



ДЕШКР

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Богданова Егора Станиславовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«13» августа 2025 года

Подпись участника
Богданова

[illegible]

ДЕШНЕР

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Кремля

Чистовик

 $\sqrt{1}$

65 (математика)

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{9x^2 - 12x + 4} - (\sqrt{x-1})^2 = \sqrt{6+\sqrt{20}} - \sqrt{6-\sqrt{20}}$$

$$\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{(3x-2)^2} - (x-1) = \sqrt{5+2\sqrt{5}+1} - \sqrt{5-2\sqrt{5}+1}$$

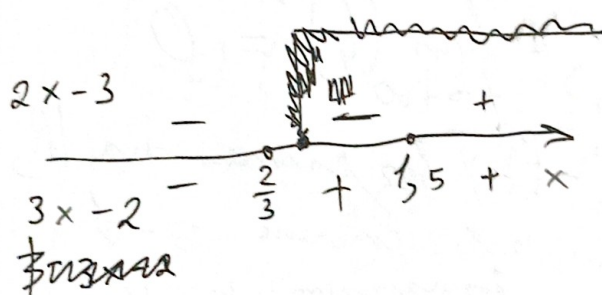
$$x \geq 1$$

$$|2x-3| + |3x-2| - x + 1 = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}$$

$$* \sqrt{5}+1 > 0 ; \sqrt{5}-1 > 0$$

$$|2x-3| + |3x-2| - x + 1 = \sqrt{5}+1 - \sqrt{5}+1$$

$$|2x-3| + |3x-2| = x+1$$



$$1) x < 1: \quad \text{2) } x \geq 1:$$

$$I) x \in [1; 1.5]:$$

$$3-2x + 3x-2 = x+1$$

$$x+1 = x+1$$

$$0=0$$

$$x \in [1; 1.5] - \text{решение}$$

$$III) x < 1:$$

0

$$II) x > 1.5:$$

$$2x-3 + 3x-2 = x+1$$

$$5x - 5 = x+1$$

$$4x = 6$$

$$x = 1.5 - \text{не подходит, так как } x > 1.5$$

$$\text{учет в I-ом случае}$$

$$\text{Ответ: } [1; 1.5]$$

Условие

 $\sqrt{2}$

$$4^{5-\frac{1}{x}} \geq a + \sin 2^x \quad \text{не имеет решений при } x > 0$$

$$(1) \quad -1 \leq \sin 2^x \leq 1$$

$$a - 1 \leq \sin 2^x \leq a + 1$$

$$\sin 2^x \in [-1; 1]$$

$$g(x) = \sin 2^x$$

Условие не имеет решений при $x > 0$, когда a равно:

анализируем A - наим. значение

$$a + g(x) \geq A \Rightarrow g(x) \geq A - a$$

$$a + A \geq 4^5$$

$$a - 1 \geq 4^5$$

$$a \geq 4^5 + 1 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ наим. наим. значение a

$$= 4^5 + 1 = 1025$$

$$(2) \quad x > 0$$

$$f(x) = 4^{5-\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (4^{5-\frac{1}{x}}) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (4^{5-\frac{1}{x}}) = 4^5$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{x}-5} \quad t = \frac{1}{x} - 5$$

$$= \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^t = 0$$

$f(x)$ возрастает на $\mathbb{R}^+$,
н.к. значение $5 - \frac{1}{x}$
возрастает на $\mathbb{R}^+$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 4^{5-\frac{1}{x}} = 4^5$$

$$0 < 4^{5-\frac{1}{x}} < 4^5$$

н.к. $\Rightarrow$ когда $x \rightarrow 0^+$

$$f(x) \rightarrow 0 \text{ и } f(x) > 0$$

Ответ: при $a = 1025$

Числовик

W4.

