



69-84-81-87

(4.5)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов

по физике

Радикова Алексея Антоновича

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«9» февраля 2024 года

Подпись участника

Ау

69-84-81-87
(4.5)

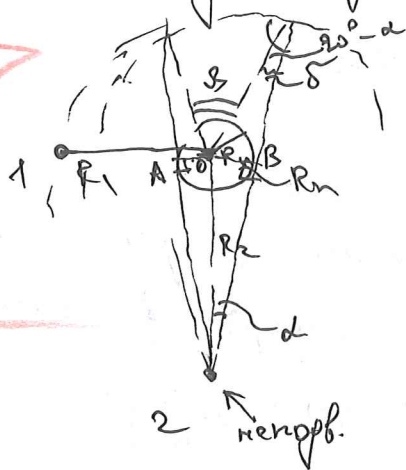
Числовик

№ 4.2

Перейдем в СО более удаленной от планеты корабля. Понятно, что из-за движения корабля на ветрегу друг другу их угловые скорости складываются. А значит, "относительный" период — период повторения одинаковых положений кораблей относительно друг друга это: $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$ (из $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$)

где S — и есть этот период (в астрономии его называют синодическим). $S = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$

Нарисуем эту ситуацию.



Пусть радиус планеты — R_n . Так как он составляет несколько тысяч километров, то его можно считать ~~малым~~ малым отрезком R_1 и R_2 .

$$\sin \alpha = \frac{R_n}{R_2} \Rightarrow d \approx \frac{R_n}{R_2}$$

$$\beta = 180^\circ - 2 \cdot (20^\circ - \alpha - \delta) = 2(\alpha + \delta)$$

практически на одной прямой $\Rightarrow \sin \delta \approx \delta = \frac{R_n}{R_1}$

$T = \frac{S}{2\pi} \cdot \beta$ — время, когда планета перекрывает лазерный луч.

Выполним третий закон Кеплера: $\frac{T^2 M}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma}$

и формулу для угл. скорости орбиты:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{1}{R_n} \quad \text{Тогда,} \quad \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma R_n^3}$$

a — большая полуось орбиты, ~~или~~ в нашем случае это просто радиус орбиты. $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{\gamma R_n^3}}$

$$S = \frac{4\pi^2}{\gamma R_n^3} \cdot R_2 R_1 \sqrt{R_1 R_2}$$

краткож. на сл. стр.

числовик

№1.4.2 (продолжение)

$$S = \frac{2\pi R_1 R_2 \sqrt{R_1 R_2}}{R_n \sqrt{\rho} (R_1 \sqrt{R_1} + R_2 \sqrt{R_2})}$$

Представив в формулу радиуса времени τ :

$$\tau = \frac{2\pi R_1 \sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{\rho} (R_1 \sqrt{R_1} + R_2 \sqrt{R_2})} = \frac{2 \cdot 6,4 \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 \sqrt{6,4 \cdot 10^{-7} \cdot 10^8}}{\sqrt{9} \cdot (6,4 \cdot 10^{-7} \sqrt{6,4 \cdot 10^{-7}} + 10^8 \sqrt{10^8})} =$$

~~$= (22577 \text{ с})$~~

$$\tau = \frac{2\pi R_1 R_2 \sqrt{R_1 R_2}}{R_n \sqrt{\rho} (R_1 \sqrt{R_1} + R_2 \sqrt{R_2})} \cdot \frac{R_n}{\pi} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} =$$

$$= \frac{2 \sqrt{R_1 R_2} (R_1 + R_2)}{\sqrt{\rho} (R_1 \sqrt{R_1} + R_2 \sqrt{R_2})} \approx (5785 \text{ с})$$

№2.5.2

Изначально равнение в трубке было равно равнению атмосферы p_0 , при этом содержало две „компоненты“: сухой воздух и пар.

$$p_0 = p_{в1} + p_{нас}$$

||
p_{п1}

Проверим, является ли в конце процесса пар насыщенным? $p_{п1} \cdot l = p_{п2} \cdot (\frac{l}{2} + h) l$, где l — толщина трубки.

$$p_{п2} = p_{п1} \cdot \frac{l}{\frac{l}{2} + h} = p_{нас} \cdot \frac{100 \text{ см}}{95 \text{ см}} > p_{нас}$$

Значит, пар в конце p_0 сух пар насыщен.

