0 301061 340006

30-10-61-34
(161.8)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Бурлакова Михаила Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
30-10-61-34 (161.8)		+	∓	±	+	±	∓	+	−

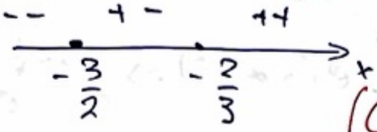
чистовик

№1 $\sqrt{4x^2+12x+9}+\sqrt{9x^2+12x+4}-\left(\sqrt{\cancel{8}-(x+1)}\right)^2=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$

$$\begin{cases}\sqrt{(2x+3)^2}+\sqrt{(3x+2)^2}-(-(x+1))=\sqrt{(\sqrt{6}+1)^2}-\sqrt{(\sqrt{6}-1)^2}\\(-(x+1))\geq 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}|2x+3|+|3x+2|+(x+1)=\sqrt{6}+1-\sqrt{6}+1\\x+1\leq 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}|2x+3|+|3x+2|+(x+1)=2\\x\leq -1\end{cases}$$



(Рочев)
(Нальшев)

75
(семьдесят пять)

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\leq -\frac{3}{2}\\-2x-3-3x-2+x+1=2\end{cases}\\\begin{cases}-\frac{3}{2}<x\leq -\frac{2}{3}\\2x+3-3x-2+x+1=2\end{cases}\\\begin{cases}x>-\frac{2}{3}\\2x+3+3x+2+x+1=2\end{cases}\end{array}\right.\\x\leq -1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\leq -\frac{3}{2}\\-4x=6\end{cases}\\\begin{cases}-\frac{3}{2}<x\leq -\frac{2}{3}\\0=0\end{cases}\\\begin{cases}x>-\frac{2}{3}\\6x=-4\end{cases}\end{array}\right.\\x\leq -1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\leq -\frac{3}{2}\\x=-\frac{3}{2}\end{cases}\\\begin{cases}-\frac{3}{2}<x\leq -\frac{2}{3}\\x\in\mathbb{R}\end{cases}\\\begin{cases}x>-\frac{2}{3}\\x=-\frac{2}{3}\end{cases}\end{array}\right.\\x\leq -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=-\frac{3}{2}\\-\frac{3}{2}<x\leq -\frac{2}{3}\end{array}\right.\\x\leq -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\frac{3}{2}\leq x\leq -\frac{2}{3}\\x\leq -1\end{cases}$$

$x\in\left[-\frac{3}{2};-1\right]$

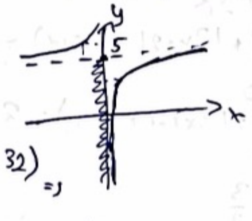
$\boxed{\text{Ответ: } x\in\left[-\frac{3}{2};-1\right]}$

чистовик

№2 $2^{5-\frac{1}{x}} \geq a+\sin(2^x)$ нет реш при $x>0$, $a \to min$

условие равносильно: найти наим. положит. a, что

при $\forall x>0$ $2^{5-\frac{1}{x}} < a+\sin(2^x)$ (1)



при $x>0$ $5-\frac{1}{x} \in (-\infty;5) \Rightarrow 2^{5-\frac{1}{x}} \in (-\infty;32) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2^{5-\frac{1}{x}} < 32.$

$\sin(2^x) \in [-1;1] \Rightarrow \sin(2^x) \geq -1 \Rightarrow a+\sin(2^x) \geq a-1.$

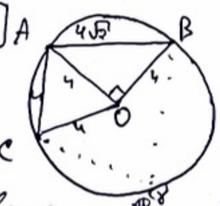
чтобы (1) выполнялось при $\forall x>0$, нужно чтобы:

$2^{5-\frac{1}{x}} < 32 \leq a-1 \leq a+\sin(2^x)$, т.е. $32 \leq a-1 \Leftrightarrow a \geq 33$

т.о. min значение $a = 33$

$\boxed{\text{Ответ: } 33}$

№3



Построим AB длиной $4\sqrt{2}$

т.к. $4^2+4^2=(4\sqrt{2})^2_{AB}$, то центр. угол, опир. на сторону равен $90°$

т.к. у четрёх уг. 4 стороны, а не считая AB 3 стороны, причём две из них длиной 4, потому обязательно или т. A или т. B является концом стороны длины 4. Пусть это т. A, другой конец этой стороны – C. $\triangle AOC - P_c \Rightarrow \angle AOC = 60°$.