$x \in [0, 3; 1, 8]$

3

$$\sin^3(\pi x) + \sin^3(2\pi x) - \sin^3(4\pi x) = (\sin \pi x + \sin 2\pi x - \sin 4\pi x)^3$$

Пусть: $a = \sin \pi x$ $b = \sin 2\pi x$
 $c = \sin 4\pi x$

$$a^3 + b^3 - c^3 = (a + b - c)^3$$

$$(a + (b - c))^3 = a^3 + 3a(b - c)(a + b - c) + (b - c)^3 =$$

$$= a^3 + b^3 - c^3 + 3a(b - c)(a + b - c) - 3bc(b - c)$$

$$= a^3 + b^3 - c^3 + 3(b - c)(a^2 + ab - ac - bc)$$

$$a^3 + b^3 - c^3 = a^3 + b^3 - c^3 + 3(b - c)(a^2 + ab - ac - bc)$$

$$(b - c)(a(a + b) - c(a + b)) = 0$$

$$(b - c)(a - c)(a + b) = 0$$

$$\begin{cases} b = c \\ a = c \\ a = -b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 2\pi x = \sin 4\pi x \\ \sin \pi x = \sin 4\pi x \\ \sin \pi x = -\sin 2\pi x \end{cases}$$

$$x \in [0, 3; 1, 8]$$

$$\begin{aligned} 2\pi x &= 4\pi x + 2\pi l \\ 2\pi x &= \pi - 4\pi x + 2\pi l_1 \\ \pi x &= 4\pi x + 2\pi t \\ \pi x &= \pi - 4\pi x + 2\pi t_1 \\ \pi x &= -2\pi x + 2\pi k \\ \pi x &= \pi + 2\pi x + 2\pi k_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= -l \quad (1) \\ x &= \frac{1}{6} + \frac{l_1}{3} \quad (2) \\ x &= -\frac{2}{3}t \quad (3) \\ x &= \frac{1}{5} + \frac{2t_1}{5} \quad (4) \\ x &= \frac{2k}{3} \quad (5) \\ x &= -1 - 2k_1 \quad (6) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ рассмотрение решений

$$(1): 0, 5; \frac{5}{6}; \frac{7}{6}; 1, 5$$

$$(3): \frac{2}{3}; \frac{4}{3}$$

$$(4): 0, 6; 1; 1, 4; 1, 8$$

$$(5) \frac{2}{3}; \frac{4}{3}$$

$$(6) 1$$

Ответ: $0, 5; 0, 6; 1; 1, 4; 1, 5; 1, 8; \frac{2}{3}; \frac{4}{3};$

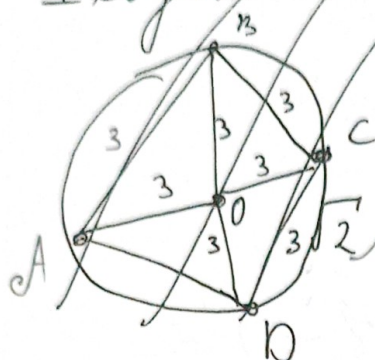
$$\frac{5}{6}; \frac{7}{6}$$

Черновик

$\sqrt{3}$

Их луга: неизвестная сторона с
соответствующими длинами которых
3 и 3 $\sqrt{2}$:

