



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

вход 13:30-13:33

Вариант 11 класс

Место проведения Москва
город

+1 мст (ВМ)
+1 Мухомов
+1 Sato
+1 Ш. Уфеев

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Ахметшина Радмира Азатовичи
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«13» апреля 2025 года

Подпись участника
А. Сад

[illegible]

Чернышук

 $x \geq 1$ ~~80 (восстановлено)~~

$$\cancel{|2x-3|} + |3x|$$

$$|2x-3| + |3x-2| + x - 1 =$$

$$\sqrt[2\sqrt{5}]{6 + \sqrt{25}}$$

$$(\sqrt{5} + 1)^2 = 6 + 2\sqrt{5}$$

$$|\sqrt{5} + 1| - |\sqrt{5} - 1|$$

 $x \geq 1$

$$\sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} + 1 = 2$$

$$|2x-3| + |3x-2| - x + 1 = 2$$

$$\cancel{|2x-3|} = 3x-2$$

$$\begin{cases} \cancel{2x-3} = 3-2x \\ 2x-3 = \cancel{2x-3} \end{cases}$$

$$|2x-3| + 3x-2 - x + 1 = 2$$

$$|2x-3| = 2x-1 = 2$$

$$|2x-3| = 3-2x$$

Чернышев

$$|2x-3| = 3-2x$$

$$3 \geq 2x$$

$$x \leq \frac{3}{2}$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

$$2x-3 = 3-2x$$

$$4x = 6$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x < \frac{3}{2}$$

$$2x-3 = 2x-3$$

$$0 = 0$$

$$\text{Ответ: } [1; \frac{3}{2}]$$

4

Тестовая
№1Лист
 $x \geq 1$

1/16

$$\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{(3x-2)^2} - (x-1) = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}$$

$$|2x-3| + |3x-2| - x + 1 = |\sqrt{5}+1| - |\sqrt{5}-1|$$

$\begin{matrix} \text{IV} \\ 3-2=1 \geq 0 \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \sqrt{5}+1 \\ \sqrt{5}-1 \\ 0 \end{matrix}$
 $\sqrt{5} > 1$

$$|2x-3| + 3x-2 - x + 1 = 2$$

$$|2x-3| = 3-2x$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

$$1 \leq x < \frac{3}{2}$$

$$2x-3=3-2x$$

$$3-2x=3-2x$$

$$x = \frac{3}{2} - \frac{6}{4}$$

$$0=0 \Rightarrow$$

$$x \in [1; \frac{3}{2})$$

$$\text{Ответ: } [1; \frac{3}{2}]$$

Терминск

$$4^{5-\frac{1}{x}} \geq a + \sin 2^x$$



$$4^{5-\frac{1}{x}} < a + \sin 2^x$$

$\Downarrow$ ~~max~~ ~~min~~ ~~$(a + \sin 2^x)$~~
 ~~$4^{5-\frac{1}{x}} < \min(a + \sin 2^x)$~~
 неограниченно

