



Выдано 801 + 1 мес

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант №3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по Физике
профиль олимпиады

Романцевой Арины Владиславовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«9» февраля 2024 года

Подпись участника

Задача №1.4.3.

Дано

$$R_1 = 6,4 \cdot 10^4 \text{ км}$$

$$R_2 = 10^5 \text{ км}$$

$$v = 6,4 \cdot 10^3 \text{ км}$$

$$M = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}}$$

$$T = ?$$

На ох.

$$F_T = m_1 a_{y1}$$

$$F_T = G \frac{M \cdot m_1}{R_1^2}$$

$$m_1 a_{y1} = \frac{M m_1 G}{R_1^2}$$

По аналогии:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{MG}{R_2^3}}$$

$$* R_1 < R_2 \Rightarrow \omega_2 < \omega_1 \quad (\text{т.к. } \sqrt{\frac{1}{R_2^3}} < \sqrt{\frac{1}{R_1^3}})$$

Для дальнейшего решения перейдем в с.о. спутника 1.

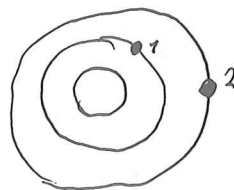
Тогда спутник 2 будет всё так же двигаться по окружности но уже с угловой скоростью ω .

$$\omega = \omega_1 - \omega_2 \quad *$$

Найдём ω_1 и ω_2 угловые скорости вращения спутников по орбите земли.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{a_{y1}}{R_1}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{a_{y2}}{R_2}}$$

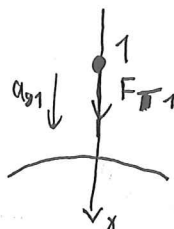


(где a_{y1} и a_{y2} центростремительные ускорения спутников 1 и 2 соответственно)

Рассмотрим силы действующие на спутник 1. и запишем 2 ЗН на ось соединяющую его и центр земли.

$$\vec{F}_{T1} = m_1 \vec{a}_{y1}$$

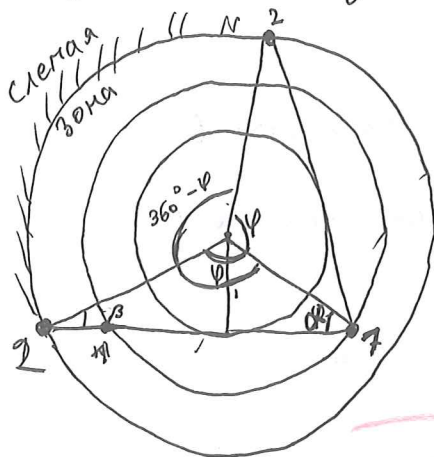
(где F_{T1} — сила притяжения)
а m_1 — масса спутника)



~~Рассмотрим под каким углом между~~

Задача 1.4.3 Продолжение.

Рассмотрим какой угол должен быть между спутниками когда они находятся на границе "слепой зоны"



На "границе, слепой зоны" лазерный луч между спутниками проходит по касательной к земле.

$$\sin \alpha = \frac{r}{R_1}$$

$$\sin \beta = \frac{r}{R_2}$$

$$\alpha \approx \sin \alpha$$

$$\arcsin \frac{r}{R_2} \approx \frac{r}{R_2}$$

$$\alpha \approx \frac{r}{R_1}$$

$$\beta \approx \frac{r}{R_2}$$

$$\psi = \pi - \alpha - \beta$$

при перемещении спутника 2 отн. спутник 1. слепой зоной будет тот участок где угол между спутниками изменяется от угла ψ до $2\pi - \psi$.

