0 409270 720005

40-92-70-72
(80.1)

Сдано: 14⁴⁷

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по геологии
профиль олимпиады

Залесской Авдотьи Романовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«22» марта 2025 года

Подпись участника

60 (шестьдесят)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

пред. жюри Н.Н. Еремин

зам. пред. жюри П.Ю. Степанов

40-92-70-72 (80.1)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	15	5	10	10	60

Черновик.

№5. Магматические.

Интрузивные и эффузивные.

Базальт, гранит, вулканическое стекло (обсидиан), пемза, туфы, (тефра?), пепел?

гранит – строительство, вулк. стекло – декоративное, пемза – косметич. целях.

№6.

1. В результате деятельности ледника: стока талых вод из-под ледника, сползания ледника. Мы видим, что данные формы расположены в горной местности, где вполне возможно существование в прошлом ледника. Камни имеют округлую форму, очевидно, они были обточены льдом и водой и подточены снизу потоками талых вод, стекающих из-под ледника вниз по склону.

2. В результате выветривания (водного) (корразии?) камни могли быть обточены мелкими осколками (песчинками) осадочных пород, переносимых ветром, на что указывают тонкие бороздки от острых песчинок.

№1.

Пусть в начале n ящиков.

$19n+6 = k(n-1)$; $\quad k, n \in N$

$19n+6-kn+k=0$. $\quad k>19$ $\quad k-19 \vdots 25$.

$n(19-k)+6+k=0$; $\quad n>1$.

$n(k-19)=6+k$.

~~НОД(6+k; k-19) НОД(k-19; 25)~~

$(6+k) \vdots (k-19)$;

~~k-19=25~~ ~~n=2, а образцов 19·2+6=44~~

$k=20$. n

$k=44$.

$19\cdot3+6=43$.

$19\cdot4+6=82$.

$19n+6 \vdots n-1$.

$$\begin{array}{r|l} 19n+6 & n-1 \\ -\,19n-19 & 19 \\ \hline 25 & \end{array}$$

$(19n+6):(n-1) = 19+\frac{25}{n-1}=k$.

$k-19=\frac{25}{n-1}$.

дел. 25: 1, 5, 25.

$k-19=1$ $\quad n-1=25$.
$k=20$ $\quad n=26$.

$k-19=25$ $\quad n-1=1$
$k=44$ $\quad n=2$

$k-19=5$ $\quad n-1=5$
$k=24$. $\quad n=6$.

Т.е. если можно в 1 ящик все, то 44, а если нельзя, то $19\cdot6+6=120$.

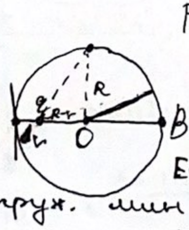
№2.

Дано:

$E_{max}=90$ В/м;

$E_{min}=10$ В/м;

$E_п$ – ?



Решение:

$E=k\frac{q}{r^2}$, т.е. величина напряжённости обр. пропорц. расст. от точки до заряда. E_{max} будет при r_1, а от любой точки внутри окруж. мин. расст. до окр. – по радиусу ⊥ касат., т.е. q находится на диаметре. Макс. расстояние тогда по этому же диаметру на другой стороне окружности.

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик

$90 = k\frac{q}{r^2}$, $10 = k\frac{q}{(2R-r)^2}$; $E_П = k\frac{q}{R^2+(R-r)^2}$;

$10 = \frac{kq}{4R^2-4Rr+r^2}$; $E_П = \frac{kq}{R^2+R^2-2Rr+r^2} = \frac{kq}{2R^2-2Rr+r^2}$;

$kq = 90r^2$, $1 = \frac{9r^2}{4R^2-4Rr+r^2}$; $4R^2-4Rr+r^2 = 9r^2$;

$4R^2-4Rr-8r^2=0.$

$R^2-Rr-2r^2=0;$

$R = 2r.$

$D = r^2+8r^2 = 9r^2;$

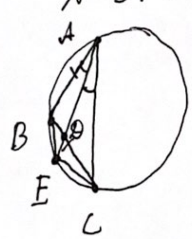
$R_1 = \frac{r+3r}{2} = 2r.$

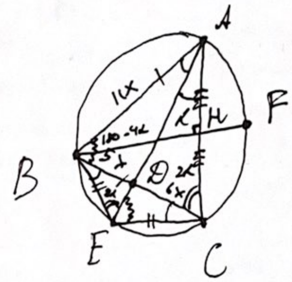
$R_2 = \frac{r-3r}{2} = -r$, но $R>0$, $r>0$.