$$4^5$$



$x \rightarrow 0$



$$4^5 \cdot 4^{-\frac{1}{x}}$$

$$4^5 \cdot \left(2^{-\frac{1}{x}}\right)^2 < a + \sin 2^x$$

$$4^5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 < a + \sin 2^x$$

Терновских

$$(\sqrt{2}) = t \quad t \cdot 2 \cdot 4^5 \leftarrow a + \sin$$

$$2^x \cdot 2^{-\frac{1}{x}} =$$

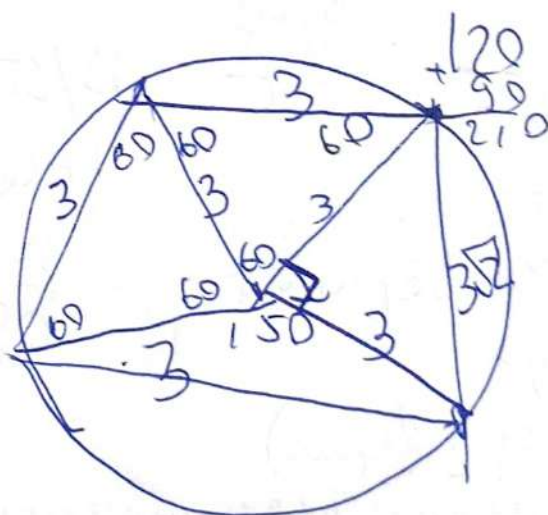
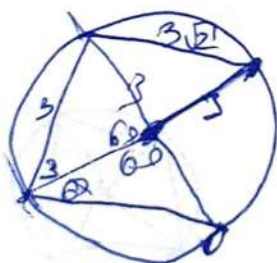


$$2^{10} = \frac{2}{x}$$

$$2^x \leq \frac{\pi}{2}$$



$$\sin 2^x \uparrow$$



$$g + g - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos t = g \cdot r$$

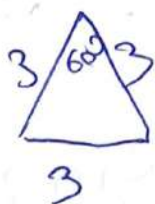
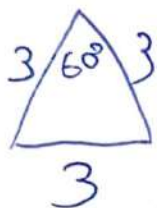
Чистовик

Лист

(2/16)

№3

Пусть центр окружности O .
Соединим центр с всеми вершинами
четырехугольника. У нас получится
четыре треугольника. Пусть неизвестная
сторона x .



Где сторона
 $3\sqrt{2}$. По обратной.
т. Пиф.

$9+9=9.2$ (верно)
треугольник прямоугольный.
Угол между радиусами
 90° (из теоремы)

Заметим, что $\sum$ сумма $\angle$ всех
углов четырехугольника
между радиусами $360^\circ \Rightarrow$

где все стороны
радиусы, а
третья сторона
четырехугольника

Где сторона четырех.
3. Там будет
р/т треугольник
(все стороны
равны) $\Rightarrow$ все углы
будут 60° .



$\angle = 360 - 60 - 60 - 90$ (Значу.) Числоверк

$$\angle = 150^\circ.$$

лист

(3/16)

$$S_{\text{тетра}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

S_i - площадь i -тетраэдров.

(цума 360° так как вписан в окружность многоугольника выпуклый тетраэдров). ~~Если не выпуклый~~



$$S_{\text{тетра}} = 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \sin 60^\circ + 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \sin 60^\circ + 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} +$$

$$3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \sin 150^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{9}{2} + \frac{9}{4} =$$

$$= \frac{18\sqrt{3} + 27}{4}$$

Ответ: $\frac{18\sqrt{3} + 27}{4}$

Терновик

$$\sin^3(\pi x) + \sin^3(2\pi x) - \sin^3(4\pi x) =$$

=

$$a^3 + b^3 - c^3 = (a+b-c)(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca)$$

$$3 \cos(a+b-c)$$

$$\sin(a+b) \neq \sin(a-b)$$

$$\sin(a-b) - \sin(a+b)$$

$$= 2 \cos a \sin b$$

$$\sin(3\pi x - \pi x) \neq \sin(3\pi x + \pi x)$$

$$= \sin 2\pi x \cos \pi x \neq \sin 4\pi x \cos \pi x$$

Периодическ

$$\sin \pi x = 0$$

$$-2 \sin \pi x \cos 3\pi x$$

$$\sin^2 \pi x - 2 \cos 3\pi x (\sin^2 2\pi x + \sin 2\pi x \sin 4\pi x + \sin^2 \pi x)$$

$$1 + 2 \cos^3 2\pi x -$$

$$a^3 + b^3 - c^3 = (a+b-c)^3$$

$$(a+b-c)(a+b-c)$$

$$(a+b-c)(a^2 + b^2 + c^2 - 2ac - 2bc + ab)$$

$$a^3 + ab^2 + ac^2 - 2a^2c - 2abc + 2a^2b$$

$$(a+b)^3 - 3(a+b)^2c + 3c^2(a+b) - c^3$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - 3/a$$

