



97-41-84-90
(80.3)



лет + 1
Сдано: 14³⁶

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“
наименование олимпиады

по Геометрии
профиль олимпиады

Прих-Хар Алексея Дмитриевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«22» марта 2025 года

Подпись участника

85 (восемьдесят пять)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

много. жюри
Н.В. Еремич97-41-84-90
(80.3)

Чистовик

Задача №1

Зам. много. жюри
по СелюковПусть x - общее кол-во образцов y - кол-во яиц

Тогда

$$x = 19 \cdot y + 6$$

$$x = k \cdot (y - 1) \quad k - \text{кол-во образцов в каждом яйце во втором случае.} \Rightarrow k > 19$$

$$19y + 6 = ky - k \Rightarrow y \cdot (19 - k) = -k - 6$$

$$y = \frac{k+6}{k-19} = \frac{k-19+25}{k-19} = 1 + \frac{25}{k-19}$$

По условию задачи $x, y, k \in \mathbb{N}$

из равенства $x = 19y + 6$ следует, что при наименьшем возможном x будет наименьший возможный y .

$$\min(y) = 2 \quad \text{при } k = 44$$

$$\Rightarrow \min(x) = 44$$

Ответ: 44 образца

ответ верный

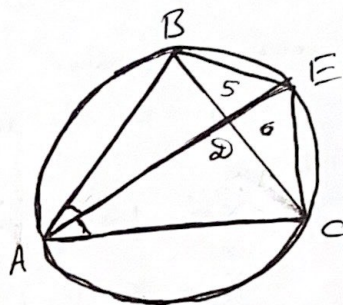
11

Чистовик

Задача №3

Дано:
 $\triangle ABC - \text{равн.} \Rightarrow AB = BC$
 $AD - \text{биссектриса}$
 $S_{BED} = 5$
 $S_{CED} = 6$

Найти:
 $S_{ABCE} = ?$



Решение:

$$1. \frac{S_{BED}}{S_{CED}} = \frac{BD}{CD} = \frac{5}{6} \Rightarrow \begin{aligned} BD &= 5x \\ CD &= 6x \end{aligned}$$

т.к. $AB = BC \Rightarrow AB = 11x$

т.к. $AD - \text{бисс.} \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{11x}{5x} = \frac{AC}{6x}$

$$\Rightarrow AC = \frac{11 \cdot 6}{5} x$$

по т. косинусов для $\triangle BAC$:

$$(11x)^2 = (11x)^2 + \left(\frac{11 \cdot 6}{5} x\right)^2 - 2 \cdot 11x \cdot \frac{11 \cdot 6}{5} x \cdot \cos \angle BAC$$

Пусть $\angle BAC = \alpha$

тогда:

$$\cos \alpha = \frac{11 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 6 \cdot x^2 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 11 \cdot x^2 \cdot 6} = \frac{6}{10}$$

по ОТТ:

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{36}{100}} = \frac{8}{10}$$

2. т.к. $\angle BAE = \angle EAC \Rightarrow BE = EC$ (т.к. $ABEC$ впис. в окр.

по т. косинусов для $\triangle BEC$:

$$(11x)^2 = 2BE^2 - 2BE^2 \cdot \cos(180 - \alpha)$$

$$(11x)^2 = 2BE^2(1 + \cos \alpha)$$

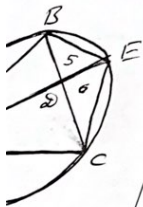
$$\Rightarrow BE = \sqrt{\frac{11^2 \cdot x^2 \cdot 10}{2 \cdot 16}} = \frac{11x\sqrt{5}}{4}$$

то сумма противоест.
 углов = 180°

$$\Rightarrow \angle BEC = 180 - \alpha$$

2

97-41-84-90
(80.3)



$$S_{BEC} = 11 = \frac{1}{2} \cdot \frac{11^2 \cdot x^2 \cdot 10}{2 \cdot 16} \cdot \frac{\sin(180-2)}{\frac{8}{10}}$$

$$\Rightarrow 11 = \frac{11^2 \cdot x^2}{2 \cdot 4} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{4 \cdot 2}{11}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$$

$$3. P_{ABCE} = x \cdot (11 + 11 + \frac{11\sqrt{5}}{4}) = \frac{\sqrt{2} \cdot 11}{\sqrt{11}} \cdot (1 + 1 + \frac{\sqrt{5}}{4})$$

$$= 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{(8 + \sqrt{5})}{4}$$

$$\text{Ответ: } P_{ABCE} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{(8 + \sqrt{5})}{4}$$

Зачем
ручки
12.05
Реш

отчет Сергеев

3

Практическое задание Чистовик

Практическое использование математических горных пород:

- Строительные материалы
- Содержание руды и не рудных полезных ископаемых.
- Трансформация информации о геологических характеристиках района.