Имеем два случая:

1) вторая сторона длиной 4 имеет конец в т. B (пусть это сторона BD), тогда $\angle BOD = 60°$ т.к. $\triangle BOD$ P_c.

тогда $\angle COD = 360°-90°-60°-60° = 150°$, тогда $S_{ABCD} =$

$= S_{AOB}+S_{AOC}+S_{COD}+S_{BOD} = \frac{4\cdot4}{2} + \frac{4\cdot\sqrt{3}}{4} + \frac{4\sqrt{3}}{4} + \frac{4\cdot4\cdot\sin150°}{2} =$

$= 8 + \frac{2\cdot4\sqrt{3}}{4} + 8\cdot\frac{1}{2} = 8+2\sqrt{3}+4 = \underline{12+2\sqrt{3}}$

30-10-61-34
(161.8)

чистовик

№3 продолжение

2) вторая сторона длиной 4 не имеет конец в т. B.

Тогда т.к. ABCD - 4уг, то эта сторона имеет конец в т. C. (Пусть это сторона CD). Тогда $\angle COD = 60°$ т.к.

$\triangle COD - P_c$, $\Rightarrow \angle BOD = 360°-90°-60°-60° = 150°$.

Тогда $S_{ABCD} = S_{AOB}+S_{AOC}+S_{COD}+S_{BOD} = \frac{4\cdot4}{2} + \frac{4\sqrt{3}}{4} + \frac{4\sqrt{3}}{4} +$

$+ \frac{4\cdot4\cdot\sin150°}{2} = 12+2\sqrt{3}$ (S_{ABCD} такая же как и в 1 случае т.к. он составлен из 4 соотв. одинаковых треугольников.

т.к. четвертая сторона определяется однозначно, зная положение первых трех, то возможен только эти два случая, $\max S = 12+2\sqrt{3}$

$\boxed{\text{Ответ: } 12+2\sqrt{3}}$

№4

$\cos^3\pi x - \cos^3 2\pi x + \cos^3 4\pi x = (\cos\pi x - \cos 2\pi x + \cos 4\pi x)^3$

Пусть $\cos\pi x = a$, $\cos 2\pi x = b$, $\cos 4\pi x = c$

$a^3 - b^3 + c^3 = (a-b+c)^3$

$a^3 - b^3 = (a-b+c)^3 - c^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = (a-b)((a-b+c)^2 + c(a-b+c) + c^2)$

$\left[\begin{array}{l} a-b=0 \\ a^2+ab+b^2 = a^2+b^2+3c^2-2ab+3ac-3bc \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a-b=0 \\ 3c^2-3ab+3ac-3bc=0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a-b=0 \\ c^2-ab+ac-bc=0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a-b=0 \\ (c+a)(c-b)=0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a-b=0 \\ c+a=0 \\ c-b=0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a=b \\ a=-c \\ b=c \end{array}\right.$

Вернемся к «x»:

$\left[\begin{array}{ll} \cos(\pi x) = \cos(2\pi x) & (1) \\ \cos\pi x = -\cos(4\pi x) & (2) \\ \cos(2\pi x) = \cos(4\pi x) & (3) \end{array}\right.$

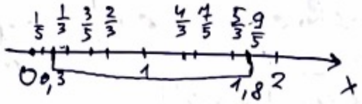
$\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \pi x = 2\pi x + 2\pi k \\ \pi x = -2\pi x + 2\pi k \end{array}\right. (1) \\ \left[\begin{array}{l} 2\pi x = 4\pi x + 2\pi k \\ 2\pi x = -4\pi x + 2\pi k \end{array}\right. (3) \\ \left[\begin{array}{l} \pi x = \pi - 4\pi x + 2\pi k \\ \pi x = -(\pi - 4\pi x) + 2\pi k \end{array}\right. (2) \\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