Тогда:

$$T = \frac{(2\pi - \psi) - \psi}{\omega}$$

(угол слепой зоны делишь на ω)

$$T = \frac{2\pi - 2\psi}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{2\pi - 2(\pi - \alpha - \beta)}{\sqrt{\frac{GM}{R_1^3}} - \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}}} = \frac{2(\alpha + \beta)}{\sqrt{GM} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{R_1^3}} - \sqrt{\frac{1}{R_2^3}} \right)}$$

$$T = \frac{2 \cdot \left(\frac{r}{R_1} + \frac{r}{R_2} \right) \cdot \sqrt{R_1^3 \cdot R_2^3}}{\sqrt{GM} \cdot \left(\sqrt{R_2^3} - \sqrt{R_1^3} \right)} = \frac{2r}{\sqrt{GM}} \cdot \frac{R_1 + R_2}{\left(\sqrt{R_2^3} - \sqrt{R_1^3} \right)} \cdot \sqrt{R_1 R_2}$$

$$T = \frac{2 \cdot 6,4 \cdot 10^3 \cdot \text{км} \cdot (6,4 \cdot 10^4 + 10^5) \text{км} \cdot \sqrt{6,4 \cdot 10^4 \cdot 10^5 \cdot \text{км}^2}}{\sqrt{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}} \cdot \text{кг}} \cdot \left(\sqrt{(10^5 \text{ км})^3} - \sqrt{(6,4 \cdot 10^4 \text{ км})^3} \right)}$$

Handwritten signature

Чистовик

Задача 1.43. продолжение.

$$T = \frac{2 \cdot 6,4 \cdot 10^3 \cdot 164 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^4}{\sqrt{67 \cdot 6} \cdot 10^6 \cdot 488 \cdot 10^{4,5}} \cdot 10^{4,5} \text{ с}^*$$

* в условии ошибка т.к. $[G]$ измеряется в $\left[\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}\right]$, а не в $\left[\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}}\right]$, как сказано в условии

$$T = \frac{2 \cdot 64 \cdot 164}{\sqrt{408} \cdot 61} \cdot 10^3 \text{ с}$$

$$T = \frac{20992}{\sqrt{402} \cdot 61} \cdot 10^3 \text{ с}$$

$$T = \frac{20992 \sqrt{402}}{24522} \cdot 10^3 \text{ с} = \frac{10496 \sqrt{402}}{12261} \cdot 10^3 \text{ с}$$

$$T = \frac{10496}{12261} \sqrt{402} \cdot 10^3 \text{ с}$$

Задача 2.5.3.

Дано

$h = 0,45 \text{ м}$

$P_{нас} = 14,5 \text{ кПа}$

$P_0 = 10^5 \text{ Па}$

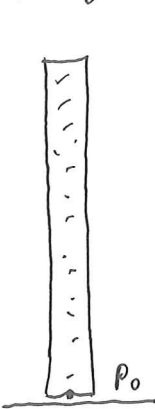
$\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$T = \text{const}$

$l = ?$

S - площадь сечения трубки; T - температура газа
1) до опускания в воду:



$P_0 = P_{нас} + P_{в0}$

$P_{в0}$ - давление воздуха в начале из поручального давления.

$P_{в0} \cdot V_0 = \nu_B R T$

$P_{нас} \cdot V_0 = \nu_0 R T$

V_0 - объём трубки, газом в начале.

ν_B - кол-во молей воздуха.

ν_0 - количество молей пара в начале

$P_{в0} = P_0 - P_{нас}$

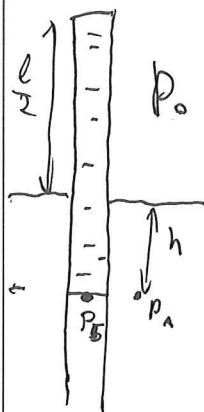
$(P_0 - P_{нас}) \cdot V_0 = \nu_B R T$

$V_0 = l \cdot S$

$(P_0 - P_{нас}) \cdot l \cdot S = \nu_B R T \quad (1)$

2) после опускания в воду:

Давление в трубке увеличилось, часть водяного пара конденсировалась, но его давление так и осталось $P_{нас}$.



$P_A = P_B = P_0 + \rho_0 g h \quad (2)$

$P_B = P_{нас} + P_{в1} \quad (3)$ ← из поручального давления

$P_{в1}$ - давление воздуха после опускания,

$P_{в1} \cdot V_1 = \nu_B R T$

V_1 - объём газа.

$V_1 = (\frac{l}{2} + h) S$

$P_{в1} \cdot (\frac{l}{2} + h) \cdot S = \nu_B R T \quad (4)$

Задача №2.5.3. Продолжение.