$E_П = \frac{kq}{4r^2+r^2} = \frac{kq}{5r^2} = \frac{1}{5}\cdot\frac{kq}{r^2} = \frac{1}{5}\cdot 90 = \underline{18}.$

Ответ: 18 $\frac{В}{м}$

№3.





$S_{\Delta BED} = 5$

$S_{\Delta CED} = 6.$

Маршрут $ABCE$ - ?

$AB+BC+CE$ - ?

$\frac{1}{2}BE\cdot BD\cdot\sin\alpha = 5$

$\frac{1}{2}EC\cdot CD\cdot\sin\alpha = 6.$

$\frac{BD}{CD} = \frac{5}{6}.$

$\frac{1}{2}\cdot 11x\cdot\sin\alpha\cdot EC = 11.$

$EC\cdot\frac{1}{2}x\sin\alpha = 1$

$EC\cdot x\sin\alpha = 2.$

$180-(180-4\alpha)-\alpha = 3\alpha.$

$\frac{1}{2}ED\cdot BE\cdot\sin 3\alpha = 5$

$\frac{1}{2}\cdot ED\cdot EC\cdot\sin(180-4\alpha) = 6;$

$\frac{\sin 3\alpha}{\sin 4\alpha} = \frac{5}{6};$

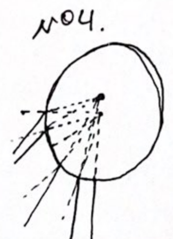
$625 - 64 = 561$

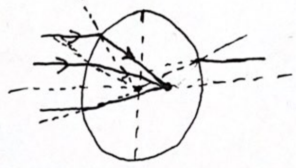
$ED^2 = 36x^2 + \frac{121x^2}{4\cos^2\alpha} - 2\cdot 6x\cdot\frac{11x}{\cos\alpha}\cdot\cos\alpha =$

$\frac{11x}{\sin 2\alpha} = 2R = \frac{EC}{\sin\alpha};$

$\frac{11x}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{EC}{\sin\alpha};$ $EC = \frac{11x}{2\cos\alpha};$ $= 36x^2 + \frac{121x^2}{4\cos^2\alpha} - 132x^2 =$

№4.





$= -96x^2 + \frac{121x^2}{4\cos^2\alpha};$

$\frac{5x}{11x} = \frac{6x}{AC}$, $AC = \frac{11x\cdot 6x}{5x} =$

$= \frac{66}{5}x.$ $HC = \frac{66}{10}x = \frac{33}{5}x.$

$BH = \sqrt{121x^2 - \frac{33^2x^2}{25}} = \sqrt{\frac{25\cdot 121x^2 - 9\cdot 121x^2}{25}} = \frac{4\cdot 11x}{5} = \frac{44}{5}x;$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\frac{44}{5}x\cdot\frac{66x}{5} = \frac{1}{2}\cdot 11x\cdot\frac{66x}{5}\cdot\sin 2\alpha;$

$\sin^2\alpha = t.$

$-t^2+t-\frac{4}{25}=0.$

$t^2-t+\frac{4}{25}=0.$

$D = 1-\frac{16}{25} =$

$\frac{44x\cdot 66x}{25} = \frac{11x\cdot 66x\cdot\sin 2\alpha}{5};$

$44\cdot 66 = 5\cdot 11\cdot 66\cdot\sin 2\alpha;$

$\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$; $= 2\sin\alpha\sqrt{1-\sin^2\alpha};$

$\sin\alpha\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{2}{5};$

$\sin^2\alpha(1-\sin^2\alpha) = \frac{4}{25};$

40-92-70-72 (80.1)

Чистовик

Задание 5.

При извержениях вулканов образуются магматические горные породы, интрузивные и эффузивные. Конкретные примеры: базальт, гранит, пемза, туф, вулканическое стекло (обсидиан), застывшая лава, пепел. Гранит применяется в строительстве, вулканическое стекло – в декоративных целях, пемза из-за своей лёгкости и пористости – в косметических целях.

± ответ правильный но излишне краткий

Задание 6.