чистовик →

№4 продолжение

$$\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=2x+2k\\x=-2x+2k\\2x=4x+2k\\2x=-4x+2k\\x=1-4x+2k\\x=-(1-4x)+2k\end{array}\right.\\k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=-2k\\x=\frac{2}{3}k\\x=-k\\x=\frac{k}{3}\\x=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}k\\x=\frac{1}{3}-\frac{2}{3}k\end{array}\right.\\k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.\quad\left[\begin{array}{l}x=0;2;4\ldots\\x=0;\frac{2}{3};\frac{4}{3};2\ldots\\x=0;1;2\ldots\\x=0;\frac{1}{3};\frac{2}{3};1;\frac{4}{3};\frac{5}{3};2\ldots\\x=\frac{1}{5};\frac{3}{5};1;\frac{7}{5};\frac{9}{5};\frac{11}{5}\ldots\\x=\frac{1}{3};1;\frac{5}{3};\frac{7}{3}\ldots\end{array}\right.$$

$\frac{5}{3}=1+\frac{2}{3}<1{,}67<1{,}8$



Получаем, что $[0{,}3;1{,}8]$ принадлежат решения:

$\left\{\frac{1}{3};\frac{3}{5};\frac{2}{3};1;\frac{4}{3};\frac{7}{5};\frac{5}{3};\frac{9}{5}\right\}$

Ответ: $\left\{\frac{1}{3};\frac{3}{5};\frac{2}{3};1;\frac{4}{3};\frac{7}{5};\frac{5}{3};\frac{9}{5}\right\}$

№5

$f_1(x)=(x+a_1)(x^2+b_1x+12)$

$f_2(x)=(x+a_2)(x^2+b_2x+15)$

$f_3(x)=(x+a_3)(x^2+b_3+20)$

$f_1(x)=f_2(x)=f_3(x)$ при $\forall x$

$a_i;b_i>0$

$a_1+b_1+a_2+b_2+a_3+b_3=?$

$$\left\{\begin{array}{l}f_1(x)=x^3+(a_1+b_1)x^2+(12+a_1b_1)+12a_1\\f_2(x)=x^3+(a_2+b_2)x^2+(15+a_2b_2)+15a_2\\f_3(x)=x^3+(a_3+b_3)x^2+(20+a_3b_3)+20a_3\end{array}\right.$$

т.к. $f_1(x);f_2(x);f_3(x)$ – кубич. мн-ны, и $f_1(x)=f_2(x)=f_3(x)$ при $\forall x$, то:

$$\left\{\begin{array}{l}a_1+b_1=a_2+b_2=a_3+b_3\\12+a_1b_1=15+a_2b_2=20+a_3b_3\ (2)\\12a_1=15a_2=20a_3\ (1)\end{array}\right.$$

т.к. $f_1(-a_1)=0;\ f_2(-a_2)=0;\ f_3(-a_3)=0$, то

т.к. $f_1(x)=f_2(x)=f_3(x)$, то $\{-a_1;-a_2;-a_3\}$ – нули всех трёх функций.

→

30-10-61-34
(161.8)

чистовик →

№5 продолжение

Т. Виета для мн-на 3й степени:

$a_1+b_1=a_2+b_2=a_3+b_3=-((-a_1)+(-a_2)+(-a_3))=a_1+a_2+a_3.$

получаем, что $\left\{\begin{array}{l}b_1=a_2+a_3\\b_2=a_1+a_3\\b_3=a_1+a_2\end{array}\right.$

из (1): $\left\{\begin{array}{l}a_2=\frac{12}{15}a_1=\frac{4}{5}a_1\\a_3=\frac{12}{20}a_1=\frac{3}{5}a_1\end{array}\right.$

$b_1=a_2+a_3=\frac{4}{5}a_1+\frac{3}{5}a_1=\frac{7}{5}a_1$

$b_2=a_1+a_3=a_1+\frac{3}{5}a_1=\frac{8}{5}a_1$

подставим $b_1;b_2;a_2$ в (2)

$12+a_1\cdot\frac{7}{5}a_1=15+\frac{4}{5}a_1\cdot\frac{8}{5}a_1$

$\left(\frac{35}{25}-\frac{32}{25}\right)a_1^2=3$

$\frac{3}{25}a_1^2=3$

$a_1^2=25$, а т.к. $a_1>0$, то $a_1=5$

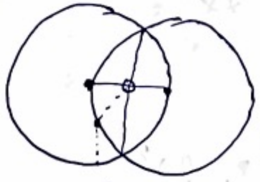
$\Rightarrow a_2=\frac{4}{5}\cdot5=4;\ a_3=\frac{3}{5}\cdot5=3.$

$(a_1+b_1)+(a_2+b_2)+(a_3+b_3)=3(a_1+a_2+a_3)=$

$=3(3+4+5)=3\cdot12=36$

Ответ: 36

№6

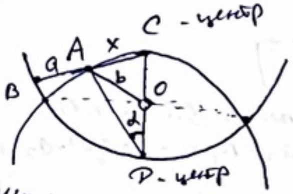


т.к. мышке, чтобы попасть в норку, придется пробежать по участку и с 1 пауком, и с двумя, то: на каждом из участков, она должна двигаться прямолинейно (она может подойти к норе с любой стороны).

