0 053149 57 02
05-31-49-57
(162.8)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11

Место проведения Санкт-Петербург
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Андриановой Анастасии Михайловны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
05-31-49-57	65	+	+	+	∓	+	–	0	0

Царьков

05-31-49-57 (162.8)

Чистовик 65 (шестьдесят пять)

Рыбин

Задача 1:

$$\sqrt{4x^2-12x+9}+\sqrt{x^2-6x+9}+\left(\sqrt{-(x-2)}\right)^2=\sqrt{3+\sqrt{8}}-\sqrt{3-\sqrt{8}}$$

$$\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt{(x-3)^2}+\left(\sqrt{2-x}\right)^2=\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$$

О.Д.З.: $2-x\geq 0$
$x\leq 2$

$$\begin{cases}|2x-3|+|x-3|+2-x=(1+\sqrt{2})-(\sqrt{2}-1)\\ x\leq 2\end{cases}\qquad\begin{cases}|2x-3|+3-x+2-x=2\\ x\leq 2\end{cases}$$

$$\begin{cases}|2x-3|=2x-3\\ x\leq 2\end{cases}\qquad\begin{cases}2x-3\geq 0\\ x\leq 2\end{cases}\qquad x\in[1,5;2]$$

Ответ: $x\in[1,5;2]$

Задача 5: т.к. $f_1(x)=f_2(x)$ для любого действительного x, то $P(x)=f_1(x)-f_2(x)=x^2(b_1+a_1-b_2-a_2)+x(a_1b_1+6-a_2b_2-8)+$
$+(6a_1-8a_2)$

равняется 0 при любом действительном x; но т.к. это многочлен второй степени, то у него может быть бесконечное множество корней, тогда и только тогда, когда все коэффициенты равны нулю

$$\begin{cases}b_1+a_1=a_2+b_2\\ a_1b_1+6=a_2b_2+8\\ 6a_1=8a_2\end{cases}$$

Аналогично можно рассуждать и с многочленами

$$Q(x)=f_2(x)-f_3(x)=x^2(a_2+b_2-a_3-b_3)+x(a_2b_2+8-a_3b_3-12)+$$
$$+(8a_2-12a_3)$$

$$R(x)=f_3(x)-f_1(x)=x^2(a_3+b_3-a_1-b_1)+x(a_3b_3+12-a_1b_1-6)+(12a_3-6a_1)$$

Получаем:
$$\begin{cases}a_1+b_1=a_2+b_2=a_3+b_3\\ a_1b_1+6=a_2b_2+8=a_3b_3+12\\ a_1=2a_3\\ \cancel{a_1=\tfrac{4}{3}a_2}\; a_2=\tfrac{3}{2}a_3\end{cases}$$

Страница 1

$a_1+b_1=a_3+b_3$ Чистовик $a_2+b_2=a_3+b_3$

$2a_3+b_1=a_3+b_3 \Rightarrow b_1=b_3-a_3$ $\quad$ $\frac{3}{2}a_3+b_2=a_3+b_3 \Rightarrow b_2=b_3-\frac{1}{2}a_3$

$a_1b_1+6=a_3b_3+12$ $\quad$ $a_2b_2+8=a_3b_3+12$

$2a_3(b_3-a_3)=a_3b_3+6$ $\quad$ $\frac{3}{2}a_3(b_3-\frac{1}{2}a_3)=a_3b_3+4$

$a_3b_3-2a_3^2=6$ $\quad$ $\frac{1}{2}a_3b_3-\frac{3}{4}a_3^2=4 \mid \cdot 2$

$a_3b_3-1{,}5a_3^2=8$

$\begin{cases} a_3b_3-2a_3^2=6 \\ a_3b_3-1{,}5a_3^2=8 \end{cases} \Rightarrow a_3^2=4$

т.к. $a_3>0$, то $a_3=2$

$a_3b_3-2a_3^2=6 \Rightarrow b_3=\frac{6+2\cdot 2^2}{2}=7$

тогда $(a_1+b_1)+(a_2+b_2)+(a_3+b_3)=3\cdot(a_3+b_3)=3\cdot(2+7)=27$

Ответ: 27.