Числовик

из (2) и (3):

$$P_0 + \rho g h = P_{нас} + P_{в1}$$

$$P_{в1} = P_0 + \rho g h - P_{нас}$$

$$\text{из (4): } P_{в1} \cdot \left(\frac{l}{2} + h\right) S = \nu_B R T$$

$$(P_0 + \rho g h - P_{нас}) \left(\frac{l}{2} + h\right) S = \nu_B R T \quad (5)$$

из (1) и (5):

$$(P_0 + \rho g h - P_{нас}) \left(\frac{l}{2} + h\right) S = (P_0 - P_{нас}) l \cdot S$$

$$\left(10^5 \text{ Па} + 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0,45 \text{ м} - 14,5 \cdot 10^3 \text{ Па}\right) \cdot \left(\frac{l}{2} + 0,45 \text{ м}\right) \cdot \left(10^{-5} \text{ м}^2\right) =$$

$$= l \cdot \left(10^5 \text{ Па} - 14,5 \cdot 10^3 \text{ Па}\right)$$

$$(100 + 4,5 - 14,5) \cdot \left(\frac{l}{2} + 0,45 \text{ м}\right) = l \cdot (100 - 14,5)$$

$$90 \cdot \left(\frac{l}{2} + 0,45 \text{ м}\right) = 85,5 \cdot l$$

$$40,5 \text{ м} = 40,5 l$$

$$l = 1 \text{ м}$$

Задача 3.10.3.

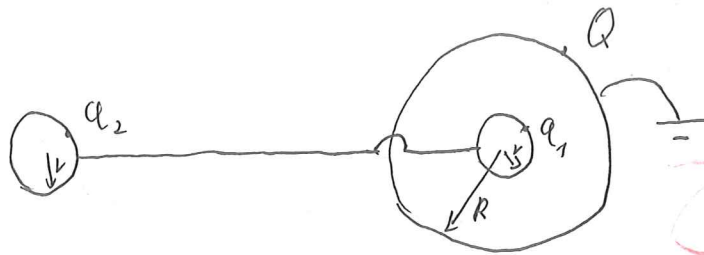
Дано

$r = 2 \text{ см}$

$R = 3 \text{ см}$

$q_1 = 6 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$

$q_2 = ?$



Q - заряд проводящей оболочки.

Распишем потенциал оболочки

$$\varphi_0 = \frac{kQ}{R} + \frac{kq_1}{R}$$

$18 + 2 = 20$

Поскольку она заземлена, то $\varphi_0 = 0$:

$$\frac{kQ}{R} + \frac{kq_1}{R} = 0$$

$$Q = -q_1$$

Распишем потенциал обоих заряженных шаров.

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{r} + \frac{kQ}{R}$$

$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{R}$$

Поскольку шары соединены; то $\varphi_1 = \varphi_2$.

$$\frac{kq_1}{r} + \frac{kQ}{R} = \frac{kq_2}{R}$$

$$q_2 = q_1 + Q \cdot \frac{r}{R}$$

$$q_2 = q_1 - q_1 \cdot \frac{r}{R} = q_1 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

$$q_2 = 6 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} \cdot \left(1 - \frac{2 \text{ см}}{3 \text{ см}}\right) = 6 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} \cdot \frac{1}{3}$$

$$q_2 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

$R = ?$

Задача 4.10.3

Чистовин

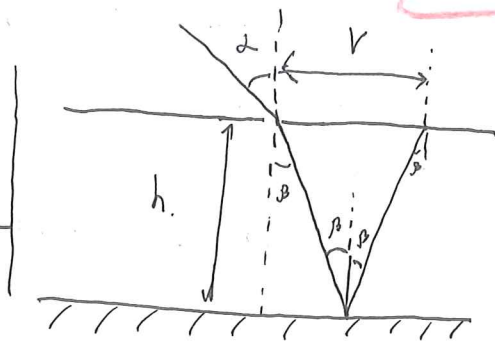
Задача 4.10.3

Дано:

$R = 8 \text{ см}$

$h = 4 \text{ см}$

$n = ?$



Пусть луч падает на поверхность жидкости под углом α к вертикали (свет рассеянный $\Rightarrow \alpha \in [0^\circ; 90^\circ]$)

$\sin \alpha = n \sin \beta$

β - угол луча к вертикали внутри жидкости.