1) ΔAOB равнос. Δ



$$(x+a_1)(x^2+b_1x+12) = f_1(x) \quad -a_1 + \frac{2}{3}a_1$$

$$(x+a_2)(x^2+b_2x+10)$$

$$12a_1 = 18a_2$$

$$a_1 = \frac{1}{5}a_2$$

$$a_2 = \frac{2}{3}a_1$$

$$a_3 = \frac{1}{2}a_1$$

$$f_1(0) = a_1 \cdot 12a_1$$

$$f_2(0) = 10a_2$$

$$f_3(0) = 24a_3$$

$$f_1(-a_1) = 0$$

$$-\frac{1}{3}a_1$$

$$f_2(-a_1) = f_2(-\frac{1}{5}a_2) = \frac{1}{5}a_2(a_1^2+b_2x+18) = 0$$

$$f_3(-a_1) = f_3(-2a_3) = \frac{1}{2}a_1(a_1^2+b_3x+24) = 0$$

$$-\frac{1}{2}a_1$$

$$a_1^2+b_2x+18=0$$

$$a_1^2+b_3x+24=0$$

$$\rightarrow -a_1(b_2-b_3) = 6$$

$$a_1(b_3-b_2) = 6$$

$$b_3-b_2 = \frac{6}{a_1}$$

$$f_1(-a_2) = (a_1-a_2)(a_1^2+b_2a_2+12)$$

$$a_1^2-b_1a_2+12=0$$

$$a_1^2-b_3a_2+24=0$$

$$a_2(b_3-b_1) = 12$$

$$b_3-b_1 = \frac{12}{a_2} = \frac{12 \cdot 3}{2a_1} = \frac{18}{a_1}$$

$$a_1^2-b_1a_3+12=0$$

$$a_1^2-b_2a_3+10=0$$

$$a_3(b_2-b_1) = 6$$

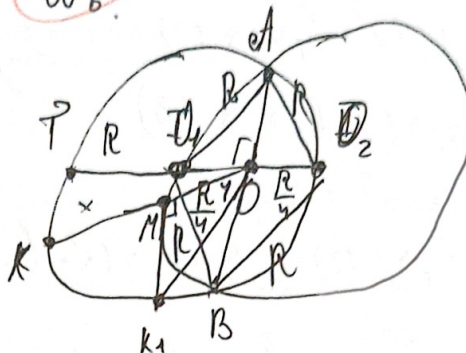
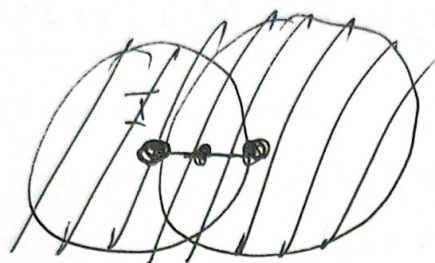
$$b_2-b_1 = \frac{6}{a_3} = \frac{12}{a_1}$$

$$b_3-b_1$$

15-90-25-74

(161.31)

Чистовик.

 $\sqrt{6}$  O_1 - первая поковка O_2 - вторая поковка O - точка

Дано:

$$1) R = \frac{3}{2+\sqrt{2}} \quad 2) O_1, O = O_1, O_2 = \frac{R}{2} \quad \text{ЗРР } \triangle A_1 B = \triangle A_2 B$$

$$(KCC) \triangle A_1 B = \triangle A_2 B \quad 3) \triangle O_1 A_2 = \triangle B O_1 O_2 (CCC) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle A O_1 O_2 = \angle B O_1 O_2 \Rightarrow O_1 O_2 - \text{бис. в } \triangle A_1 B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow O_1 O - \text{высота} \quad 4) \text{ Из условия (н3-н4): } AO - \text{бис. в}$$

$$\triangle A_1 B \quad 4) AO - \text{бис. в } \triangle A_1 B \Rightarrow O_1 A_2 \Rightarrow AO - \text{выс.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow O_1 O = O O_2 = \frac{R}{2 \cdot 2} = \frac{R}{4}$$

$$5) \triangle O_1 A O - \text{пря-уг. } \triangle: \text{ по теореме Пифагора: } AO = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{16}} = \frac{R\sqrt{15}}{4}$$

6) Минимизация расстояния от точки $O_1 A_2 B$ до O (это расстояние будет равно $\min(OO_1; OB) = \min(\frac{R}{4}; \frac{R\sqrt{15}}{4}) = \frac{R}{4} = OO_1$) значит миним. будет достигнута до O_1 - расстояние, до которой равно R

$$7) N_1 = R + 2 \cdot \frac{R}{4} = \frac{3R}{2} \text{ у.е.} \quad 8) N_2 = 2OB = \frac{R\sqrt{15}}{2} \text{ у.е.}$$

$$9) \min(N_1; N_2) = \frac{3R}{2} \text{ миним. расстояние}$$

8) Пусть миним. достигнута из K_1 на $CO(O_1; R)$ до M на отрезке $A_1 B$

$$\text{миним. расстояние } \frac{5R}{4} = \frac{15}{4(2+\sqrt{2})}$$

Ответ:

$$\frac{15}{4(2+\sqrt{2})}$$

Умножение:

 $\sqrt{5}$

$$f_1(x) = (x + a_1)(x^2 + b_1x + 12)$$

$$f_3(x) = (x + a_3)(x^2 + b_3x + 24)$$

$$f_2(x) = (x + a_2)(x^2 + b_2x + 18)$$

$$f_1(x) = f_2(x)$$

$$(x + a_1)(x^2 + b_1x + 12) = (x + a_2)(x^2 + b_2x + 18)$$

$$x^3 + a_1x^2 + x^2b_1 + a_1b_1x + 12x + 12a_1 = x^3 + a_2x^2 + x^2b_2 + a_2b_2x + 18x + 18a_2$$

$$x^2(a_1 + b_1 - a_2 - b_2) + x(a_1b_1 - a_2b_2 - 6) + 12a_1 - 18a_2 = 0$$

Век для всех $x \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + b_1 = a_2 + b_2 \\ a_1b_1 = a_2b_2 + 6 \\ a_1 = a_2 = \frac{2}{3}a_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + b_1 = a_2 + b_2 \\ a_1 + b_1 = a_3 + b_3 \\ a_1b_1 = a_2b_2 + 6 \\ a_1b_1 = a_3b_3 + 12 \\ a_2 = \frac{2}{3}a_1 \\ a_3 = \frac{1}{2}a_1 \end{cases}$$

Решим: $f_1(x) = f_3(x)$:

$$\begin{cases} a_1 + b_1 = a_3 + b_3 \\ a_1b_1 = a_3b_3 + 12 \\ a_3 = \frac{1}{2}a_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a_1}{3} + b_1 = b_3 \\ \frac{1}{2}a_1 + b_1 = b_3 \\ a_1b_1 = \frac{2a_1b_3}{3} + 6 \\ a_1b_1 = \frac{a_1b_3}{2} + 12 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} a_1b_1 = \frac{2a_1}{3} \left(\frac{a_1}{3} + b_1 \right) + 6 \\ a_1b_1 = \frac{a_1}{2} \left(\frac{a_1}{2} + b_1 \right) + 12 \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{2a_1^2}{9} + \frac{2a_1b_1}{3} + 6 = \frac{a_1^2}{4} + \frac{a_1b_1}{2} + 12$$

$$\begin{cases} \frac{a_1b_1}{3} = \frac{2a_1^2}{9} + 6 \\ \frac{a_1b_1}{2} = \frac{a_1^2}{4} + 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1b_1 = \frac{2a_1^2}{3} + 18 \\ a_1b_1 = \frac{a_1^2}{2} + 24 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2a_1^2}{3} + 18 = \frac{a_1^2}{2} + 24 \rightarrow \frac{a_1^2}{6} = 6 \xrightarrow{a_1 > 0} a_1 = 6$$

Условие:

$$6b_1 = \frac{2}{3} \cdot 36 + 18 = 24 + 18 \rightarrow b_1 = 7$$

$$a_2 = \frac{2}{3} a_1 = 4$$

$$b_2 = \frac{a_1}{3} + b_1 = 2 + 7 = 9$$

$$a_3 = \frac{1}{2} a_1 = 3$$

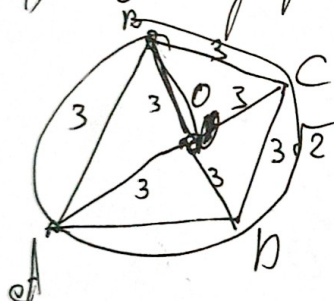
$$b_3 = \frac{a_1}{2} + b_1 = 3 + 7 = 10$$

$$a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3 = 13 + 13 + 13 = 39$$

Ответ: 39

~~Решение~~ Меньшим четырехугольником нельзя вписать в окружность, т.к. один из его углов больше π рад. ABCD - четырехугольник