Задача 2: $3^{5-\frac{1}{x}} \geq a+\sin 4^x$

$3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x \geq a$

т.к. мы рассматриваем только $x>0$, то $3^{5-\frac{1}{x}}<243$

$-1 \leq -\sin 4^x \leq 1$

Значит, $3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x<244$, поэтому при $a \geq 244$ неравенство точно не будет иметь ни одного решения $x>0$

Осталось доказать, что при $a<244$, решение точно найдется.

Пусть $a=244-\varepsilon$, тогда $\exists x_0>0$: $3^{5-\frac{1}{x}}=243-\varepsilon$

$5-\frac{1}{x_0}=\log(243-\varepsilon)$

$\frac{1}{x_0}=5-\log(243-\varepsilon) \Rightarrow x_0=\frac{1}{5-\log(243-\varepsilon)}$

при этом при $x\uparrow$ $3^{5-\frac{1}{x}}$ тоже возрастает

Страница 2

05-31-49-57 (162.8)

Чистовик

~~т.к. $\sin x$ периодическая~~

тогда достаточно найти $x_1 > x_0$, такое, что

$4^{x_1} = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$; такое x_1 - существует, т.к.

таких чисел бесконечно много, т.к. $k \in Z$ - бесконечно много

тогда $3^{5-\frac{1}{x_1}} > 3^{5-\frac{1}{x_0}} = 243 - \varepsilon = a - 1$

$\sin 4^{x_1} = -1 \Rightarrow 3^{5-\frac{1}{x_1}} - \sin 4^{x_1} > a - 1 + 1 = a$

Значит, при $a < 244$, решения $x > 0$ найдутся всегда

$\Rightarrow$ наименьшее положительное значение $a - 244$

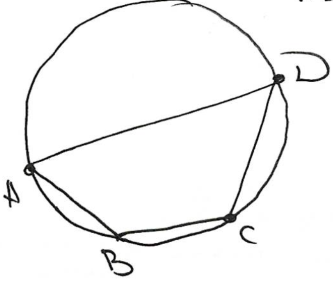
Ответ: 244

Задача 3: Существует 2 варианта в каком порядке могут идти отрезки длин $5, 5, 5\sqrt{2}$ по кругу

1

$AB = BC = 5$

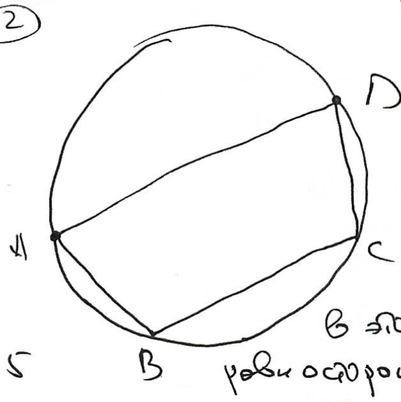
$CD = 5\sqrt{2}$



2

$AB = CD = 5$

$BC = 5\sqrt{2}$



т.к. $r = 5$, то $OA = OB = OC = OD = 5$

$\Rightarrow \triangle OAB$ и $\triangle OBC$ - равносторонние

$\triangle OCD$ - прямоугольный и равнобедренный

$\angle AOB = 60°$, $\angle BOC = 60°$, $\angle COD = 90°$

Если O - центр окр. лежит вне ABCD за отрезками AB, BC или CD, то мы столкнемся с противоречием вида $60° \neq 90° + 60°$ или $90° \neq 60° + 60°$

если O лежит за отрезком AD, то

$\angle AOD = 90° + 60° + 60° = 210° > 180°$ - противоречие $\Rightarrow$

O - внутри ABCD

В этом случае равносторонние - $\triangle OAB$ и $\triangle OCD$, а прямоугольный - $\triangle OBC$

$\angle AOB = 60°$, $\angle COD = 60°$

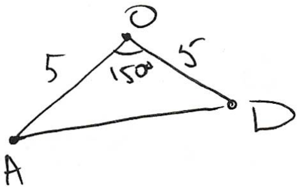
$\angle BOC = 90°$

в этом случае аналогичным образом докажем, что O - внутри ABCD

Чистовик

В обоих случаях четырёхугольник ABCD радиусами OA, OB, OC и OD делится на 2 равносторонних со сторонами 5, один прямоугольный равнобедренный с катетами 5 и на $\triangle AOD$