В конце равнение в трубке: $p_0 + \rho g h = p_{нас} + p_{св2}$

Для сухого воздуха верен закон Бойля-Мариотта:

$$p_{св1} \cdot l = p_{св2} \cdot (\frac{l}{2} + h) l \rightarrow p_{св2} = p_{св1} \cdot \frac{1}{0,45 + 0,5} = \frac{20}{13} p_{св1}$$

см. сл. стр

69-84-81-87
(4.5)

№2.5.2 (продолжение) Числовик

$$\left. \begin{aligned} r_{p0} &= r_{шес} + r_{св1} \cdot 1 \cdot \frac{20}{19} \\ r_{p0} + \frac{20}{19} r_{св1} &= r_{шес} + \frac{20}{19} r_{св1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r_{p0} = 19 \frac{20}{19} r_{св1} + r_{шес} = \boxed{100 \text{ кПа}}$$

№3.10.2

Так как в задаче не сказано какие заряды сконцентрированы на каких именно шарах, рассмотрим оба варианта:



Заземление означает, что потенциал на шаре 2 равен нулю, то есть $\frac{kq_2}{R} + \frac{kq_1}{r} = 0 \Rightarrow Q = -q_2$. То, что шары соединены проводом означает то, что их потенциалы становятся равными.

Уравнение шаров 1 и 2 равно от нуля говорит о том, что они не влияют на потенциал шаров 2:

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{r} ; \varphi_2 = \frac{kq_2}{r} + \frac{kQ}{R} = kq_2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

$$\frac{kq_1}{r} = kq_2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

$$\frac{q_1}{r} - \frac{q_2}{r} = -\frac{q_2}{R} \Rightarrow \frac{q_1 - q_2}{r} = -\frac{q_2}{R} \Rightarrow r = R \cdot \frac{q_2 - q_1}{q_2} < 0$$

Значит, такого случая быть не могло.

②



Аналогично, $Q = -q_1$

$$\varphi_1 = \frac{kq_2}{r}$$

$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{r} + \frac{kQ}{R} = kq_1 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

$$q_1 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = \frac{q_2}{r}$$

$$\frac{q_1 - q_2}{r} = \frac{q_2}{R} \Rightarrow r = R \cdot \frac{q_1 - q_2}{q_2} = 3 \text{ см} \cdot \frac{7,5 - 2,5}{2,5} = 6 \text{ см}$$

№4.10.2

Четовик

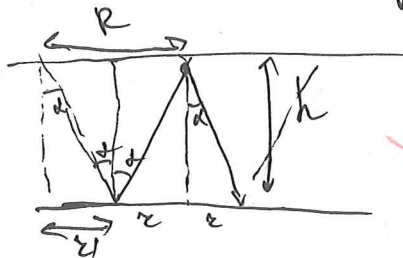
Расстояние света означает то, что в отверстие
 шириной λ пучок света падает под углом
 приемной линзы в 90° и создает в плоскости
 полнотного внутренне отражения.

$$\sin 90^\circ = n \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{n} = \frac{2}{3}$$



так как отверстие
 мало, можно считать,
 что лучи почти сразу
 пересекаются и далее
 идут по дуге, пока не
 обрываются на краю

на плоское зеркало
 на зеркале радиусом $r = h \tan \alpha$



далее свет отражается
 от зеркала под
 углом α

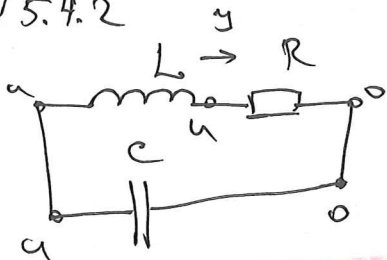
$$r' = h \tan \alpha$$

$$R = 2h \tan \alpha \Rightarrow h = \frac{R}{2 \tan \alpha}$$

$$h = \frac{R \sqrt{5}}{4} \approx 4,5 \text{ см}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