1. В результате деятельности ледника. Мы видим, что данные формы расположены в горной местности, поэтому вполне возможно существование здесь когда-то горно-долинного ледника. Части ледника могли отрываться и сползать вниз по склону, обтачивая камни, а также талые воды могли уходить из-под ледника и течь вниз по склону, придавая камням округлую форму и подтачивая их снизу.

2. В результате выветривания (эолового). Ветер мог поднимать в воздух мелкие осколки, частички других горных пород, песчинки, и обтачивать ими эти причудливые камни. Песчинки царапали камни, из-за чего на них видны мелкие бороздки.

Указанные процессы могли совместно действовать на камни.

± ответ неполное

Задание 1.

Пусть в начале было n ящиков, тогда всего образцов $19n+6$. Затем ящиков стало $n-1$. Пусть в каждый ящик тогда положили по k образцов. Получим:

$$19n+6=k(n-1); \quad k,n\in\mathbb{N}.$$

$$k=\frac{19n+6}{n-1}=19+\frac{25}{n-1};$$

$$\begin{array}{r|l} 19n+6 & n-1 \\ -\,19n-19 & 19 \\ \hline 25 & \end{array}$$

$$k-19=\frac{25}{n-1};$$

$$(k-19)(n-1)=25.$$

Дел. числа 25: 1, 5, 25; т.к. $(n-1)\in\mathbb{N}$ и $(k-19)\in\mathbb{N}$.

1) $k-19=1$, $k=20$; $n-1=25$, $n=26$.

2) $k-19=5$, $k=24$; $n-1=5$, $n=6$.

3) $k-19=25$, $k=44$; $n-1=1$, $n=2$.

Так как нам нужно наименьшее число пород, т.е. наименьшее n, выберем вариант (3). Однако тогда получится, что ~~породы~~ образцы во втором случае сложили в один ящик, а по условию их разложили „поровну в каждый ящик", что, я думаю, говорит о том, что ящиков было бы больше, чем один. В том случае образцов было бы $19\cdot2+6=44$. Поэтому возьмём вариант (2), где $n=6$, а всего образцов $19\cdot6+6=120$.

Ответ: 120.

− решение неверно

Чистовик.

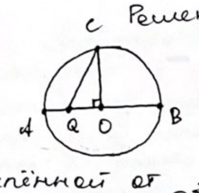
Задание 2.

Дано:

$E_{max} = 90\ \frac{В}{м}$;

$E_{min} = 10 \frac{В}{м}$;

$E_п$ - ?



Решение:

Т.к. модуль напряжённости эл. поля обратно пропорционален квадрату расстояния от точки до заряда, E_{max} будет в точке, минимально удалённой от заряда, а E_{min} - в максимально удалённой. Для любой точки внутри окружности минимально и максимально удалённые точки на окружности будут лежать на разных концах диаметра, проведённого через эту точку, т.к. E_{min} и E_{max} достигаются на экваторе, заряд (точка Q) лежит на горизонтальном диаметре окружности и, соответственно, сферы. Пусть AB - этот диаметр, O - центр сферы (и её диаметрального сечения, представленного на рисунке выше), а C - сев. полюс глобуса (расстояние от Q до обоих полюсов равны). Пусть $AQ = r$, а $AO = OC = OB = R$.

$E_{max} = k\frac{q}{r^2}$, $E_{min} = k\frac{q}{(2R-r)^2}$, $E_п = k\frac{q}{QC^2}$,

В ΔQOC по теор. Пифагора ($\angle COQ = 90°$) $QO^2 + OC^2 = QC^2$,

$QC^2 = QO^2 + OC^2 = (R-r)^2 + R^2$;

$kq = E_{max}\cdot r^2 = E_{min}(2R-r)^2$;

$90r^2 = 10(4R^2 - 4Rr + r^2)$;

$9r^2 = 4R^2 - 4Rr + r^2$.

$4R^2 - 4Rr - 8r^2 = 0$;

Можно было бы решить это квадратное уравнение и относительно величины r

$R^2 - Rr - 2r^2 = 0$;

$D = r^2 + 4\cdot 2r^2 = 9r^2$;

$R_1 = \frac{r+3r}{2} = 2r$;

$R_2 = \frac{r-3r}{2} = -r$ - не физический корень, т.к. $R>0$ и $r>0$.