$\angle AOD = 360^\circ - \angle AOB - \angle BOC - \angle COD = 360^\circ - 2\cdot 60^\circ - 90^\circ = 150^\circ$



$AO = OD = r = 5$

$S_{AOD} = \frac{1}{2}\cdot 5^2 \cdot \sin 150^\circ = \frac{1}{4}\cdot 25$

$S_{\text{равностороннего}} = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 5^2$

$S_{\text{прямоугольного}} = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5 = \frac{25}{2}$

$S_{ABCD} = S_{AOD} + 2\cdot S_{\text{равностороннего}} + S_{\text{прямоугольного}} =$

$= \frac{25}{4} + 2\cdot\frac{\sqrt{3}\cdot 25}{4} + \frac{25}{2} = \frac{25}{4}(1 + 2\sqrt{3} + 2) = \frac{75+50\sqrt{3}}{4}$

Ответ: $\frac{75+50\sqrt{3}}{4}$

Задача 4:

$\sin\pi x = \frac{\sin 2\pi x}{2\cos\pi x}$ $\quad \sin 4\pi x = 2\cos 2\pi x \cdot \sin 4\pi x$

т.к. считаем, что $\cos\pi x \neq 0$, рассмотрим случай $\cos\pi x = 0$ отдельно

Пусть $\sin 2\pi x = b$ $\quad \frac{1}{2\cos\pi x} = a$ $\quad 2\cos 2\pi x = c$

$(ab)^3 - b^3 + (bc)^3 = (ab - b + bc)^3 \quad |:b^3$ отдельно рассмотрим случай, когда $b=0$

$\left[\begin{array}{l} a^3 - 1 + c^3 = (a+c-1)^3 \\ b=0 \end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l} \cancel{a^3+c^3} - 1 = \cancel{a^3+c^3} - 1 + a + ac^2 + ca^2 + c - a^2 - c^2 - 2ac \\ b=0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a+c+ac(a+c)-(a+c)^2=0 \\ b=0 \end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l} (a+c)(1+ac-a-c)=0 \\ b=0 \end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l} (a+c)(1-a)(1-c)=0 \\ b=0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a+c=0 \\ a=1 \\ c=1 \\ b=0 \end{array}\right.$

Страница 4

05-31-49-57 (162.8)

Чистовик

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{2\cos\pi x}+\cos 2\pi x=0 \ (1) \\ 2\cos\pi x=1 \ (2) \\ 2\cos 2\pi x=1 \ (3) \\ \sin 2\pi x=0 \ (4) \end{array}\right.$$

(4) $\sin 2\pi x=0$

$2\sin\pi x\cdot\cos\pi x=0$

$\left[\begin{array}{l}\sin\pi x=0\\ \cos\pi x=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=k, k\in Z\\ x=\frac{1}{2}+n, n\in Z\end{array}\right.$

(3) $2\cos 2\pi x=1$

$\cos 2\pi x=\frac{1}{2}$

$2\pi x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k, k\in Z$

$x=\pm\frac{1}{6}+k, k\in Z$

(2) $2\cos\pi x=1$

$\cos\pi x=\frac{1}{2}$

$\pi x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k, k\in Z$

$x=\pm\frac{1}{3}+2k, k\in Z$

если $\cos\pi x=0$, то

$\sin 2\pi x=0$ и следовательно

$\sin 4\pi x=0$

$\sin^3\pi x=\sin^3\pi x$ - верное

значит, $x=\frac{1}{2}+n, n\in Z$ - подходит

(1) $\frac{1}{2\cos\pi x}+2\cos 2\pi x=0$

$\frac{1}{2\cos\pi x}+2\cos^2\pi x-2=0$

пусть $t=\cos\pi x\neq 0$ $-1\leq t\leq 1$

$\frac{1}{2t}+4t^2-2=0 \mid\cdot 2t\neq 0$

$1+8t^3-4t=0$

$8t^3-4t+1=0$

$t=\frac{1}{2}$ - корень

$8(t-\frac{1}{2})(t^2+\frac{1}{2}t-\frac{1}{4})=0$

$D=\frac{1}{4}+4\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$

$t=\frac{-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{5}{4}}}{2}$

$\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{2}\\ t=-\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{5}}{4}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\cos\pi x=\frac{1}{2} \ (1)\\ \cos\pi x=-\frac{1+\sqrt{5}}{4} \ (2)\\ \cos\pi x=\frac{-1+\sqrt{5}}{4} \ (3)\end{array}\right.$