$$3ab(a+b) - 3(a+b)^2c + 3c^2(a+b) = 0$$

$$a+b=0$$

$$3ab$$

$$ab - (a+b)c + c^2$$

$$\sin \pi x \sin 2\pi x$$

$$\cos(x+y) - \cos(x-y)$$

Тертык

$$\sin nx \sin 2nx - (\sin nx + \sin 2nx) \sin 4nx +$$

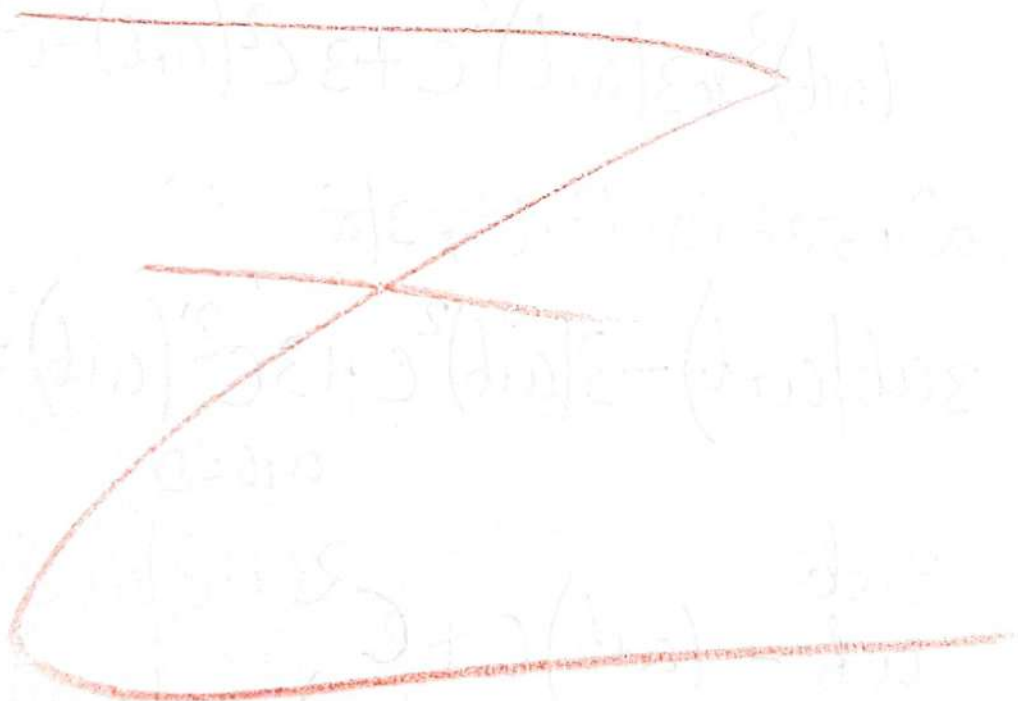
$$\sin^2 4nx = 0$$

$$c^2 - c(a+b) + ab = 0$$

$$D = (a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$$

$$x = \frac{a+b+a-b}{2} = a$$

$$x = \frac{a+b-a+b}{2} = b$$



Условие

Нумер.

$x = k$ — это точка входит в $\frac{2k}{3}$, только
будет $k \neq 0$

$$x = \pm \frac{2}{3} + 2k$$

$$x = \frac{2}{3}k$$

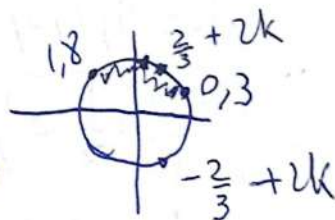
$$x = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}k$$