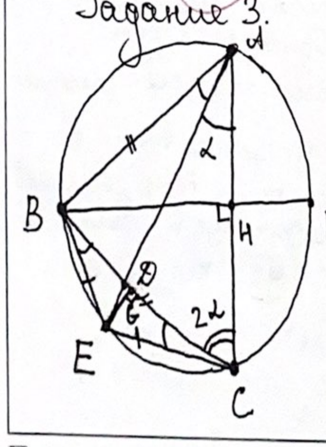
$E_п = \frac{kq}{(R-r)^2+R^2} = \frac{kq}{(2r-r)^2+4r^2} = \frac{kq}{5r^2} = \frac{1}{5}\cdot\frac{kq}{r^2} = \frac{1}{5}\cdot E_{max} =$

$= \frac{1}{5}\cdot 90 = 18\left(\frac{В}{м}\right)$

Ответ: 18 В/м;

Ответ правильный! (+)

Задание 3.



Дано: ΔABC, равноб., $AB = BC$, AD - бисс. $\angle BAC$, $E \in AD$; $A, B, C, E \in$ окр.

$S_{\Delta BED} = 5$, $S_{\Delta CED} = 6$.

Найти: $AB + BC + CE$.

Решение: пусть $\angle DAC = \alpha$. Тогда $\angle EBC = \angle DAC = \alpha$ как вписанные, опирающиеся на одну дугу. Аналогично $\angle ECB = \angle BAD = \alpha$.

Чистовик

Задание 3 (продолжение).

Получается, $\triangle BEC$ – равнобед., и $BE=EC$. $S_{\triangle BED}=\frac{1}{2}\cdot BE\cdot BD\cdot\sin\alpha=5$;

$S_{\triangle CED}=\frac{1}{2}\cdot EC\cdot DC\cdot\sin\alpha=6$; $\begin{cases}\frac{1}{2}BE\cdot BD\cdot\sin\alpha=5;\\ \frac{1}{2}BE\cdot DC\cdot\sin\alpha=6;\end{cases}$ /: $\frac{BD}{DC}=\frac{5}{6}$.

Пусть $BD=5x$, $DC=6x$, тогда $BC=11x=AB$; По св-ву биссектрисы в $\triangle ABC$ $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$, $AC=\frac{DC\cdot AB}{BD}=\frac{6x\cdot 11x}{5x}=\frac{66x}{5}$;

Проведём высоту BH, т.к. $\triangle ABC$ – равнобед., BH – медиана и биссектриса, и $HC=\frac{AC}{2}=\frac{66x}{2\cdot 5}=\frac{33x}{5}$. В $\triangle BHC$ по теор. Пифагора ($\angle BHC=90^0$) $BH^2+HC^2=BC^2$, $BH=\sqrt{BC^2-HC^2}=\sqrt{121x^2-\frac{33^2x^2}{25}}=\sqrt{\frac{(25\cdot 11^2-9\cdot 11^2)x^2}{25}}=\frac{4\cdot 11\cdot x}{5}=\frac{44x}{5}$. Тогда $\sin\angle HCB=\frac{BH}{BC}=\frac{44x}{5}\cdot\frac{1}{11x}=\frac{4}{5}=\sin 2\alpha$. $\cos\angle HCB=\frac{HC}{BC}=\frac{33x}{5}\cdot\frac{1}{11x}=\frac{3}{5}=\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$; $1-2\sin^2\alpha=\frac{3}{5}$; $2\sin^2\alpha=\frac{2}{5}$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{5}$; $\sin\alpha=\sqrt{\frac{1}{5}}$, т.к. $0^0<\alpha<90^0$. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

$S_{\triangle BED}=\frac{1}{2}\cdot BE\cdot\sin\alpha\cdot BD=5$. $BE=\frac{2\cdot 5}{BD\cdot\sin\alpha}=\frac{10}{\frac{\sqrt{5}}{5}\cdot 5x}=\frac{10\sqrt{5}}{5x}=\frac{2\sqrt{5}}{x}=EC$.

Проведём в $\triangle BEC$ высоту EG. Т.к. $\triangle BEC$ – равнобедр.,

$BG=GC=\frac{BC}{2}=\frac{11x}{2}$. По теор. Пифагора в $\triangle EGC$ $EC^2=EG^2+GC^2$, $EG=\sqrt{EC^2-GC^2}=\sqrt{\frac{4\cdot 5}{x^2}-\frac{121x^2}{4}}=\sqrt{\frac{80-121x^4}{4x^2}}=\frac{\sqrt{80-121x^4}}{2x}$;

$S_{\triangle CED}=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot EG=6$;

$\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{80-121x^4}}{2x}\cdot 6x=6$;

$\frac{\sqrt{80-121x^4}}{4}=1$.