Задача 2

Дано:

$$E_{\min} = 10 \frac{B}{H}$$

$$E_{\max} = 90 \frac{B}{H}$$

Найти:

$$E_{\text{иск}} = ?$$

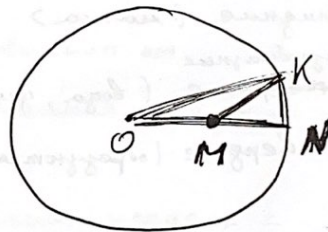
Решение:

Рассмотрим произвольную точку M в окружности (см. рис.)

Докажем, что $MN < MK$, где

MN - хорда, принадлежащая радиусу, проходящему через т. M ,

а MK - любая другая хорда, соединяющая т. M с окр-стью.



рассмотрим $\triangle OKN$, он р/д т.к. $OK = ON = R$

$$\Rightarrow \angle OKN = \angle ONK$$

$$\angle MKN < \angle OKN \Rightarrow \angle MKN < \angle MNK$$

т.к. в треугольнике напротив большего угла лежит большая сторона $\Rightarrow MN < MK$

Следовательно, наименьшее расстояние от точки M до окружности находится на радиусе, проходящем через эту точку.

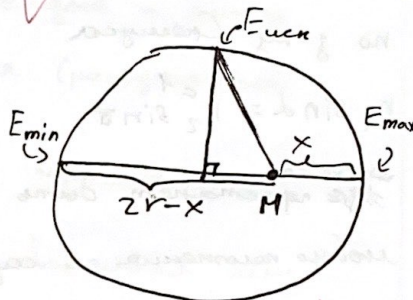
[6]

Числовик

Также те рассуждения проведем и для самой удалённой точки электричества и нули, это точечный заряд, E_{max} и E_{min} находится на одном диаметре.

$$E_{min} = \frac{k|q|}{(2r-x)^2} \Rightarrow 2r-x = \sqrt{\frac{k|q|}{E_{min}}}$$

$$E_{max} = \frac{k|q|}{x^2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{k|q|}{E_{max}}}$$



$$\Rightarrow 2r = \sqrt{\frac{k|q|}{E_{min}}} + \sqrt{\frac{k|q|}{E_{max}}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{k|q|}{E_{min}}} + \sqrt{\frac{k|q|}{E_{max}}} \right)$$

$$\Rightarrow r-x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{k|q|}{E_{min}}} - \sqrt{\frac{k|q|}{E_{max}}} \right)$$

$$E_{свк} = \frac{k|q|}{r^2 + (r-x)^2}$$

$$= \frac{k|q|}{\frac{1}{4} \left(\frac{k|q|}{E_{min}} + \frac{2k|q|}{\sqrt{E_{min} \cdot E_{max}}} + \frac{k|q|}{E_{max}} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{k|q|}{E_{min}} - \frac{2k|q|}{\sqrt{E_{min} \cdot E_{max}}} + \frac{k|q|}{E_{max}} \right)}$$

$$E_{свк} = \frac{k|q|}{\frac{1}{4} \cdot k|q| \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{E_{min}} + \frac{1}{E_{max}} \right)}$$

$$E_{свк} = \frac{2 E_{min} E_{max}}{E_{min} + E_{max}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 90}{100} = 18 \frac{В}{м}$$

Ответ: $18 \frac{В}{м}$

ответ Верный

7

Условие

Задача 4

Дано: Найти:

$R = 42 \text{ м}$

$\max(x) = ?$

$n_1 = 1,5$

Решение:

по $f = \text{из Снеллиуса}$

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

Вектор $\vec{x}$ перпендикулярен биссектрисе угла α .

любого положения в круге, если $|\sin \alpha| > 1$

то потому что тогда произойдет внутреннее отражение.

~~тогда $\sin \alpha > 1$~~

$$\max(\sin \alpha) = \frac{1}{n_1}$$

Также, по теореме синусов:

$$\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{x \sin \beta}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{x \sin \beta}{R} \leq \frac{1}{n_1} \Rightarrow x \leq \frac{R}{n_1 \sin \beta}, \quad 0 \leq \beta \leq \pi$$

(тогда $\max(x)$ достигается при $\beta = \frac{\pi}{2}$)

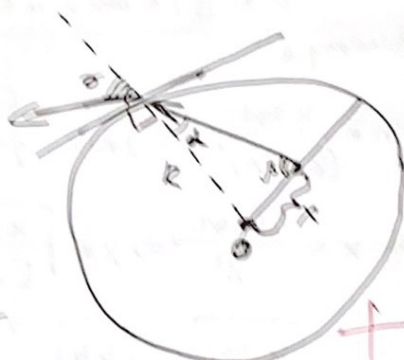
$$\Rightarrow x \leq \frac{42}{1,5} = \frac{420}{1,5} = \frac{30}{1} \cdot \frac{15}{2} = \frac{45}{2} = 22,5 \text{ м}$$

Ответ: $x = 22,5 \text{ м}$

ответ верный

+

8



в герметике
есть пузырь
 $\frac{1}{\sin \alpha} > 1$ а здесь
нет.