(1) $x=\pm\frac{1}{3}+2k, k\in Z$

(2) $\pi x=\pm\arccos\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)+2\pi k, k\in Z$

$x=\pm\frac{\arccos\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)}{\pi}+2k, k\in Z$

(3) $x=\frac{\pm\arccos\frac{-1+\sqrt{5}}{4}}{\pi}+2k, k\in Z$

на отрезке $[0,3;1,6]$

корни: $1; 0,5; 1,5; \frac{5}{6}; \frac{7}{6};$

$\arccos\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right); 2-\arccos\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right);$

$\arccos\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{4}\right)$

$\frac{3\pi}{4}\leq\arccos\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)\leq\frac{4\pi}{5}$

$x_1=\arccos\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)$

$x_2=2-\arccos\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)$

лежат в отрезке

т.к. $\cos\frac{4}{10}\pi=\sin 18°$, а $\sin 18°<\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$

т.к. $\frac{\pi}{3}\leq\arccos\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{4}\right)<\frac{4}{10}\pi$, то $\arccos\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{4}\right)\in[0,3;1,6]$ $[0,3;1,6]$

Ответ: $1; 0,5; 1,5; \frac{5}{6}; \frac{7}{6}; \arccos\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right); 2-\arccos\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right);$

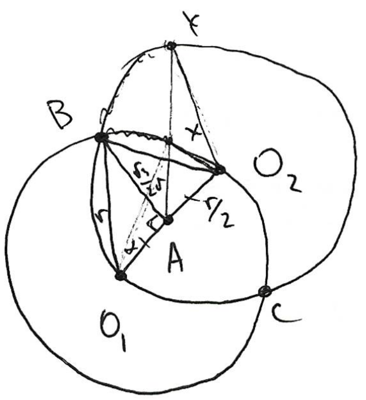
$\arccos\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{4}\right)$

2

Чистовик

Задача 6: в точке - находится нора

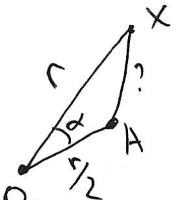
$BO_1 = BO_2 = O_1O_2 = r = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$



тогда BA - как высота и медиана в равностороннем $\triangle$ со стороной r равна

$\frac{\sqrt{3}}{2}r$ но т.к. мышь будет бежать сразу под 2 поливалками промокнет она на $\sqrt{3}r$

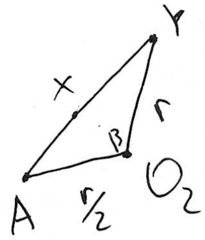
Путь мышь побежит до норы не через т. B, а через точки X и Y; не умаляя общности пусть X лежит на дуге BO_2



$\angle XO_1A < \angle BO_1A = 60°$

по т. косинусов для $\triangle XO_1A$

$XA^2 = r^2 + \frac{r^2}{4} - 2r\cdot\frac{r}{2}\cdot\cos\alpha$; при этом т.к. $\alpha < 60°$ $\cos\alpha > 1/2$



$\angle\beta > \angle AO_2B > 60°$

по т. косинусов

$AY^2 = r^2 + \frac{r^2}{4} - 2r\cdot r/2\cdot\cos\beta$; $\cos\beta < 1/2$

мышь пробежит $AY + AX$, т.к. на AX сразу две поливалки, т.е.

$$\sqrt{\frac{5}{4}r^2 - r^2\cos\alpha} + \sqrt{5/4 r^2 - r^2\cos\beta} = r\cdot\left(\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha} + \sqrt{5/4 - \cos\beta}\right)$$

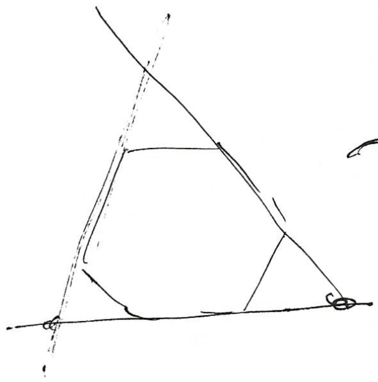
$$\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha} + \sqrt{\frac{5}{4}-\cos\beta} \overset{?}{>} \sqrt{3}$$ - надо это доказать!