№5.4.2

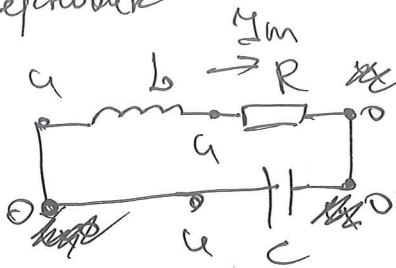


В момент максимума
 тока, напряжение на катушке
 равно нулю, а значит в
 данный момент ток

$$I = \frac{U}{R}$$

Покажем, что этот период равен $T = 2\pi \sqrt{LC}$, так как
 колебания слабо затухающие. Будем считать, что всё
 это время на резисторе постоянная мощность.
 Тогда, $Q = I^2 R T = \frac{U^2}{R} T \Rightarrow R = \frac{U^2 T}{Q} = \frac{U^2 \cdot 2\pi \sqrt{LC}}{Q} \approx 10 \text{ Ом}$

Нерновик



(+1)

$$\sqrt{I_m} \geq 0$$

$$U = I_m R \Rightarrow$$

$$I_m = \frac{U}{R}$$

(+4)

$$I = 2\pi \sqrt{LC} \cdot P$$

(+4)

$$0,3 \cdot 30 \cdot 10^{-6} = 9 \cdot 10^{-6}$$

$$Q = I^2 R T P$$

$$Q = \left(\frac{U}{R}\right)^2 \cdot R T = \frac{U^2}{R} T$$

$$= \frac{U^2}{R} T$$

$$\frac{0,04 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^3}{0,38 \cdot 10^{-3}} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 3}{38} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3}{19}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,14 \\ \hline 18,84 \\ 18, \end{array}$$

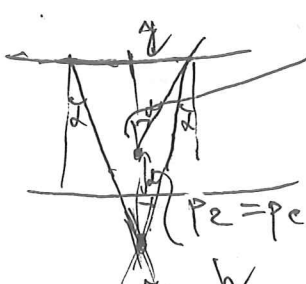
$$\begin{array}{r} 18,84 \mid 19 \\ \hline 171 \mid 0,99 \\ \hline -179 \end{array}$$

Черновик

№ 2.5.2

$$p_0 = p_{св1} + p_{нас} = p_{нас}$$

$$p_{нас} \cdot L = p_{н2} \cdot (\frac{L}{2} + h)$$



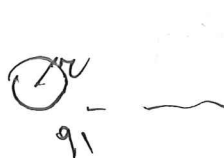
$$z \cdot \frac{a+x}{2} = \frac{z}{\text{tg} \alpha} \quad p_{н2} = p_{нас} \cdot \frac{1}{0,95}$$

$$p_{н2} = p_{св2} + p_{нас} = p_0 + \rho g h$$



№ 3.10.2

$$p_{св1} \cdot L = p_{св2} \cdot (\frac{L}{2} + h)$$



$$p_{св1} \cdot 1 \text{ м} = p_{св2} \cdot 0,95 \text{ м}$$

$$h - \frac{z}{\text{tg} \alpha} + h = 2h - \frac{z}{\text{tg} \alpha}$$

$$p_{св2} = \frac{20}{19} p_{св1}$$

$$\frac{kg_1}{z}$$

$$p_0 = p_{св1} + p_{нас} = 10 \frac{20}{19}$$

$$14,5 \cdot 10^3$$

$$10^4 \cdot 0,45 = 4500$$

$$p_0 + \rho g h = \frac{20}{19} p_{св2} + p_{нас}$$

$$(2h \text{tg} \alpha - z = R)$$

$$\frac{kg_1}{z} = q_1$$

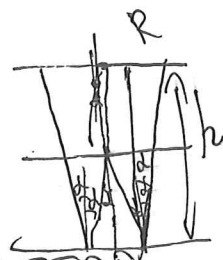
$$q_2 = \frac{kg_2}{R} + \frac{kg_2}{z} = kg_2 (\frac{1}{z} - \frac{1}{R})$$