→

чистовик

№6 продолжение



В силу симметрии систем косилок, путь машины пересекает границу 1 и 2 полывалок в т. A, лежащий на дуге BC. Пусть $AC = x$, $x \in [0; R]$.
Тогда пройденное расстояние в зоне 1 полывалки до т. $A = R - x$.
по т. косинусов в $\triangle ACP$:

$x^2 = (4-2\sqrt{2})^2 \cdot 2 - 2(4-2\sqrt{2})^2 \cos\alpha$

$x^2 = 2(4-2\sqrt{2})^2(1-\cos\alpha) = 8(2-\sqrt{2})^2(1-\cos\alpha)$

$1-\cos\alpha = \frac{x^2}{8(2-\sqrt{2})^2} \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{x^2}{8(2-\sqrt{2})^2}$

по т. косинусов для $\triangle AOP$:

$b^2 = (4-2\sqrt{2})^2 + \left(\frac{4-2\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2(4-2\sqrt{2})\frac{(4-2\sqrt{2})}{2}\cos\alpha =$

$= 5(2-\sqrt{2})^2 - (4-2\sqrt{2})^2\cos\alpha = 5(2-\sqrt{2})^2 - 4(2-\sqrt{2})^2\cos\alpha =$

$5(2-\sqrt{2})^2 - 4(2-\sqrt{2})^2\left(1 - \frac{x^2}{8(2-\sqrt{2})^2}\right) =$

$= 5(2-\sqrt{2})^2 - 4(2-\sqrt{2})^2 + \frac{x^2}{2} = (2-\sqrt{2})^2 + \frac{x^2}{2}.$

т.к. на участке длины b машина может в 2 раза быстрее, то нужно минимизировать выражение $a + 2b$ $=$

$= 4-2\sqrt{2} - x + 2(2-\sqrt{2})^2 + x^2 =$

$= x^2 - x + (2(2-\sqrt{2})^2 + (4-2\sqrt{2}))$

$x_0 = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$

$S = a + b = \left(4-2\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right) + (2-\sqrt{2})^2 + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} =$

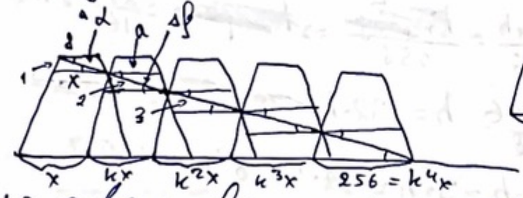
$= 4-2\sqrt{2} - \frac{1}{2} + 4 + 2 - 4\sqrt{2} + \frac{1}{8} = 10 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - 6\sqrt{2}$

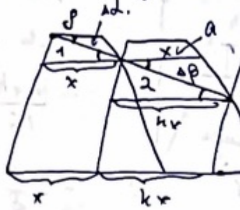
$\boxed{\text{Ответ: } 10 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - 6\sqrt{2}}$

№7

чистовик

т.к. Он идёт всегда под углом 45° к земле, то отобразим его путь, совместив его пути на каждой из сторон

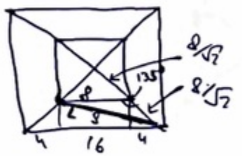




из р-ва углов: $\triangle 1 \sim \triangle 2$, с коэфф. k.
аналогично $\triangle 3 \sim \triangle 2$, с тем же коэфф k.
и так далее, пусть нижняя сторона $\triangle 1 = x$, тогда соотв стороны след. $\triangle$ равны $kx, k^2x,$ k^3x, k^4x, причем $k^4x = 256$ по усл.
Заметим, что $a = x$, т.к. стороны пирамид одинаковые, и отрезки ∥ осн. и имеют общую точку.
Тогда т.к. $\Delta\alpha \sim \Delta\beta$, то $8 = a \cdot \frac{1}{k} = \frac{x}{k}$.
Получаем:

$\begin{cases} k^4x = 256 \\ \frac{x}{k} = 8 \end{cases} \begin{cases} x = 8k \\ k^5 \cdot 8 = 256 \end{cases} \begin{cases} x = 8k \\ k^5 = 32 \end{cases} \begin{cases} x = 8k \\ k = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 16 \\ k = 2 \end{cases}$

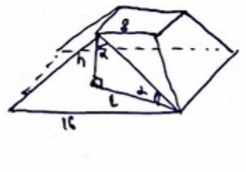
Рассм. пирамиду сверху
по т. косинусов $l = \sqrt{8^2 + \left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2 \cdot 8 \cdot \frac{8}{\sqrt{2}} \cos 45^\circ} =$



$= \sqrt{64 + 32 + \frac{2 \cdot 64}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{64+32+64} = \sqrt{160} =$

$= 4\sqrt{10}$

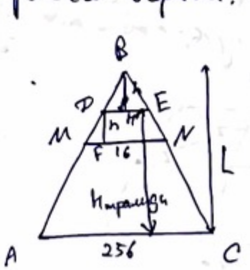
проведём высоту h из нач. точки.
по усл. $\angle\alpha = 45° \Rightarrow h = l = 4\sqrt{10}$



чистовик

№7 продолжение

рассм вертик. пл. сеч. пирамиды, содерж. h.



ФЕ -ср.лин △ MBN => BH = ФF = h.

т.к. △MBN ∼ △ABC, то

$\frac{h+h}{16} = \frac{L}{256} \Rightarrow L = \frac{256}{16}\cdot 2h = $

$= \frac{256}{8}\cdot h = 32\cdot h$

$H_{пирамиды} = L - h = 32h - h = 31h = 31\cdot 4\sqrt{10} = 124\sqrt{10}$

$\boxed{\text{Ответ: } 124\sqrt{10}}$

черновик

$k^4x = 256$

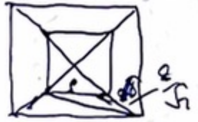
$256 \mid 8$, 24, 16, 32

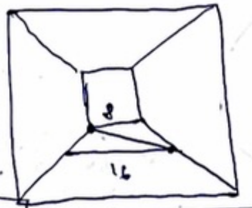
$$\begin{cases} \frac{x}{k} = 8 \\ k^4x = 256 \end{cases}$$

$x = 8k$

$k^4\cdot 8k = 256$

$\frac{8}{\sqrt{3}}$





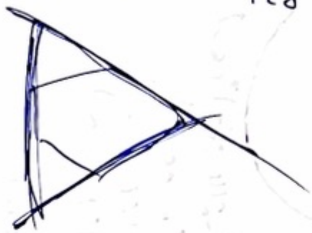
$+\frac{128}{32}$

$\sqrt{8^2 + \frac{8^2}{2} + 2\cdot 8\cdot \frac{8}{\sqrt{2}}\cos 45^\circ} = \sqrt{64 + 32 + 2\cdot \frac{64}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{128+32} =$

$= \sqrt{160} = \sqrt{4\cdot 4\cdot 10} = \boxed{4\sqrt{10}}$

$32 \times 4 = 128$

$256 \mid 8$, 24, 16, 32



черновик

$b_1 = \frac{4}{5}a_1 + \frac{3}{5}a_1 = a_1 \cdot \frac{7}{5} = \frac{7}{5}a_1$

$b_2 = a_1 + \frac{3}{5}a_1 = \frac{8}{5}a_1$

$12 + a_1 \cdot \frac{7}{5}a_1 = 15 + \frac{4}{5}a_1 \cdot \frac{8}{5}a_1$

$12 + \frac{7}{5}a_1^2 = 15 + \frac{32}{25}a_1^2$

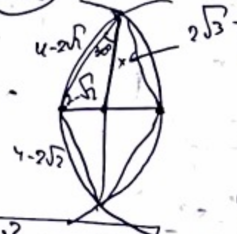
$\left(\frac{35}{25} - \frac{32}{25}\right)a_1^2 = 3$

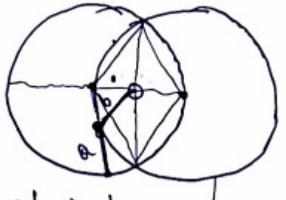
$\frac{3}{25}a_1^2 = 3 \quad a_1^2 = 25 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \pm 5}$