1) O внутри ABCD



1) $\triangle OCB$: от м. Пуп: $\angle COB = \frac{\pi}{2}$

2) $\triangle ABO$ и $\triangle BOC$ - равн. см $\triangle$ -н: $\Rightarrow$

$$\angle BOA = \angle BOC = \frac{\pi}{3}$$

$$3) \angle AOB = 2\pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$$

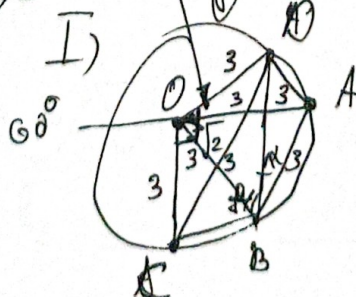
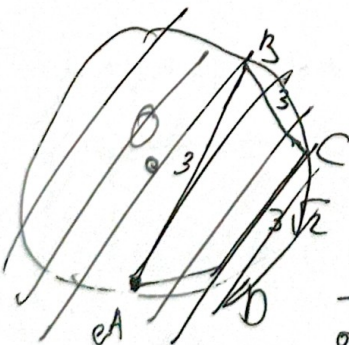
$$S_{ABCO} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \sin \frac{5\pi}{6} = 0 \text{ км}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{9}{2} + \frac{9}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{27}{4}$$

2) O за окружностью ABCD за AB

2) O снаружи ABCD

O может находиться за AB или за CD (либо CB, либо AD)



Ответ:

$$\frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{27}{4}$$

$$1) \triangle OAB: \text{от м. Пуп} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$1) 120^\circ > 90^\circ \rightarrow \text{не хорд}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 + b_1 = \frac{2}{3} a_1 + b_2 \\ a_1 + b_1 = \frac{1}{2} a_1 + b_3 \\ a_1 b_1 = -6 + \frac{2a_1 b_2}{3} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{6} a_1 + \frac{2}{3} a_1 + b_2 = \frac{1}{2} a_1 + b_3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 b_1 = -6 + \frac{2a_1 b_2}{3} \\ a_1 b_1 = -12 + \frac{a_1 b_3}{2} \end{array} \right\} \rightarrow 6 + \frac{2a_1 b_2}{3} = \frac{a_1 b_3}{2}$$

$$\frac{1}{6} a_1 = b_3 - b_2$$

Черновик

$$3(a_1 + b_1) = \cancel{2a_1 + 3b_2}$$

$$6 + \frac{2}{3} a_1 b_2 = \frac{a_1}{2} \left(\frac{a_1}{6} + b_2 \right)$$

$$6 + \frac{2}{3} a_1 = \frac{a_1^2}{12} + \frac{a_1 b_2}{2} \quad | \cdot 12$$

$$a_1^2 + 6 b_2 a_1 - 8 a_1 - 6 = 0$$

$$a_1^2 + 2a_1 (3b_2 - 4) - 6 = 0$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$a_1 + b_1 = \frac{2}{3} a_1 + b_2$$

$$a_1 b_1 = -6 + \frac{2}{3} a_1 b_2$$

$$x^2 - x \left(\frac{2}{3} a_1 + b_2 \right) + \frac{2}{3} a_1 b_2 - 6 = 0$$

$$D = \frac{4}{9} a_1^2 + \frac{4}{3} a_1 b_2 + b_2^2 - \frac{2}{3} a_1 b_2 - 6 =$$

$$= \frac{4}{9} a_1^2 + \frac{4}{3} a_1 b_2 + (b_2^2 - 6)$$

~~Чер~~

Уравнения:

$$12a_1 = 18a_2 = 24a_3$$

$$a_1, a_2 = \frac{2}{3}a_1$$

$$b_2 - b_1 = \frac{12}{a_1}$$

$$1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{13}{6}$$

$$(x+a_1)(x^2+b_1x+12) = (x+a_2)(x+\frac{2}{3}a_1)(x^2+b_2x+18)$$

$$x^3 + a_1x^2 + x^2b_1 + a_1b_1x + 12a_1 = x^3 + \frac{2}{3}a_1x^2 + x^2b_2 + \frac{2}{3}a_1b_2x + 12a_1 + 18x$$