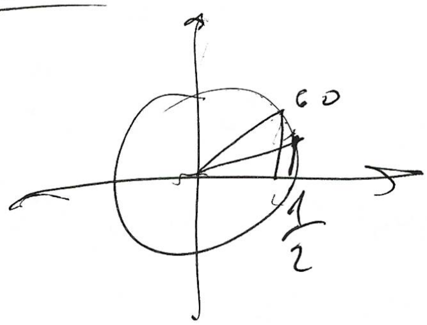
Ответ: длина пути $\frac{\sqrt{3}}{2}r$ (но промокнет на $\sqrt{3}r$, $r = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$)

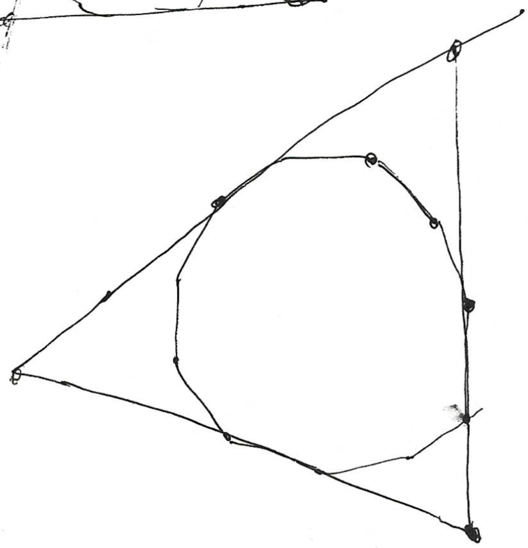
Черновик

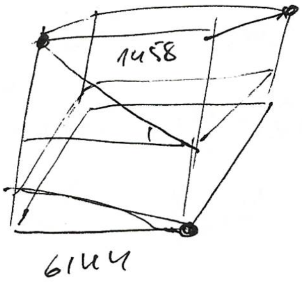
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

90° $\quad 2\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

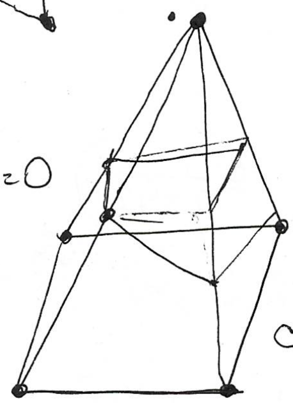








$\boxed{x = 1.}$ — подходит



$\sin \pi x = 0$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1.$

30° 65° 60°

$1/2$ $30^\circ + 30^\circ$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\sin\alpha - \cos\beta\cdot\sin\beta$

$a^3 - b^3 + c^3 = (a - b + c)^3$

$ab^2 + ac^2 + ca^2 + cb^2 - \cancel{ba^2} - bc^2 - 2abc = 0$

$ab(b - a)$

$\sin 2\pi x = a$

$\cos 2\pi x = 2b^2 - 1 = 2\cos^2\pi x - 1$

$$\left(\frac{\cancel{a}}{2b} + \cancel{a} + 2(2b^2-1)\cancel{a}\right)^3 = \frac{a^3}{(2b)^3} - \cancel{a^3} + 2^3(2b^2-1)^3\cdot \cancel{a^3}$$

$$\left(\frac{1}{2b} - 1 + 2(2b^2-1)\right)^3 = \frac{1}{2^3b^3} - 1 + 2^3\cdot(2b^2-1)^3$$

$$\left(\frac{8b^3 - 2b + 1}{2b} - 1\right)^3 = \left(\frac{2^3b^3\cdot 2^3\cdot(2b^2-1)^3 + 1}{2^3b^3} - 1\right)$$

$(a + b - 1)^3 = a^3 + b^3 - 1$ $\quad a = \frac{1}{2\cos\pi x}$ $\quad c = 2\cos 2\pi x$