$a_2 = \frac{4}{5}a_1 = \pm 4 \quad X = 3(a_1 + a_2 + a_3) = \pm 3(3+4+5) =$

$a_3 = \frac{3}{5}a_1 = \pm 3 \quad = \pm 3 \cdot 12 = \boxed{\pm 36}$

$R = 4 - 2\sqrt{2}$



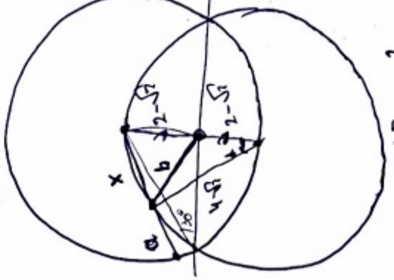


$a + 2b \to \min$

$x = \sqrt{(4-2\sqrt{2})^2 - (2-\sqrt{2})^2} =$

$\sqrt{4-1}\,(2-\sqrt{2})^2 = \sqrt{3}\,(2-\sqrt{2}) =$

$= 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$



~~$x \in [0, \ldots]$~~ $x \in [0; R]$

$a = (R - x)$

$x^2 = 2 \cdot (4-2\sqrt{2})^2 - 2(4-2\sqrt{2})^2 \cos\alpha$

$x^2 = 2(4-2\sqrt{2})^2(1-\cos\alpha)$

$x^2 = 2(16+8-16\sqrt{2})(1-\cos\alpha)$

$x^2 = 2(24-16\sqrt{2})(1-\cos\alpha)$

$1 - \cos\alpha = \frac{x^2}{2(24-16\sqrt{2})}$

$\cos\alpha = 1 - \frac{x^2}{2(24-16\sqrt{2})}$

$b^2 = (4-2\sqrt{2})^2 + (2-\sqrt{2})^2 - 2(4-2\sqrt{2})(2-\sqrt{2})\cos\alpha = (2-\sqrt{2})^2 \cdot 5 - 2(12-8\sqrt{2})\cos\alpha$

$= (2-\sqrt{2})^2 5 - 2(8 - 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 4)\cos\alpha$

черновик 1 $\quad \in [0{,}3; 1{,}8]$

$\underbrace{\cos^3(\pi x)}_{a} - \underbrace{\cos^3(2\pi x)}_{b} + \underbrace{\cos^3(4\pi x)}_{c} = (\cos(\pi x) - \cos(2\pi x) + \cos(4\pi x))^3$

$a^3 - b^3 + c^3 = (a-b+c)^3$

$a^3 - b^3 = (a-b+c)^3 - c^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = (a-b)((a-b+c)^2 + c(a-b+c) + c^2)$

$\begin{cases} a = b \\ a^2+ab+b^2 = a^2+b^2+3c^2-2ab+3ac-3bc \end{cases}$

$\begin{cases} a = b \\ 0 = 3c^2 - 3ab + 3ac - 3bc \end{cases}$ $\quad (a-b+c)(a-b+c) = a^2 - ab + ac - ab + b^2 - bc +$
$+ ac - bc + c^2 = \underline{a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc}$

$\begin{cases} a = b \\ c^2 - ab + ac - bc = 0 \end{cases}$ $\quad + ac - bc + c^2 + c^2$

$\begin{cases} a = b \\ c(c-b) + a(\overset{c-b}{\ldots}) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} a = b \\ (c+a)(c-b) \end{cases}$

$x = -(1-4x) + 2k$

$x = -1 + 4x + 2k$

$3x = 1 - 2k$

$x = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}k$

$f_1(x) = (x+a_1)(x^2+b_1x+12)$ $\quad f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$

$f_2(x) = (x+a_2)(x^2+b_2x+15)$ $\quad 12a_1 = 15a_2 = 20a_3$

$f_3(x) = (x+a_3)(x^2+b_3x+20)$

$f_1(x) = x^3 + b_1x^2 + 12x + a_1x^2 + a_1b_1x + 12a_1 = x^3 + x^2(b_1+a_1) + x(12+a_1b_1) + 12a_1$