Этот же угол остаётся после отражения.

$k = \tan \beta \cdot h + \tan \beta \cdot h = 2h \tan \beta$

~~k - расстояние на котором луч вращает π~~

k - расстояние от отверстия до точки прихода луча в экран.

$\tan k = R$ при $\tan \beta$ - максимальном.

$\beta \in [0^\circ; 90^\circ]$

$\tan \beta$ - max при β - max.

при β - max при $\sin \beta$ - max

$\sin \beta$ max при $\sin \alpha$ - max.

$\sin \alpha$ max при $\alpha = 90^\circ$.

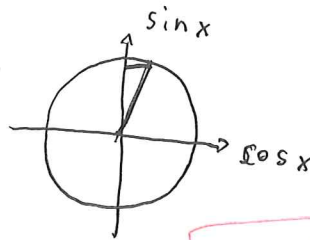
$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 1 \Rightarrow$

$k = R \Rightarrow \tan \beta = \frac{R}{2h} = \frac{8 \text{ см}}{2 \cdot 4 \text{ см}} = 1 \Rightarrow \beta = 45^\circ$

$\sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot n = 1$

$n = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$



Задача 5.4.3.

Дано

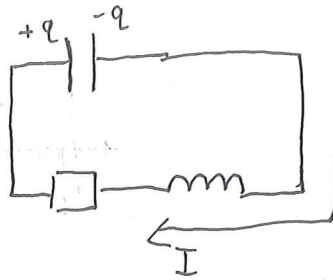
$$R = 0,4 \Omega$$

$$C = 40 \mu\text{F}$$

$$U = 1 \text{ В}$$

$$Q = 39,4 \text{ мДж}$$

$$L = ?$$



q - заряд конденсатора

или

$$\frac{q}{C} + \dot{I}L + IR = 0$$

$$\dot{q} = I$$

~~$$\frac{q}{C} + \dot{I}L + IR = 0$$~~

~~$$\frac{q}{C} + \dot{I}L + IR = 0$$~~

$$\frac{q}{C} + \ddot{q}L + \dot{q}R = 0$$

при $I = I_{\text{max}}$. $\dot{I} = 0 \Rightarrow \ddot{q} = 0$ ⊕

$$\frac{q}{C} + \dot{q}R = 0$$

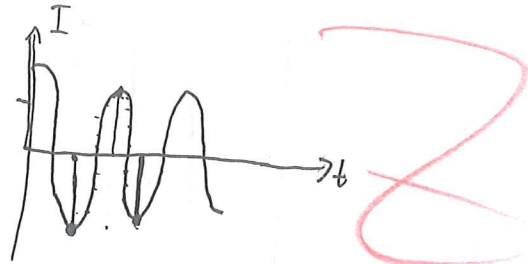
$$\left| \frac{q}{C} \right| = U \quad \dot{q} = I_{\text{max}} > 0$$

$$R I_{\text{max}} = U = 0$$

$$I_{\text{max}} = \frac{U}{R} \oplus$$

Задача 5.4.3. Продолжение

Поскольку потери энергии очень малы по сравнению с энергией накопленной



в системе, то можно считать что на участке π в Γ .

Ток в системе совершает гармонические колебания с частотой ω .

$$I = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$\dot{I} = A\omega \cos \omega t + B\omega \sin \omega t$$

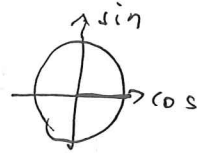
Начнём отсчёт от момента, когда ток в схеме Γ I_{\max} .

$$\dot{I}(0) = \frac{U}{R} = A \cdot 1 + B \cdot 0$$

$$\dot{I}(0) = 0 = A \cdot \omega \cdot 0 + B \cdot \omega \cdot 1$$

$$B = 0$$

$$A = \frac{U}{R}$$



Подсчёт ω :



$$\frac{q}{C} + \dot{I}L = 0$$

$$q + \ddot{q}CL = 0$$



$$\Gamma = \frac{2\sqrt{L}}{\omega} = 2\sqrt{LC} \oplus$$

$$\frac{q}{CL} + \ddot{q} = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Задача №5.4.3. продолжение

$$I = \frac{U}{R} \cdot \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t\right)$$