$$x = \frac{1}{6} + \frac{k}{3}$$

$$x = \frac{2}{3} + 2k$$

$$x = \frac{2}{3} \quad x = \frac{2}{3} + 2 \rightarrow \bigcirc$$

$$x = \quad x = \pm \frac{2}{3} + 2k$$



входит только
одна точка

$$x = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}k$$

входит
 $\frac{2}{3}, 1$

$$0,3 \leq \frac{2}{3}k \leq 1,8$$

$$0,9 \leq 2k \leq 1,8 \cdot 3$$

$$\frac{9}{10 \cdot 2} \leq k \leq 0,9 \cdot 3$$

$$1 \leq k \leq 2,7$$

$$k=1 \text{ подходит } \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$$

$$k=2$$

$$0,3 \leq \frac{1}{5} + \frac{2}{5}k \leq 1,8$$

$$0,1 \leq \frac{2}{5}k \leq 1,6$$

$$0,25 \leq k \leq 0,8 \cdot 5 = 4$$

$$k=1, 2, 3, 4$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} + \frac{2}{5} &= \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} + \frac{4}{5} &= 1 \\ \frac{1}{5} + \frac{6}{5} &= \frac{7}{5} \end{aligned}$$

$$1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

Тестовик

№ ч. прог

$$0,3 \leq \frac{1}{6} + \frac{k}{3} \leq 1,8$$

$$\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

Лист

7/16

$$0,9 \leq \frac{1}{2} + k \leq 1,8 \cdot 3$$

$$0,4 \leq k \leq 4,9$$

$$k = 1, 2, 3, 4$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{6} + 1 = \frac{7}{6}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Ответ: $\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{3}{5}; 1; \frac{7}{5}; \frac{9}{5}; \frac{1}{2}; \frac{5}{6}; \frac{7}{6}; \frac{3}{2}$

Терновск перед x^0

$$12a_1 = 18a_2 = 24a_3$$

$$2a_1 = 3a_2 = 4a_3 = 12k \Rightarrow \begin{matrix} a_1 = 6k \\ a_2 = 4k \\ a_3 = 3k \end{matrix}$$

перед x^1

$$12 + a_1b_1 = 18 + a_2b_2 = 24 + a_3b_3 = d$$

перед x^2

$$a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = a_3 + b_3 = \varphi$$

$$12 + 6kb_1 = 18 + 4kb_2$$

$$6k + b_1 = 4k + b_2$$

$$6 + 3kb_1 = 9 + 4kb_2$$

$$\cancel{4kb_2}$$

$$k(3b_1 - 4b_2) = 3$$

$$2k = b_2 - b_1$$

$$\frac{3b_1 - 4b_2}{2} = \frac{3}{b_2 - b_1}$$

$$6 = a_2b_2 - a_1b_1$$

$$t^2 - \varphi t + (d - 12) = 0$$

Черновик

$$12 + a_1 b_1 = 18 + a_2 b_2 = 24 + a_3 b_3$$

$$a_1, a_2 > a_3$$

$$2a_1 = 3a_2 = 4a_3$$

$$a_1 = 2a_3$$

$$12 + 2a_3 b_1 = 24 + a_3 b_3$$

$$a_3(2b_1 - b_3) = 12$$

$$a_1 + b_1 = a_3 + b_3$$

$$(b_1 - b_3) = a_3 - a_1 = -a_3$$

$$b_1 > b_3$$

$$b_3 - b_1 = a_3$$

$$\cancel{a_3} / a_3$$

$$a_3 |$$

$$\cancel{6 + a_1 b_1} =$$

$$a_1 b_1 = 6 + a_2 b_2 = 12 + a_3 b_3$$

$$6 = a_1 b_1 - a_2 b_2$$

$$6 = a_3 b_3 - a_2 b_2$$

$$a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = a_3 + b_3$$

Тестовик
лист

(8/16)

$$f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$$

$$f_1(-a_1) = 0$$

$$f_2(-a_2) = 0$$

$$f_2(-a_1)$$

$$f_1(-a_2)$$

$$f_3(-a_1)$$

$$f_3(-a_2)$$

$$f_3(-a_3) = 0$$

$$f_1(-a_3) = 0$$

$$f_2(-a_3) = 0$$

→ корни у них
совпадают. Э
у каждого $f_1(x), f_2(x),$
 $f_3(x)$ корни: $-a_1, -a_2, -a_3$

