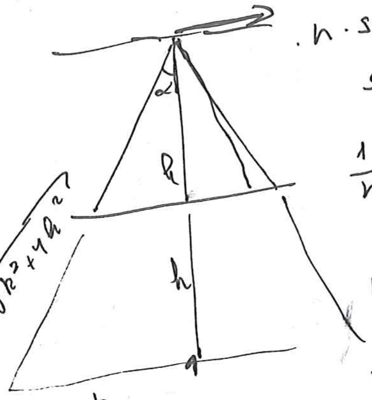
7



$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_1}{r_1}$$

$$\varphi_1 = \frac{k(q_1+q_2)}{r_1} + \frac{kq_3}{e}$$





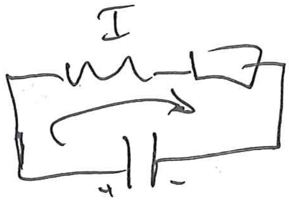
$n \cdot \sin\alpha = \sin 90^\circ = 1$

$\sin\alpha = \frac{1}{n}$

$\frac{1}{n} = \frac{R}{\sqrt{R^2+4h^2}}$

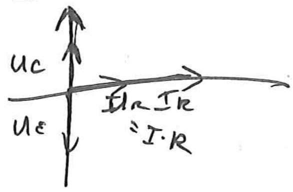
$n = \frac{\sqrt{R^2+4h^2}}{R} =$

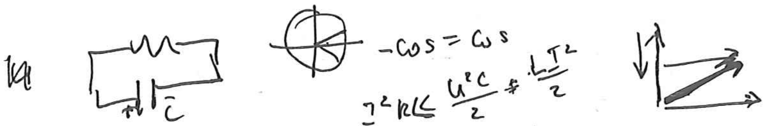
$= \frac{\sqrt{64+16\cdot 4}}{8} = \frac{8\sqrt{2}}{8} = \sqrt{2} = 1{,}4$



$u_c - L\frac{dI}{dt} - IR = 0$

$E = \frac{IL^2}{2} + \frac{Cu_c^2}{2}$





$-\cos = \cos$

$I^2 R t \leq \frac{u^2 C}{2} + \frac{LI^2}{2}$

$u_c = \frac{q}{C}$

$\frac{q}{C} - L\frac{dI}{dt} = 0$

$P = UI = I^2 R \Rightarrow Q = \int I^2 R\, dt$

$q + LC\ddot{q} = 0$

$R \cdot \frac{u}{R} = I = \frac{1}{0{,}4} = 40A$

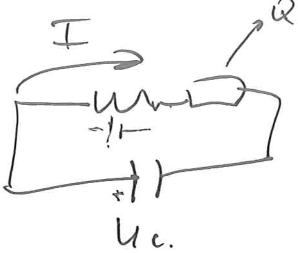
$\frac{1}{LC} q + \ddot{q} = 0$

$q = q_0 \cos(wt+\varphi)$

$\dot{q} = -wq_0 \cdot \sin(wt+\varphi) = -wq_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - (wt+\varphi)\right) = wq_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - (wt+\varphi)\right) =$

$= w\cos\left(wt+\varphi - \frac{\pi}{2}\right)$

Черновик



$$\frac{q}{C} + L\frac{dI}{dt} - IR = 0$$

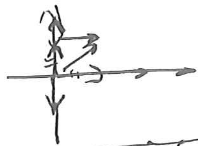
$$\frac{u_C^2}{2} \quad \frac{LI^2}{2} \gg \int I u\, dt$$

$$\frac{LI^2}{2} \gg \int I^2 R\, dt$$

$$u_C = \frac{q}{C}$$

$$q(t) = q_m$$

$$u_C + L\frac{dI}{dt} - IR = 0$$



$$u_1 - I_1 R = u_2 - I_2 R$$

$$I = \omega q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{Cu_1^2}{2} + \frac{LI_1^2}{2} = Q + \frac{Cu_2^2}{2} + \frac{LI_2^2}{2}$$

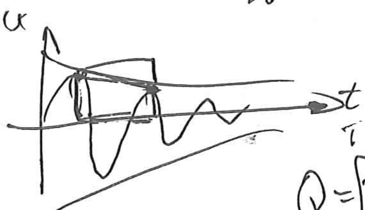
$$uI\,dt = I^2 R\, dt = \frac{q^2}{dt}$$

$$\frac{C}{2}(u_1^2 - u_2^2) + \frac{L}{2}(I_1^2 - I_2^2) = Q$$

$$A = \int p\, dt = \int I^2 R\, dt =$$

$$dA = I^2 R\, dt$$

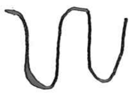
$$dA = \frac{dq^2}{dt^2} R\, dt = \frac{dq^2}{dt} R$$



$$uI\, dt$$

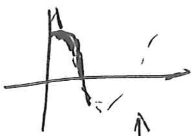
$$Q = \int_0^T I^2 R\, dt$$

$$\frac{q}{C} + L\frac{dI}{dt} = IR$$



$$I^2 dt =$$

$$\frac{qI\,dt}{C} + L\,dI\,I = dA$$

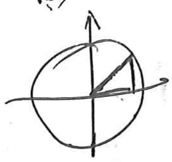


$$q' = \frac{dq}{dt} = \frac{I\,dt}{dt}$$

$$(q^2)' = 2q\dot{q} = 2Iq$$

$$2qI$$

$$\frac{q\,I\,dt}{C} = \frac{q\,dq}{C}$$



$$\int \frac{q\,dq}{C} + \int L\,I\,dI = \int dA$$

$$dA = I^2 R\, dt$$

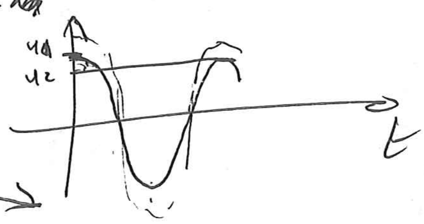
$$dA = \frac{dq^2}{dt} R$$

$$\frac{1}{C}\,\frac{q_2^2 - q_1^2}{2} + L\,\frac{I_2^2 - I_1^2}{2} = Q$$

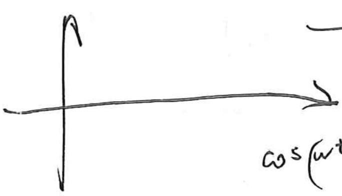
$$p = uI = I^2 R =$$

$$p = \left(\frac{dq}{dt}\right)^2 R$$

$$\frac{(u_1 - u_2)^2}{R}\Delta t$$



$$u =$$



$$\cos(\omega t + \varphi)$$