Источники

Задача №5

Такие причудливые формы образуются в результате процессов называемых выветриванием.

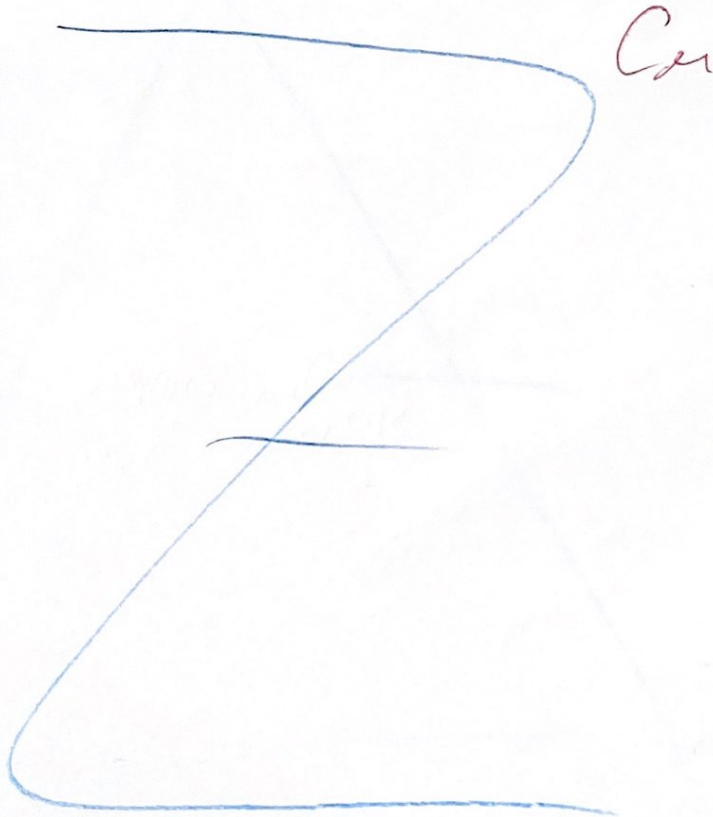
В ходе этих процессов менее твёрдые и менее химически твёрдые породы ссылаются (разрушаются)

под действием: ветра, которые переносят мелкие твёрдые материалы, обтачивая или то, что встречается на пути, процесс похож на работу пескоструйной установки, вода и работа живых организмов? тоже может влиять на создание таких форм. Процесс, при котором отпадают более лёгкие частицы называется коррозией

ответ верный, но
измучил краток

Черновик

Такие формы образуются в результате процессов выветривания более лёгких и менее химически стойких пород, оставляя более твёрдые и химически стойкие. Процесс выветривания включает в себя воздействие ветра, воды, живых организмов, в ранней стадии формирования таких объектов играет ветер, который обдувает горные породы перенося на себе твёрдые частички и эти частички ещё эрозивают (раздуваются) более лёгкие горные породы