$$x^2 + b_1x + 12 = 0$$

т. Виета

$$b_1 = a_2 + a_3$$

$-a_2$ и $-a_3$ корни этого
уравнения

$$(-a_2) - (-a_3) = 12$$

$$a_2 a_3 = 12$$

Аналогично

$$b_2 = a_1 + a_3$$

$$a_1 a_2 = 24$$

$$b_3 = a_1 + a_2$$

$$a_1 a_3 = 18$$

$f_1(0) = f_2(0) = f_3(0)$ №5 (прод) Системный лист
 $\begin{matrix} 11 \\ 12a_1 \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 11 \\ 18a_2 \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 11 \\ 24a_3 \end{matrix}$
 $\frac{5}{16}$

$$2a_1 = 3a_2 = 4a_3$$

$$a_3 = \frac{3a_2}{4}$$

$$\frac{3a_2}{4} \cdot a_2 = 12$$

$$a_2^2 = 16 \Rightarrow a_2 = 4 \quad (a_2 > 0)$$

$$\Downarrow$$

$$a_3 = 3 \Rightarrow$$

$$a_1 = 6 \Rightarrow$$

$$b_1 = a_2 + a_3 = 4 + 3 = 7$$

$$b_2 = a_1 + a_3 = 6 + 3 = 9$$

$$b_3 = a_1 + a_2 = 6 + 4 = 10$$

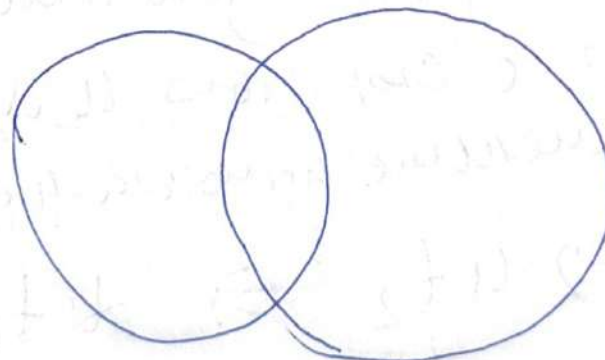
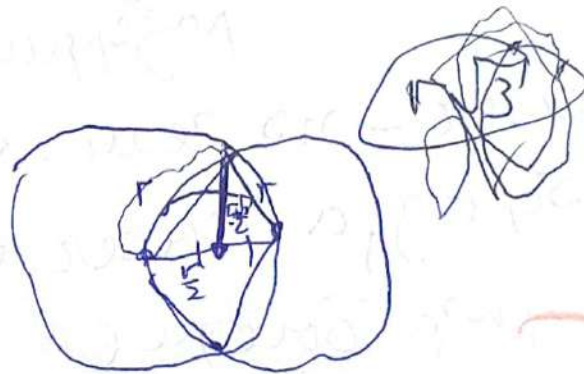
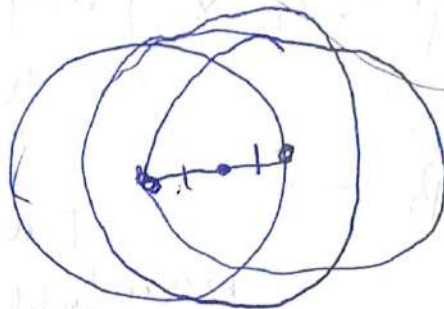
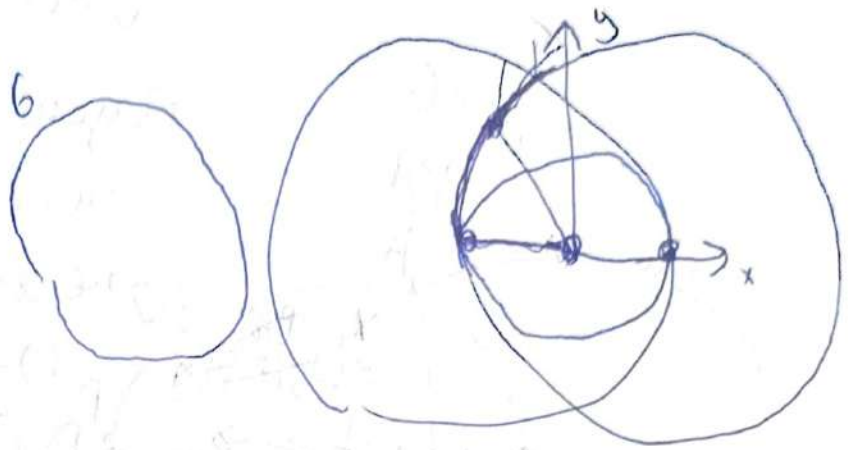
$$7 + 9 + 10 + 3 + 4 + 6 = 39$$