$\frac{\cos 2\pi x}{\cos \pi x}$

$a^3 + b^3$ $\quad a + ac^2 + ca^2 + c - a^2 - c^2 - 2ac = 0$

$(a + c) + ca(a + c)$ $\quad -(a + c)^2 = (a + c)(1 + ac - a - c) = 0$

$(1 - a)(1 - c)$

Черновик

$a_1+b_1=a_2+b_2=a_3+b_3$ $\quad b_3-b_1=a_3$

$a_1=2a_3$

$a_1=4/3a_2$ $\quad a_2=1,5a_3$ $\quad 2a_3(b_3-a_3)+6=a_3b_3+12$

$a_1b_1+6=a_2b_2+8=a_3b_3+12$ $\quad a_3b_3-2a_3^2=6.$

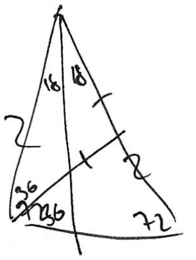
$a_2-a_3=b_3-b_2=1/2a_3$

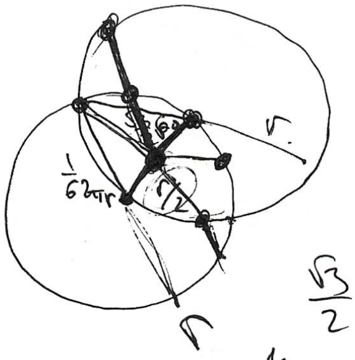
$\frac{3}{2}a_3\cdot(b_3-\frac{1}{2}a_3)+8=a_3b_3+12$

$\frac{3}{2}a_3b_3-\frac{3}{4}a_3=a_3b_3+4$

$\frac{a_3b_3}{2}-\frac{3}{4}a_3^2=4 \mid \cdot 2$

$\begin{cases} a_3b_3-\frac{6}{4}a_3^2=8 \\ a_3b_3-2a_3^2=6. \end{cases}$ $\quad \frac{1}{2}a_3^2=2$ $\quad a_3^2=$



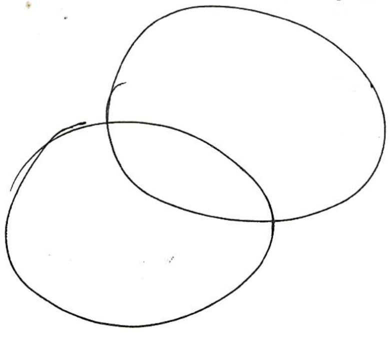


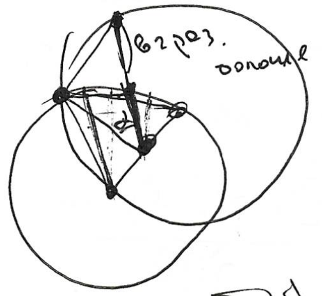
$r=\frac{1}{2+\sqrt{2}}$

высота $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2+\sqrt{2}}=\left(\frac{\sqrt{3}}{4+2\sqrt{2}}\right)\cdot 2=$

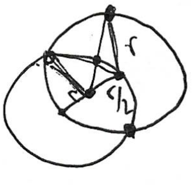
$\frac{\sqrt{3}}{2}r\cdot 2=\sqrt{3}r$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}$ - столько поможет.

$1/3\pi r$





$>\frac{\sqrt{3}}{2}r.$

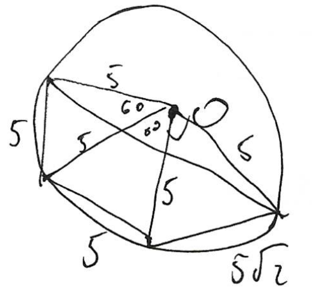


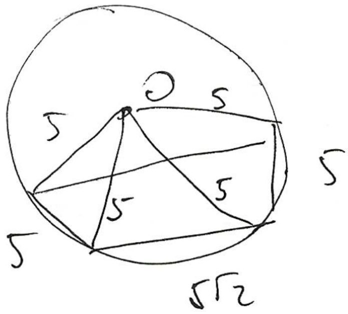
длина хотя бы

$r^2+\frac{r^2}{4}+2\cdot r\cdot\frac{r}{2}\cdot\frac{1}{2}>\frac{5}{4}r^2-\frac{r^2}{2}>\frac{3}{4}r^2$

