95-71-17-74
(161.4)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Варавы Ивана Константиновича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
95-71-17-74	65	+	+	+	−	+	∓	−	—

черновик

95-71-17-74 (161.4)

$4x^2+12x+9$ $(3x+2)^2$ $x \le -1$ черновик

$(2x+3)^2$

65 (шестьдесят пять)

$2x+3+3x+2+x+1=$ $\sqrt{7^2-24}=\sqrt{49-24}$

$6x+6=$ 25

$(6x+6)^2=7+\cancel{\sqrt{24}}-\cancel{(7^2-24)}+7-\cancel{\sqrt{24}}$ 5

-10

$36x^2+2\cdot36x+36=7\cancel{+49+24}+7$

$36x^2+72x+44=0$ $\frac{-36 \\ -24}{12}$ 3 -5

$18x^2+36x+22=0$ +44

$9x^2+18x+11=0$

$\frac{D}{4}=81-99$

$(6x+6)^2=7+\cancel{\sqrt{24}}-2\cdot5+7-\cancel{\sqrt{24}}$

$36x^2+72x+36=4$

$36x^2+72x+32=0$

$18x^2+36x+16=0$

$9x^2+18x+8=0$

$\frac{D}{4}=81-72=9$

$x_{1,2}=\frac{-9\pm\sqrt{9}}{9}$ $x=\frac{-9-3}{9}$ $x=\frac{-9+3}{9}$

$-\frac{12}{9}=-\frac{4}{3}$ $-\frac{2}{3}$

черновик

$5^{3-\frac{1}{x}} \geq a+\sin(3^x)$ нет решений $x>0$

найти a

$5^{3-\frac{1}{x}} < a+\sin(3^x)$?

$\sin(3^x) \in [-1;1]$ все значения

$a-1 \leq a+\sin(3^x) \leq a+1$

$\frac{5^3}{5^{\frac{1}{x}}}$ $\quad \frac{5^3}{\sqrt[x]{5}} < a+\sin(3^x)$ всегда

при увеличении x

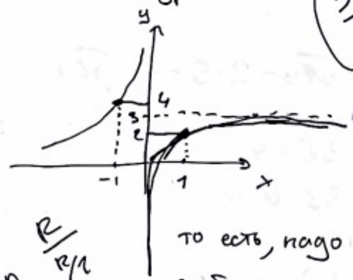
$f(x)=5^{3-\frac{1}{x}}$ возрас.

$h=\frac{R\sqrt{3}}{2}$

$\frac{3R}{2}$

при $x>0$

$5^{3-\frac{1}{x}} < 5^3$



то есть, надо чтобы при всех x

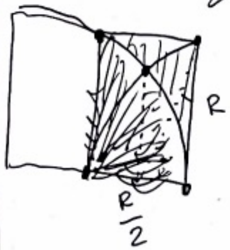
$a+\sin(3^x) \geq 5^3$

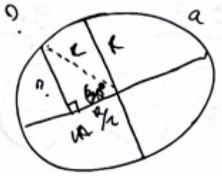
a ~~т.к.~~ a наш знак

$\sin \Rightarrow -1$

cos

$\frac{5^3}{2}$ sin $\frac{R}{R/2}$



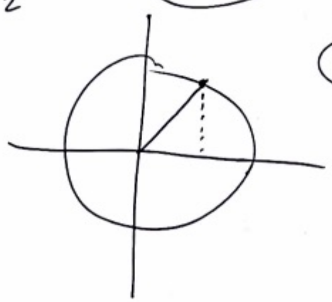


$a-1 \geq 5^3$

$a \geq 5^3+1$ $\quad h=\frac{5^3}{2}=\frac{h}{R}$

$a=126$

$\frac{R5^3}{2}=h$



sin $\frac{R}{h}$

$h=\frac{R\cdot 2}{5^3}$

95-71-17-74
(161.4)

чистовик

Задача №1

$\sqrt{4x^2+12x+9}+\sqrt{9x^2+12x+4}-\left(\sqrt{-(x+1)}\right)^2=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$

$4x^2+12x+9=(2x+3)^2 \quad 9x^2+12x+4=(3x+2)^2$

Ограничения: $-(x+1)\geq 0$

$-x-1\geq 0$

$x\leq -1$

при $x\leq -1$:

$\sqrt{(2x+3)^2}+\sqrt{(3x+2)^2}+x+1=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$

$|2x+3|+|3x+2|+x+1=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$

① $2x+3\geq 0 \quad 3x+2\geq 0$

$x\geq -\frac{3}{2} \quad x\geq -\frac{2}{3}$ НО $x\leq -1$

$x\geq -\frac{2}{3}$ ~~НО $x\leq -1$~~

~~$2x+3+3x+2+x+1=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$ Возведём в квадрат~~

~~$(6x+6)^2=7+\sqrt{24}-2\sqrt{(7+\sqrt{24})(7-\sqrt{24})}+7-\sqrt{24}$~~

~~$\left(\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}\right)^2=$~~

~~$36x^2+2\cdot 36x+36=14-2\sqrt{\ldots}$~~

~~$36x^2+2\cdot 36x+32=0 \mid :4$~~

$=7+\sqrt{24}-2\sqrt{(7+\sqrt{24})(7-\sqrt{24})}+7-\sqrt{24}=$

$=14-2\sqrt{7^2-24}=$

$=14-2\cdot 5=$

$=4$

~~$9x^2+18x+8=0$~~

~~$D=81-72=9$ $\quad x_{1,2}=\frac{-9\pm 3}{9}$ $\quad x_1=-\frac{2}{3}$ не подходит $\quad x_2=-\frac{4}{3}$ НО $x\leq -1$ подходит не подходит~~