$$\frac{20}{19} p_0 = p_{св1} \cdot \frac{20}{19} + \frac{20}{19} p_{нас}$$

$$p_0 + \rho g h = \frac{20}{19} p_{св1} + p_{нас} \quad \frac{8}{4}$$

$$kg_2 (\frac{1}{z} - \frac{1}{R}) = kg_1 \cdot \frac{1}{z}$$

$$\frac{1}{19} p_0 - \rho g h = \frac{1}{19} p_{нас}$$



$$\frac{q_2}{z} - \frac{q_2}{R} = \frac{q_1}{z}$$

$$p_0 = 19 \rho g h + p_{нас}$$

$$\frac{q_2 - q_1}{z} = \frac{q_2}{R}$$

$$z = R \cdot \frac{q_2 - q_1}{q_2}$$

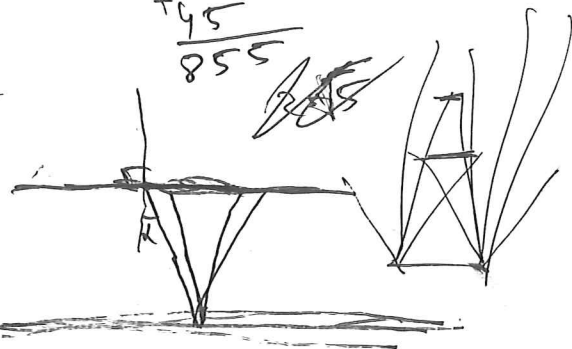
$$\begin{array}{r} \times 45 \\ 19 \\ \hline 405 \\ + 45 \\ \hline 855 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 85500 \\ 14500 \\ \hline 100000 \end{array}$$

$$\sin 20^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 20^\circ = 1 = h \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$



$$\sqrt{\frac{5000000}{4}} = z$$

Черновик

$$\frac{2 \cdot 6,4 \cdot 10^7 \sqrt{64 \cdot 10^4}}{3 \cdot (6,4 \cdot 10^7 \cdot 8 \cdot 10^3 + 10^8 \cdot 10^7)} = \frac{2 \cdot 6,4 \cdot 10^7 \cdot 8 \cdot 10^2}{3 \cdot (8 \cdot 6,4 \cdot 10^{10} + 10^{15})}$$

$$\sqrt{5'00'00'00} = \frac{2 \cdot 6,4 \cdot 8 \cdot 10^7}{3(8 \cdot 6,4 + 100)} = \frac{2 \cdot 223}{3} = 4000 + 480 + 862$$

$\begin{array}{r} 4000 \\ \times 223 \\ \hline 8000 \\ 88000 \\ 800000 \\ \hline 888000 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 151,2 \\ \times 3 \\ \hline 453,6 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 496 \\ \times 16 \\ \hline 7936 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 4810 \\ - 4536 \\ \hline 2740 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 2740 \\ \times 16 \\ \hline 43840 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 448 \\ \times 3 \\ \hline 1344 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 1229 \overline{) 4536} \\ \underline{3310} \\ 3300 \\ \underline{2290} \\ 1000 \\ \underline{660} \\ 340 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 1134 \overline{) 562} \\ \underline{10} \\ 13 \\ \underline{12} \\ 14 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 102,4 \cdot 10^7 \\ \times 453,6 \\ \hline 4640000000 \end{array}$
 $\frac{2020250}{1024} = 2020250 = 2020250$
 $\frac{9536}{2268} = 4,208$

$$\frac{2 \cdot 2500}{1024} = 2020250 = 2020250$$

$$\frac{4536}{2268} = 2$$

$$\frac{256}{1134} = 0,226$$

$$\frac{128}{562} = 0,227$$

$$\frac{2^4 \cdot 164 \cdot 10^7}{3(2^9 + 2^7 \cdot 125)} = \frac{281}{562} = \frac{164 \cdot 10^4 \cdot 2}{3 \cdot (2^6 + 125)}$$

$$\frac{281}{562} = \frac{164 \cdot 10^4 \cdot 2}{3 \cdot (2^6 + 125)}$$

$$\frac{2 \sqrt{6,4 \cdot 10^7 \cdot 10^8} (6,4 \cdot 10^7 + 10^8)}{3 \cdot (6,4 \cdot 10^7 \sqrt{6,4 \cdot 10^7} + 10^8 \sqrt{10^8})}$$

$$= \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^7 \cdot (6,4 \cdot 10^6 + 10^8)}{3 \cdot (6,4 \cdot 10^7 \cdot 8 \cdot 10^3 + 10^{12})} = \frac{16 \cdot 10^7 \cdot 10^6 (64 + 100)}{3 \cdot (64 \cdot 8 \cdot 10^9 + 10^{12})}$$