$$\begin{matrix} \underbrace{7+9}_{16} & \underbrace{10+3+4+6}_{23} \\ & 23 \end{matrix}$$

Ответ: 39

Герасовик

№ 6



Если мышь идет по одной области ~~не~~ ^{числовой} ^{много} лист ^(11/16) ~~линейки~~,
то если пойдет по неравной кривой
не будет min $\Rightarrow$ Если есть возн по 1 области

~~схемы~~

(последний раз)

Пусть мышка заходит в область C где 2 полевых

координат x $x_1 \geq 0$ $x = \frac{r}{2}$ $x_1 \leq 0$ (сделаем

симметрично если $x \leq 0$ то

$$|x| \leq \frac{r}{2}$$

или можно
поэтому
так

Окр. D_1 : $(x + \frac{r}{2})^2 + y^2 = r^2$

Окр. D_2 : $(x - \frac{r}{2})^2 + y^2 = r^2$

y_1 -коорд по ОУ когда мышь
идет в конце дуги зайдет где
2 полевых

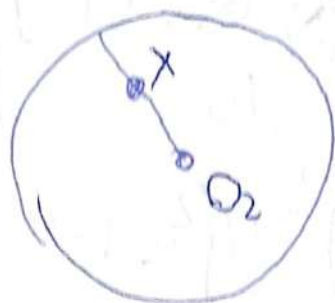
$$y_1^2 + (x_1 + \frac{r}{2})^2 + y_1^2 = r^2$$

$$XM = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{x_1^2 + (x_1 + \frac{r}{2})^2}$$

$$XM = \sqrt{r^2 - (x_1 + \frac{r}{2})^2 + x_1^2} =$$

$$= XM = \sqrt{\frac{3r^2}{4} - x_1 r} \Rightarrow \text{в конце она} \\ \text{придет не меньше } XM.$$

Тестовик
 от точки X min расстояние до
 области свободных от навбвнк
 будет когда окр с центром X
 когда касается $\omega_2 \Rightarrow$



это расстояние
 будет $r - XO_2$

$$XO_2 = \sqrt{\left(x_1 - \frac{r}{2}\right)^2 + y_1^2}$$

$$O_2\left(\frac{r}{2}; 0\right)$$

$$XO_2 = \sqrt{r^2 + \left(x_1 - \frac{r}{2}\right)^2 + \left(x_1 + \frac{r}{2}\right)^2}$$

$$XO_2 = \sqrt{r^2 - 2x_1r} \Rightarrow$$

$$r - XO_2 = \sqrt{r^2 - 2x_1r} \Rightarrow$$

она принимает не меньше чем

$$\min \left(2\sqrt{\frac{3r^2}{4} - x_1r} + r - \sqrt{r^2 - 2x_1r} \right) \Rightarrow$$

из x_1 получим $f(x)$

$$f(x) = \min 2\sqrt{\frac{3r^2}{4} - x_1r}$$

Числовик

№/прод)