Тепло выделяется только на резисторе:
 в системе

$$P_R = I_R^2 R = I^2 R$$

$$Q = \int_0^T P_R dt = \int_0^T I^2 R dt \quad (+)$$

$$Q = \int_0^T \frac{U^2}{R^2} \cdot R \cdot \cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t\right) dt =$$

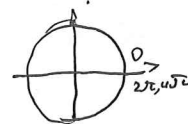
$$= \frac{U^2}{R} \cdot \int_0^T \cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t\right) dt = \frac{U^2}{R} \int_0^T \left(\frac{\cos\left(2\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)}{2} + \frac{1}{2}\right) dt =$$

$$\left| \cos^2 \alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2} \right.$$

$$= \frac{U^2}{2R} \int_0^T (\cos\left(2\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) + 1) dt = \frac{U^2}{2R} \cdot \left(\frac{\sqrt{LC}}{2} (\sin(4\pi) - \sin 0) + (T - 0)\right)$$

$$\left| \int (\cos\left(2\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) + 1) dt = \frac{\sin\left(\frac{2}{\sqrt{LC}} t\right)}{\frac{2}{\sqrt{LC}}} + t = \frac{\sqrt{LC}}{2} \sin\left(\frac{2}{\sqrt{LC}} t\right) + t \right.$$

$$\frac{\sqrt{LC}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{LC}} = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$$



$$Q = \frac{U^2}{2R} \cdot T = \frac{U^2}{2R} \cdot 2\pi \sqrt{LC} \quad (+)$$

$$L = \frac{Q \cdot R^2}{U^2 \pi^2 \cdot C} \approx \frac{(31,4 \text{ мДж})^2 \cdot 0,4^2 \Omega^2}{(3,14)^2 \cdot 40 \text{ мкФ} \cdot 1^4 \text{ В}^4} \quad (+)$$

$$L = 0,4 \text{ Генри} \quad (+)$$

Черновик для вычисления

$$100 - 14,5 = 85,5$$

$$85,5 - 45 = 40,5$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 14,5 \\ \hline 85,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85,5 \\ - 45 \\ \hline 40,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 9 \\ \hline 405 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 9 \\ \hline 405 \end{array}$$

$$\frac{31,4}{3,14} = 10$$

$$L = \frac{10^2 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 10^2}{40 \cdot 10^{-6}} = 0,4$$

Подбор интеграла

$$(\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha)' = \sin^2 \alpha \cdot \sin \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$(\sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha)' = \cos^2 \alpha \cdot \cos \alpha + 2 \cdot \cos \alpha \cdot (-\sin \alpha \cdot \sin \alpha)$$

$$\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot 2 \cos \alpha \cdot (-\sin \alpha)$$

$$\cos^2 \alpha =$$

$$1 - \frac{3}{4} \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha \quad 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$$

$$2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$$

$$= \sin \alpha \cdot \sin \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2}$$

$$\left(\frac{\sin \omega t}{\omega} \right)' = \frac{\omega \cos \omega t}{\omega}$$

$$\left(\frac{\sin x}{x} + x \right)' = \frac{\cos x}{x} + 1$$

Герцовик

$$x + \ddot{x} = 0$$

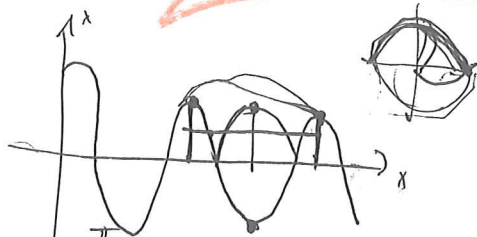
mg

$$am + kx = 0$$

$$a + \omega^2 x = 0$$

$$[\dot{x}] = [c^{-1}]$$

$$\frac{кг \cdot м}{с^2 \cdot м \cdot кг}$$



$$\left(\frac{\sin \omega x}{\omega} \right)' = \frac{\omega \cdot \cos x}{\omega}$$

$$\sum_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \pi = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}) - \sin(0)}{\omega} = \frac{1 \sin \pi}{\omega}$$

$$\sin^2 x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