$$\frac{1}{3}a_1x^2 - x^2(b_2 - b_1) + a_1x(b_1 - \frac{2}{3}b_2) = 0$$

$$\frac{1}{3}a_1x^2 - \frac{12x^2}{a_1} + x^2(\frac{a_1}{3} - \frac{12}{a_1}) + a_1x(b_1 - \frac{2}{3}b_2) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{3} = \frac{12}{a_1} \quad a_1 = 6$$

$$b_1 = \frac{2}{3}b_2 \quad a_2 = 4$$

$$a_3 = 3$$

$$(x+6)(x^2+b_1x+12) = (x+3)(x^2+b_2x+24)$$

$$x^2(\frac{a_1}{3} - \frac{12}{a_1}) + x(a_1b_1 - \frac{2}{3}b_2a_1 - 6) = 0$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot 30a_1 = 6$$

$$25 \cdot 24 = 16$$

$$6b_1 - 4b_2 - 6 = 0$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}b_1 = \frac{2}{3}b_2 + 1$$

$$18 \cdot 24$$

$$x^3 + a_1x^2 + x^2b_1 + 12x + a_1b_1x + 12a_1 = x^3 + x^2(a_1 + b_1) + x(a_1b_1 + 12) + 12a_1$$

$$x^2(a_1 + b_1 - a_k - b_k) + x(a_1b_1 - a_kb_k - T) + 12(a_1 - a_k) = 0$$

$$a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = a_3 + b_3 = a_4 + b_4 = \dots$$

$$a_1b_1 - 12 = a_2b_2 - 12 = a_3b_3 - 12 = a_4b_4 - 12 = \dots$$

$$\frac{13}{6}a_1 + 3 = 6$$

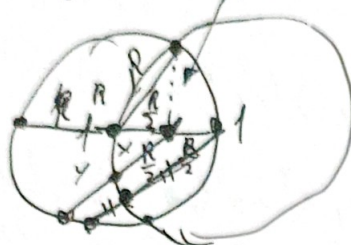
$$a_2b_2 = 6 + a_2b_2$$

$$a_1b_1 - a_2b_2 = -6$$

$$a_2b_2 - a_3b_3 = -12$$

$$a_2b_2 - a_3b_3 = -6$$

Черновики: $\sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}}$



$R\sqrt{3}$

$R\sqrt{3}$ $(R\sqrt{3})$

ср. $R\sqrt{3}$ y -наб.
x-наб.

$R+R$

$$R+R=2R$$

$$\frac{R}{2} \cdot \frac{3R}{2} = x(x+y)$$

$$\frac{3R^2}{4} = x^2 + xy$$

$$x^2 + xy - \frac{3R^2}{4} = 0$$

$$D = y^2 + 3R^2$$

$$x = \frac{-y + \sqrt{y^2 + 3R^2}}{2}$$

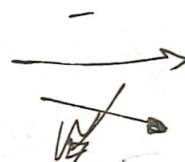
$$\left(\frac{-y + \sqrt{y^2 + 3R^2}}{2} \right)' = \frac{1}{2} \left(-1 + \frac{2y}{2\sqrt{y^2 + 3R^2}} \right) =$$

$$= \frac{y - \sqrt{y^2 + 3R^2}}{\sqrt{y^2 + 3R^2}} \cdot \frac{1}{2}$$

$$y = \sqrt{y^2 + 3R^2} \quad \uparrow^2$$

$$y^2 = y^2 + 3R^2$$

$$\frac{\sqrt{y^2 + 3R^2} - y}{2}$$



$R+R$

$R\sqrt{3}$

$$H = y + 2x = y - y + \sqrt{y^2 + 3R^2} = \sqrt{R^2 3 + y^2} =$$

Черновик

$x \geq 1$

$$6 + \sqrt{20} = 6 + 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{9x^2 - 12x + 4} - (\sqrt{x-1})^2 =$$