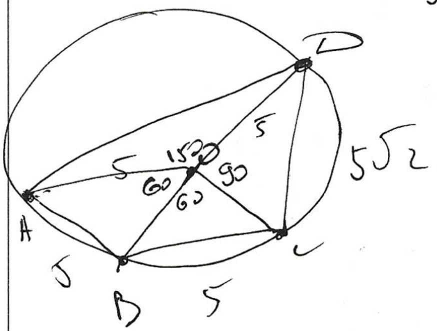
$\cos\alpha.$

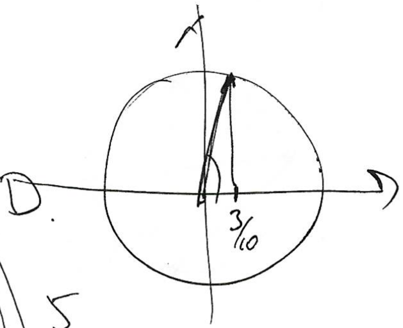
пусть $AB = BC = 5$ Черновик

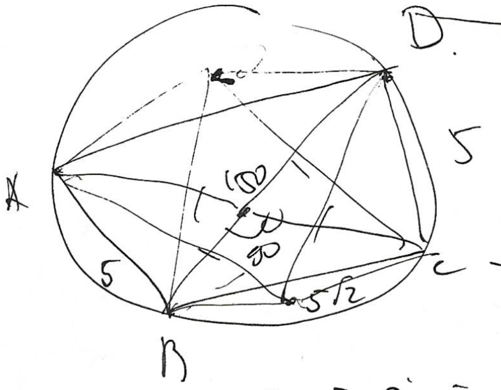




$$5^{\frac{1}{2\cos \pi x}} + 2\cos 2\pi x \geq 0$$







$-\frac{1+\sqrt5}{4} > \frac{\sqrt2}{2}$ 1.4

$\sin 2\pi x = a$

$-1+\sqrt5 > 2\sqrt2$

$a = 2\cdot\sin\pi x\cdot\cos\pi x$

$6-2\sqrt5 > 8$ – неп.

$\frac{a}{2\cos\pi x} + a + 2a\cdot\cos 2\pi x$

b $\cancel{3/10}$

$\cos 2\alpha = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha =$

$-\frac{1+\sqrt5}{4} < \frac12$ 1.41 $-2\cos^2\alpha$

$\frac{a}{2b} + a + 2a\cdot(2b^2-1)$ $-1+\sqrt5 < 2$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha =$

$2\cos^2\alpha - 1$

$\arccos\left(\frac{-1+\sqrt5}{4}\right)$ $\frac14\pi$ 45^0 $75^0 = 5\cdot 15^0$

$\cos 72^0$

$a_1x - b_1x - x^2 + 2 = 0$

$2\frac{1}{12} = \frac{5}{12}$

$2a_3b_1 = a_3b_1 + a_3^2 + 6$

$> 72^0$

$a_3^2 - a_3b_1 + 6 = 0$

$\cancel{a_1b_1} + \cancel{6} = \cancel{a_1b_1} + a_1x - b_1x - x^2 + \cancel{8}$ $\frac13$

$\frac25\pi$

$D = b_1^2 - 4\cdot6$

$b_1 = b_2 - x$

$a_1 = a_2 + x$

$\cancel{2}a_3 + b_1 = \cancel{a_3} + b_3$ $0{,}4\pi$

$a_1 = \frac43 a_2$

$b_2 = b_1 + x$

$a_3(2b_1 - b_3) = 6$

$\frac{\sqrt2}{2} < \frac{1+\sqrt5}{4}$,

$\frac{3}{10}\pi$.

$a_2 = a_1 - x$

$a_3 + b_1 = b_3$ $2\sqrt2 < 1+\sqrt5$

$x = a_1 - a_2 = \frac13 a_2$

$8 < 6 + 2\sqrt5$

$a_1 = 2a_3$

$a_1 = 2a_3$

$2a_3 + b_1 = b_3 + a_3 \Rightarrow b_3 = b_1 + a_3$

$a_1b_1 + 6 = a_3b_3 + 12$

$a_3(b_1 - a_3) = 6$.