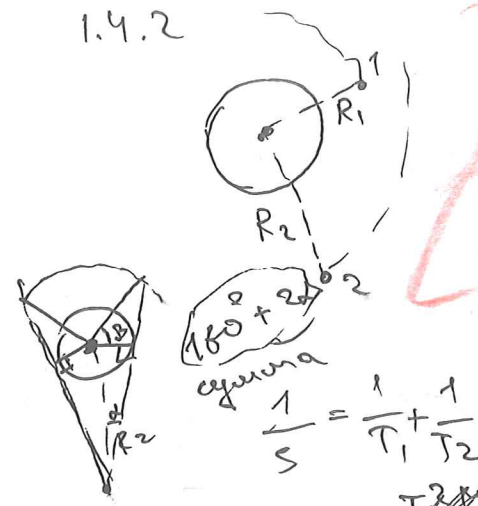
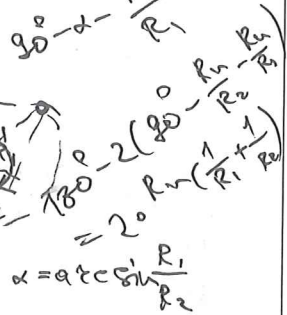
$$= \frac{16 \cdot 164 \cdot 10^{13}}{3 \cdot (64 \cdot 8 \cdot 10^9 + 10^{12})} = \frac{16 \cdot 164 \cdot 10^4}{3 \cdot (64 \cdot 8 + 1000)} = \frac{16 \cdot 164 \cdot 10^4}{4536}$$

Черновик

1.4.2

$$2 \cdot 6,4 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{6,4 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \cdot 10^5 \cdot 10^3}$$

$$\sqrt{g} = (6,4 \cdot 10^4) \cdot \frac{2\pi}{a^3} = \frac{4\pi}{2}$$



$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$$

$$g = \frac{2\pi}{R_2^2}$$



$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{6,4 \cdot 10^4}{10^5} = 0,64$$

$$\sin \alpha = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_2}{R_1} = \frac{10 \cdot 10^3}{6,4 \cdot 10^4} = \frac{10}{64} = \frac{5}{32} < 1$$

$$\alpha = \frac{R_2}{R_1} = \frac{15}{32}$$

$$\text{сумма } \alpha: 360 - 2 \cdot (90 - \alpha) = 180 + 2\alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_2}{R_1}$$

$$c = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{2\pi R_2 R_1 \sqrt{R_1 + R_2}}{R_2 \sqrt{R_1 + R_2} + R_1 \sqrt{R_2}} \cdot ?$$

$$c = \frac{2\pi R_2 R_1 \sqrt{R_1 + R_2}}{2\pi R_2}$$

$$c = S \cdot \frac{2\pi R_2 R_1 \sqrt{R_1 + R_2}}{2\pi R_2}$$

$$S = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$$

$$\frac{2R_1 \sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{R_1 \sqrt{R_1 + R_2} + R_2 \sqrt{R_2}}} = S \cdot \frac{2\pi R_2 R_1 \sqrt{R_1 + R_2}}{2\pi R_2}$$

$$= \frac{2\pi R_2 R_1 \sqrt{R_1 + R_2}}{2\pi R_2} = \frac{R_1 \sqrt{R_1 + R_2}}{R_2}$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{4\pi^2}{g R_1^2} \cdot R_1^3}$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{4\pi^2}{g R_2^2} \cdot R_2^3}$$

$$S = \frac{\frac{4\pi^2}{g R_1^2} \sqrt{R_2^3 R_1^3}}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{g R_1^2} (\sqrt{R_1^3} + \sqrt{R_2^3})}} = \frac{\frac{4\pi^2}{g R_1^2} R_2 R_1 \sqrt{R_1 R_2}}{\frac{2\pi}{\sqrt{g R_2}} (R_1 \sqrt{R_1} + R_2 \sqrt{R_2})} = \frac{2\pi R_2 R_1 \sqrt{R_1 R_2}}{R_2 \sqrt{g} (R_1 \sqrt{R_1} + R_2 \sqrt{R_2})}$$