$80-121x^4=16$.

$121x^4=64$.

$x=\sqrt[4]{\frac{64}{121}}=\sqrt{\frac{8}{11}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{11}}=\frac{2\sqrt{22}}{11}$.

$AB=11x=11\cdot\frac{2\sqrt{22}}{11}=2\sqrt{22}=BC$. $CE=\frac{2\sqrt{5}}{x}=\frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{22}}\cdot 11=\frac{11\sqrt{5}}{\sqrt{22}}=\frac{11\sqrt{5\cdot 22}}{22}=\frac{\sqrt{110}}{2}$;

$AB+BC+CE=2\cdot 2\sqrt{22}+\frac{\sqrt{110}}{2}=4\sqrt{22}+\frac{\sqrt{110}}{2}=\frac{8\sqrt{22}+\sqrt{110}}{2}$.

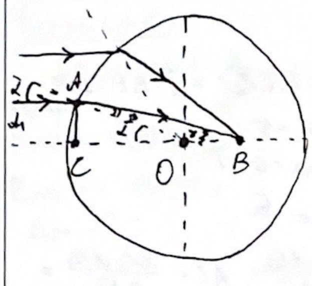
решено верно

Ответ: $\frac{8\sqrt{22}+\sqrt{110}}{2}$. +

Задание 4.

Дано:
$R=12$ мм;
$n=1{,}6$;
X_{max} - ?

Решение:
см. на обратной стороне листа



Поверхность шара, если смотреть на него издалека, представляет собой собирающую линзу. Пусть на неё падает луч A_1A под углом α к нормали. ~~Т.к. смотрим мы издалека~~

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n = 1{,}6$. ~~Т.к. смотрим мы издалека~~

$\sin\alpha = \frac{AC}{R}$. $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{1{,}6} = \frac{AC}{1{,}6R}$.

В $\triangle AOB$ по т. синусов $\frac{OB}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$;

$\angle ABC = \gamma = \alpha - \beta$; ~~$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$~~

$\sin\gamma = \frac{R\sin\beta}{OB} = \frac{R \cdot AC}{1{,}6 \cdot R \cdot OB} = \frac{AC}{1{,}6OB}$;

Т.к. нам нужно максимальное расстояние X_{max}, т.е. в т. B, а дефект будет находиться в фокусе линзы, т.е. в т. B, также падающие лучи будут максимально приближены к прямой BC, т.е. $\angle\gamma$ - малый, и $\sin\gamma \approx tg\gamma$.

$tg\gamma = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{R+OB}$; $\frac{AC}{1{,}6OB} = \frac{AC}{R+OB}$;

$1{,}6OB = R + OB$;

$0{,}6OB = R$.

$OB = \frac{R}{0{,}6} = \frac{12}{0{,}6} = 20$ (мм) $= X_{max}$.

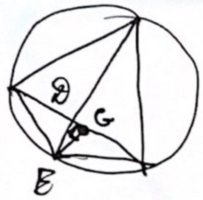
$\mp$

Ответ: 20 мм

Источником света является точка B (дефект), которая может находиться в любом месте шара, а не только как изображено на рис.

Черновик

№3.



$$\cancel{E}G = \sqrt{\frac{4\cdot 5}{x^2} - \frac{121x^2}{4}} = \sqrt{\frac{16\cdot 5 - 121x^4}{4x^2}} = \frac{\sqrt{80-121x^4}}{2x};$$

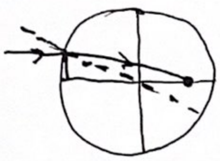
$$\cancel{G} = \frac{1}{2}\cdot EG \cdot \cancel{6x};$$

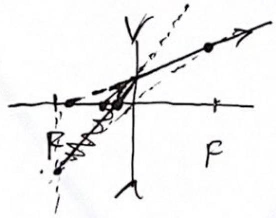
$$\frac{1}{2} EG\cancel{x} = 1.$$

$$\frac{\sqrt{80-121x^4}}{4\cancel{x}}\cancel{x} = 1.$$

$$80 - 121x^4 = 16\cancel{x};$$

№4.





См