$\begin{cases} f_1(x) = x^3 + (a_1+b_1)x^2 + (12+a_1b_1)x + 12a_1 \\ f_2(x) = x^3 + (a_2+b_2)x^2 + (15+a_2b_2)x + 15a_2 \\ f_3(x) = x^3 + (a_3+b_3)x^2 + (20+a_3b_3)x + 20a_3 \end{cases}$ $\quad -\underline{\sum \text{корней}} = -(a_1+a_2+a_3)$

$\begin{cases} a_1+b_1 = a_2+b_2 = a_3+b_3 = a_1+a_2+a_3 \\ 12+a_1b_1 \overset{\circ}{=} 15+a_2b_2 = 20+a_3b_3 \\ 12a_1 = 15a_2 = 20a_3 \end{cases}$ $\quad a_1b_1 - a_2b_2 = 3$

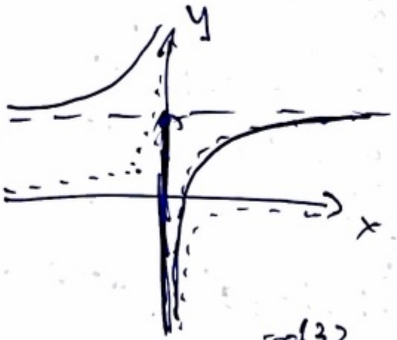
$\begin{cases} b_1 = a_2 + a_3 \\ b_2 = a_1 + a_3 \\ b_3 = a_1 + a_2 \end{cases}$

$a_2 = \frac{12}{15}a_1; \quad a_3 = \frac{12}{20}a_1 = \boxed{\frac{3}{5}a_1}$

$= \boxed{\frac{4}{5}a_1}$

черновик

$$\sqrt{(2x+3)^2}+\sqrt{(3x+2)^2}-(-\underbrace{(x+1)}_{<0} = \sqrt{(\sqrt{6}+1)^2}-\sqrt{(\sqrt{6}-1)^2}$$

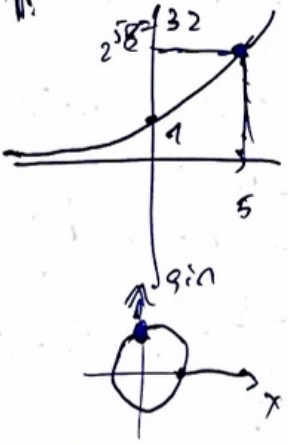


$\sqrt{24}=\sqrt{6\cdot 4}=2\sqrt{6}$ $\quad 2\cdot\sqrt{\ }$

$6+1$ $\quad (\sqrt{6}+1)^2=6+1+2\sqrt{6}$

$2^{5-\frac{1}{x}} \geq a+\underbrace{\sin(2^x)}_{\in[-1;1]}$ $\quad a \to \min$

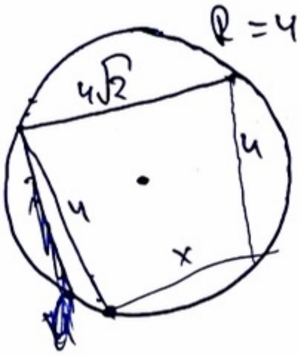
не реш $x>0$



наим. a при $x>0$: $2^{\underbrace{5-\frac{1}{x}}_{\in(-\infty;5)}} < a+\underbrace{\sin(2^x)}_{\in[-1;1]}$

$\downarrow$

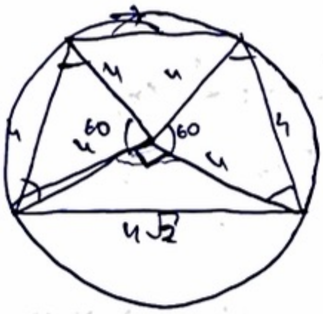
$\in(-\infty;32)$

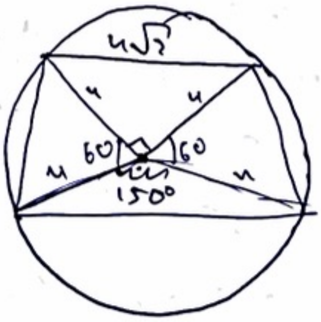


$2^{5-\frac{1}{x}} < 32 \underset{a-1}{<} a+\sin(2^x)$

$32 < a-1$ $\quad \boxed{a \geq 33}$

$(4\sqrt{2})^2+4^2=16\cdot 2+16=48$





360 − 90 − 120 =

= 240 − 90 = 150°