$$|2x-3| + |3x-2| - (x-1) = \sqrt{5} + 1 \text{ or } -(\sqrt{5}-1)$$

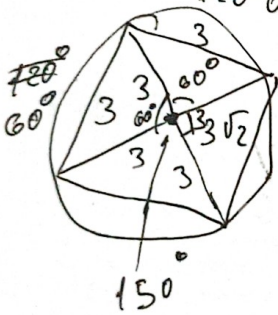
$$|2x-3| + |3x-2| - \left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2 \quad \frac{5}{6} \cancel{\frac{4}{5}} \quad |.30$$

$$|2x-3| + |3x-2| - x = 1$$

$$y^{5 - \frac{1}{x}} \pm a + \sin 2^x \quad x \geq 0$$

$$y^{5-\frac{1}{x}} \in (0, 4^5) \quad \frac{9 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{9 \cdot 2}{9 \cdot 2} \text{ wra}$$

$a + \sin 2x \leq a + 1$ $120^\circ + 90^\circ$ $(a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$
 $\neq 60^\circ$ $= a^3 - 2a^2b + ab^2$
 $\neq 60^\circ$ $= a^3 - a^2b + 2ab^2 - b^3$
 150° $4 \lim_{x \rightarrow 0^+} (5 - \frac{1}{x}) = 4^{-\infty} = 0$ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
 $x \in (0; 1)$ $\frac{5}{6} + \frac{2}{6}$ $4^5 - 1$
 0 4 $a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$



$$4 \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(5 - \frac{1}{x}\right) = 4^{-\infty} = 0$$

$$\frac{9}{6} + \frac{2}{6} = \frac{11}{6}$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = (x + y + z)^3 = (x+y)^3 + 3(x+y)z + (x+y+z)^3$$

$$x^3 + 3x(y-z)(x+y-z) + (y-z)^3 \quad \text{put } x=2, y=1, z=1$$

$$= x^3 + y^3 - z^3 + 3x(y-z) + (x+y-z)^3 - 3yz(y-z)$$

$$\begin{array}{ccccccc} (y-z)(3x^2 + 3xy - 3xz - 3yz) & & & & & & -2\sqrt{x} \\ \frac{1}{6} & \frac{3}{10} & \frac{1}{6} + \frac{1}{3} & -\pi x = \pi + 2\pi k & 6\pi x & & 0,2 + 0,4 + 1 \end{array}$$

Через...

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$

$$xy + xz + yz = \sin \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha + \sin \alpha \cdot \sin 3\alpha +$$

$$+ \sin 2\alpha \cdot \sin 3\alpha = \sin \alpha \cdot \sin \alpha + \sin \alpha \cdot \sin 3\alpha$$

$$= \frac{1}{2} (\cos \alpha - \cos 3\alpha + \cos 2\alpha - \cos 4\alpha + \cos \alpha - \cos 5\alpha)$$

$$y^2 = xy + xz + yz$$

$$2 \cos \alpha \cdot \sin 3\alpha = \cos \sin \alpha + \sin 2\alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha + \sin \alpha \cdot \sin 3\alpha + \sin 3\alpha \cdot \sin 2\alpha$$

$$\sin \alpha (\sin \alpha + \sin 3\alpha) = \sin 2\alpha (\sin \alpha + \sin 3\alpha)$$

$$\sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha - \sin 3\alpha = \cos \alpha \sin 2\alpha + \sin \alpha + \sin 2\alpha$$

$$\sin^2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha + \frac{4 \sin^3 \alpha - 3 \sin \alpha}{3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha}) + \sin \alpha \cdot \sin 3\alpha$$

$$\sin^2 \alpha = 8 \sin^2 \alpha \cdot \cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \sin 3\alpha$$

$$\sin \alpha = 2$$

$$1 = 8 \cos^3 \alpha + \frac{3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha}{\sin \alpha}$$

$$1 = 8 \cos^3 \alpha + 3 - 4 \sin^2 \alpha$$

$$3 - 4 + 4 \cos^2 \alpha - 1$$

$$8t^3 + 4t^2 - 2 = 0$$

$$4t^3 + 2t^2 - 1 = 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

4	2	0	-1
---	---	---	----