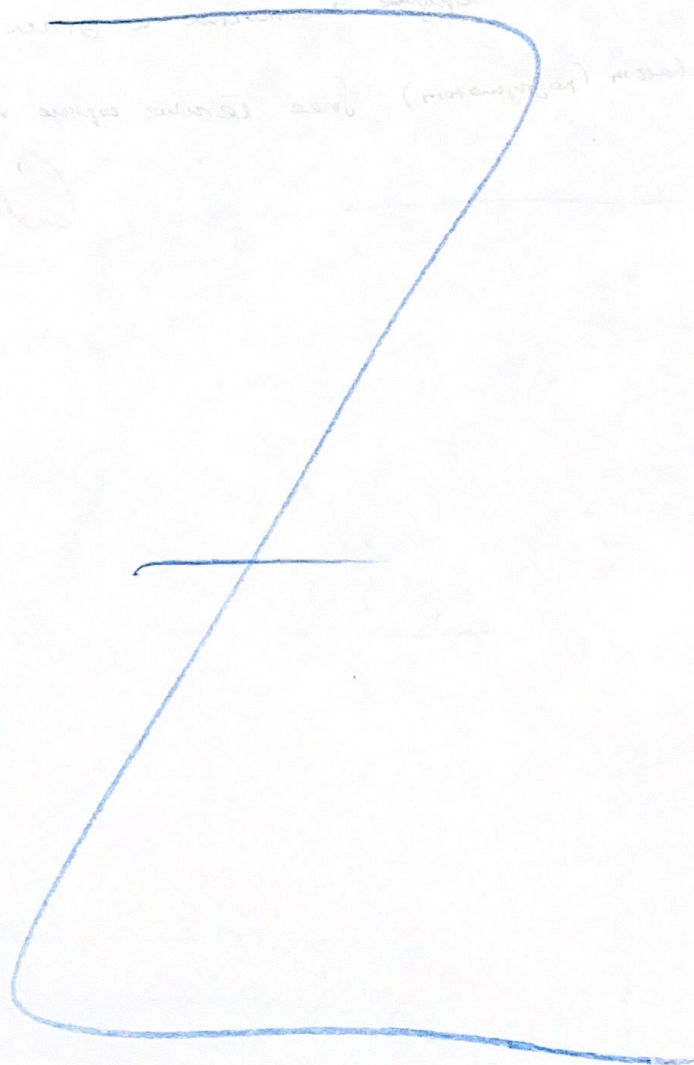
12

Черновик

всплывающие лавинные породы
симптомные минералы

пог водоб или на суше
тип типа извержений
тип выделений при извержениях
классификация по химическим
признакам
критические минералы

См



Черновик

$$n_1 \sin \alpha \leq n_2 \sin \beta$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \leq \frac{n_2 \sin \beta}{n_1} \leq 1$$

$$\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{x \cdot \sin \beta}{R}$$

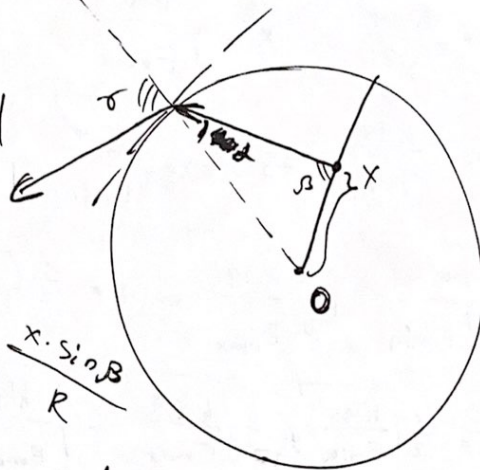
$$\frac{\sin \alpha}{n_1} = \frac{x \cdot \sin \beta}{R} \leq 1$$

$$x = \frac{\sin \alpha \cdot R}{n_1 \cdot \sin \beta} \in [0; 1]$$

$$x = \frac{R}{n_1} : \sin \beta$$

см

[10]



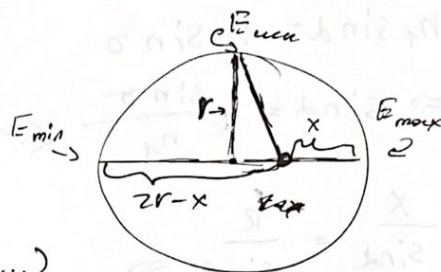
max(x)?

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 10^{-3} \\ 16 \cdot 10^{-4} \\ \hline 12 \\ 16 \\ \hline 15.5 \approx 7.5 \\ 25 \end{array}$$

Черновик

$$E_{\max} = \frac{k|q|}{x^2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{k|q|}{E_{\max}}}$$

$$E_{\min} = \frac{k|q|}{(2r+x)^2} \Rightarrow 2r+x = \sqrt{\frac{k|q|}{E_{\min}}}$$



$$2r = \sqrt{\frac{k|q|}{E_{\min}}} + \sqrt{\frac{k|q|}{E_{\max}}} \Rightarrow r = \frac{1}{2}(\dots)$$

$$r-x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k|q|}{E_{\min}}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k|q|}{E_{\max}}} - \sqrt{\frac{k|q|}{E_{\max}}} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{k|q|}{E_{\min}}} - \sqrt{\frac{k|q|}{E_{\max}}}\right)$$

$$E_{\text{ср}} = \frac{k|q|}{r^2 + (r-x)^2} = \frac{k|q|}{\frac{1}{4}\left(\frac{k|q|}{E_{\min}} + \frac{2k|q|}{\sqrt{E_{\min}E_{\max}}} + \frac{k|q|}{E_{\max}}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{k|q|}{E_{\min}} - \frac{2k|q|}{\sqrt{E_{\min}E_{\max}}} + \frac{k|q|}{E_{\max}}\right)}$$

$$= \frac{4 \cdot k|q|}{k|q| \left(\frac{1}{E_{\min}} + \frac{1}{E_{\max}}\right) \cdot 2} = \frac{4 \cdot 2}{E_{\max} + E_{\min}} \quad \frac{2}{1} : \frac{x}{y}$$

[11]