$2 < 2\sqrt5$

$a_1b_1 + 6 = a_3b_3 + 12$

$2a_3b_1 + 6 = a_3b_3 + 12$

$-\frac{\sqrt2}{2}$

$2a_3b_1 + \cancel{6} = a_3(b_1 + a_3) + \cancel{12}\,6$

Черновик

1

$\sqrt{4x^2-12x+9}+\sqrt{x^2-6x+9}=\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt{(x-3)^2}+\left(\sqrt{-(x-2)}\right)^2=$

≥ 0 $x-2\le 0$ $x\le 2$

$=\sqrt{3+\sqrt8}-\sqrt{3-\sqrt8}=1+\sqrt2-\sqrt2+1=2$

$2\sqrt2$ $(1+\sqrt2)^2$ $(\sqrt2-1)^2$

$|2x-3|+|x-3|+2-x=2$

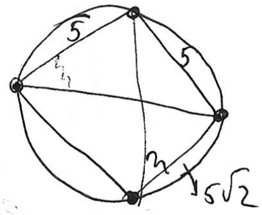
$3-x$

$|2x-3|+3-x+\cancel{2}-x=\cancel{2}$

$|2x-3|=2x-3 \Rightarrow 2x-3\ge 0$

$x\ge 1{,}5$

$x\in[1{,}5;2]$



2 $3^{5-\frac1x}\ge a+\sin 4^x$

$\frac{243}{3^{\frac1x}}=243\cdot\cancel{3}\ge a+\sin 4x$

$243\ge 3^{\frac1x}(a+\sin 4x)$

$(a-b+c)(a-b+c)=$

$(a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac)(a-b+c)$

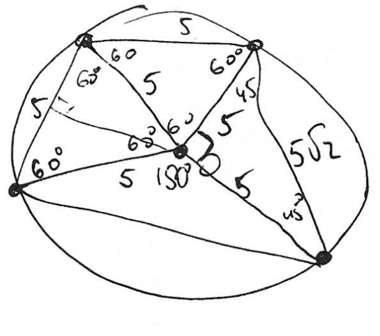
$=a^3+ab^2+ac^2-2a^2b-2abc+2a^2c-ba^2$ $-ab^2\dots$

$-b^3-bc^2+2ab^2+2b^2c-2abc\dots$

$+c^3-2abc-2bc^2+2ac^2$

$+\frac{25}{2}$

$\frac12\frac{\sqrt3}{2}\cdot5\cdot5\cdot2=\frac{25\sqrt3}{2}$



$b_1+a_1=b_2+a_2$

для каждого x : $a_1b_1+6=a_2b_2+8=$

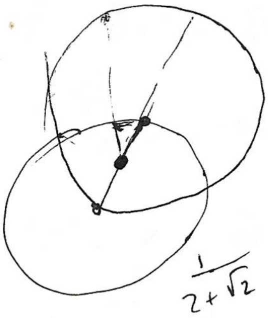
$6a_1=8a_2$

$f_1(x)=f_2(x)=f_3(x)\Rightarrow$

$(x+a_1)(x^2+b_1x+6)=(x+a_2)(x^2+b_2x+8)$

$\cancel{x^3}+b_1x^2+\cancel{6x}+a_1x^2+a_1b_1x+6a_1=\cancel{x^3}$

$+b_2x^2+\cancel{8x}+a_2x^2+a_2b_2x+8a_2$



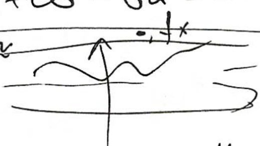
$a^3-b^3+c^3=(a-b+c)^3=a^3-b$

$3ab^2+3ac^2-3ba^2+3a^2c-3bc^2+3cb^2-6abc=0$

$ab^2+ac^2+a^2c+cb^2-ba^2-bc^2-2abc=0$

$\frac{1}{2+\sqrt2}$

a - это тило 243



$\lim\limits_{x\to\infty}$

$3^{5-\frac1x}\ge a+\sin 4^x$

$243\ge 3^{\frac1x}(a+\sin 4^x)$ при x

$f(x)$ больше 244 - норм. хотим доказать, что $a=244-\varepsilon$

$3^{5-\frac1x}-\sin 4^x\ge a$. макс. пусть ~~\dots~~ этой функции

243 ≤1

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ 4 ~~5~~ 6

7 8