лист

13/16

$$f'(x) = 2 \frac{1}{2\sqrt{\frac{3r^2}{4} - x_1 r}} (-1) - 1 \cdot (-1) \frac{1}{2\sqrt{r^2 - 2x_1 r}} =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{\frac{3r^2}{4} - x_1 r}} + \frac{1}{2\sqrt{r^2 - 2x_1 r}} = \frac{2\sqrt{r^2 - 2x_1 r} - \sqrt{\frac{3r^2}{4} - x_1 r}}{4}$$

$$2\sqrt{r^2 - 2x_1 r} > \sqrt{\frac{3r^2}{4} - x_1 r}$$

$$4(r^2 - 2x_1 r) > \frac{3r^2}{4} - x_1 r$$

$$\sqrt{4r^2} \rightarrow \sqrt{\frac{3r^2}{4}}$$

~~$$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x) \uparrow$$~~

$$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x) \downarrow$$

(мин расстояние будет когда окружности с центром X касаются O_2 так как если есть меньше нуль будет дуга АВ меньше (не по линейному, мин расстояние будет по дуге AO_2 если по дуге AB можно сдвинуть до дуги AO_2 и будет меньше AO_2 - радиус $\Rightarrow$

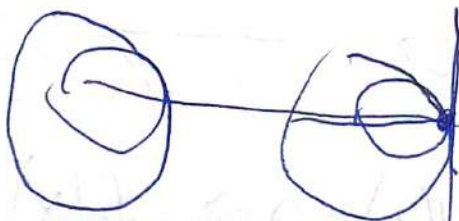
Исходно

$$\angle A O_1 O_2 = 60^\circ \Rightarrow \angle A O_2 \text{ (меньшая)}$$

лист 14/16

$$\frac{2 \cdot \pi r}{6} = \frac{\pi r}{3} > r. - \text{не будет min.}$$

так как $f(x) \downarrow \Rightarrow \min$ будет
когда $x_1 - \max \Rightarrow$ оно max когда в D_2
и будет $\frac{r}{2}$. (так как про построение
окр. с центром M радиусом O_2 .
приведен радиус $x = \frac{r}{2} \Rightarrow$ она
будет одной касательной (касательная))



так как $x = \frac{r}{2}$ касается окр O_1 в точке
 $O_2 \Rightarrow x \leq \frac{r}{2} \Rightarrow \min$ расстояние будет

$$3r \quad \frac{3r}{2} \quad (MO_2 + r = \frac{3r}{2}) \quad \text{Пример:}$$

из точки до центра O_2 продолжим
не пересекая вторую окр и потом
далее по MO_2 . Допустим точки D .

Ответ: $\frac{3r}{2}$.

когда идет по одной
области, крайнее
расстояние это отрезок

№2 Терновик

$$y^5 \cdot y^{-\frac{1}{x}}$$

$$\ln y \cdot y^{-\frac{1}{x}} \rightarrow \frac{1}{x^2} > 0$$

$$f(x) \uparrow$$

 $\lim$

$$x \rightarrow \infty$$

$$y^5 = \lim_{x \rightarrow \infty} y^{5 - \frac{1}{x}}$$

$$< a + \sin 2^x$$

$$-1 \leq \sin 2^x \leq 1$$

лист
15/16

N2

Зистовик
чтобы не мешало
решения
 $4^{5-\frac{1}{x}} < a + \sin 2^x$

$$f(x) = 4^{5-\frac{1}{x}} = 4^5 \cdot 4^{-\frac{1}{x}}$$

$$f'(x) = 4^5 \ln 4 \cdot 4^{-\frac{1}{x}} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^1 =$$

$$= 4^5 \ln 4 \cdot 4^{-\frac{1}{x}} \cdot (-x^{-1})^1 = 4^5 \ln 4 \cdot 4^{-\frac{1}{x}} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot x^{-2} =$$

$$= 4^5 \ln 4 \cdot 4^{-\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{x^2} > 0 \Rightarrow f(x) \nearrow$$

$\begin{matrix} \vee & \vee & \vee & \vee \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 4^{5-\frac{1}{x}} = 4^5 \Rightarrow 4^5 < a + \sin 2^x$$

покажем, что
предела не
существует.

$\sin 2^x$
не стр.

но, если
он не -1, то
увеличим x , пока
 $\sin 2^x$ не станет

-1, он станет

так как $\sin$
переодич. функцией

При этом x

не должно быть

решения
неравенства $\Rightarrow$

$$4^5 \leq a+1 \Rightarrow a \geq 1024$$

(Если a чуть меньше 1026 , то найдется x в бесконечности при котором, так как $f(x) \uparrow$.

$$4^{5-\frac{1}{x}} \geq a+1$$

Если $\sin$ не -1 , то увеличив x , пока $\sin$ не станет -1 . Так как $f(x) \uparrow$ останется не равенство

$$4^{5-\frac{1}{x}} \geq a+1 \Rightarrow$$

При этом x будет решение $\Rightarrow$ не у (между собой различными числами бесконечное число иррац. точек.)

Если $a=1026$ $a=1025$

$$1025 = 1026 - 1 \leq a + \sin^2 x$$

$$4^{5-\frac{1}{x}} < 4^5 \leq 1025 - 1 \leq a + \sin^2 x$$

так как $f(x) \uparrow$ макс. почти достигн. в пределе.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 4^{5-\frac{1}{x}} = 4^5$$

$$4^{-\frac{1}{x}} < 1 = 4^0$$

$$-\frac{1}{x} < 0 \text{ (верно) } x > 0$$

Ответ: 1025

Числовые

ны

Лист (4/16)

$$\sin(\pi x) = a, \sin(2\pi x) = b, \sin(4\pi x) = c$$

$$a^3 + b^3 - c^3 = (a+b+c)^3 = (a+b)^3 - 3(a+b)^2c + 3(a+b)c^2 - c^3$$

$$3ab(a+b) - 3(a+b)^2c + 3(a+b)c^2 = 0$$

$$\begin{cases} a+b=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3ab - (a+b)c + c^2 = 0 \end{cases}$$

$$c^2 - c(a+b) + ab = 0$$

$$\begin{aligned} c_1 + c_2 &= a+b & c_1 &= a \\ c_1 \cdot c_2 &= ab & c_2 &= b \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a+b=0 \\ c=a \\ c=b \end{cases}$$

$$\sin \pi x = -\sin(2\pi x)$$

$$\sin \pi x + 2\sin \pi x \cos \pi x = 0$$

$$\sin \pi x (1 + 2\cos \pi x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin(\pi x) = 0 \\ \cos \pi x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

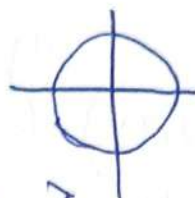
$$\pi x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \pi x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \pi x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = k \\ x = \frac{2}{3} + 2k \\ x = -\frac{2}{3} + 2k \end{cases}$$



$$\sin 4\pi x = \sin \pi x$$


 $k \in \mathbb{Z}$

Тестовик

Литература
Лист

5/16

$$\begin{cases} 4\pi x = \pi x + 2\pi k \\ 4\pi x + \pi x = \pi + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = x + 2k \\ 4x + x = \cancel{\pi} + 2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 2k \\ 5x = 1 + 2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3}k \\ x = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}k \end{cases}$$

$$\sin 4\pi x = \sin 2\pi x$$

$$\begin{cases} 4\pi x = 2\pi x + 2\pi k \\ 4\pi x + 2\pi x = \pi + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 4x = 2x + 2k \\ 4x + 2x = 1 + 2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = k \\ x = \frac{1}{6} + \frac{k}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = k \\ x = \frac{1}{6} + \frac{k}{3} \end{cases}$$