② $2x+3\geq 0 \quad 3x+2\leq 0$

$x\geq -\frac{3}{2} \quad x\leq -\frac{2}{3} \quad x\in\left[-\frac{3}{2};-\frac{2}{3}\right]$

$\cancel{2x}+3-\cancel{3x}-2+\cancel{x}+1=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$

$2=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$ Возведём в квадрат

$4=14-2\sqrt{7^2-24}$

НО $x\leq -1$

$4=14-10$

$4=4$ ~~Значит~~ $x\in\left[-\frac{3}{2};-\frac{2}{3}\right]$

См. следующий лист

чистовик

$x \in \left[-\frac{3}{2}; -1\right]$ $\quad x \in [-1{,}5; -1]$

③ $2x+3<0$ $\quad 3x+2<0$

$x<-\frac{3}{2}$ $\quad x<-\frac{2}{3}$

$x<-\frac{3}{2}$

$-2x-3-3x-2+x+1=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$

$-4x-4=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$

$-4x-4=\sqrt{14-2\sqrt{49-24}}$

$-4x-4=\sqrt{4}$

$-4x-4=2$

$-4x=6$

$x=-\frac{6}{4}$ $\quad x=-\frac{3}{2}$ не подходит

Ответ: $x \in [-1{,}5; -1]$

Задача №2

$5^{3-\frac{1}{x}} \geq a+\sin 3^x$

1. Рассмотрим $f(x)=5^{3-\frac{1}{x}}$

при $x>0$

$f(x)$ стремится к 5^3

$f(x)<5^3$

2. Рассмотрим $g(x)=a+\sin(3^x)$

На всей области определения $x>0$

$g(x)$ меняет значение от

$a-1$ до $a+1$,

т.к. $\sin(3^x) \in [-1; 1]$

Таким образом, чтобы неравенство не имело решений $x>0$

См следующий лист

95-71-17-74
(161.4)

чистовик

Минимальное значение $g(x)$ должно быть всегда больше $f(x)$

$f(x)<5^3$ $\quad g(x)\geq a-1$

~~При наименьшем a – допустимо~~

~~$g(x) \geq 5^3$ для наименьшего~~

Задача №2 продолжение

$a-1 \geq 5^3$

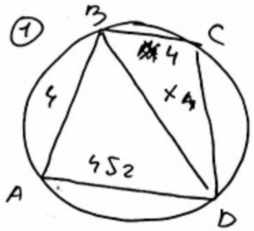
$a \geq 125+1$

$a \geq 126$ $\quad$ Наименьшее $a=126$

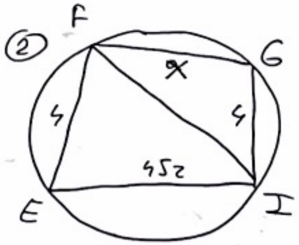
Ответ: 126.

Задача №3 $\quad$ Рассмотрим 2 случая

①

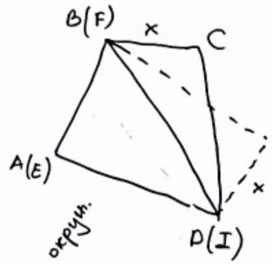


②



где x – неизвестная сторона

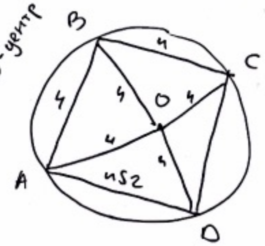
Видно, что из ABCD всегда можно сделать EFGI не менее площадь. (меняем x на 4 и 4 на x)



Поэтому максимальная площадь в обоих случаях одинакова.

Рассморим случай №2 проведём радиусы ($R=4$)

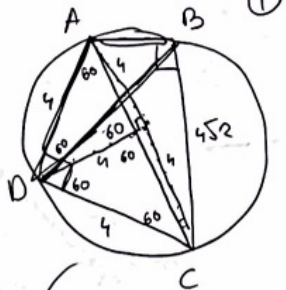
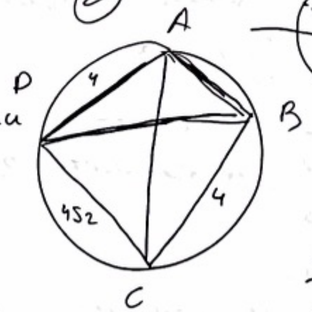
т.О-центр окруж.



Видно, что $\triangle BCO = \triangle OBA$ по 3 сторонам и оба треугольника равнобедренные, поэтому их углы по $60°$

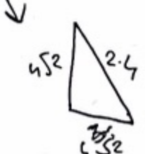
См. следующий лист

черновик

① 
или
② 

~~$S_{ABC_1} = S_{ABC_2}$~~

$S_{1ABD} = S_{2ABD}$



~~$4 \cdot 16 - 4^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 2$~~

$64 = 32 + 4.$

$4 + 2\sqrt{3}$

$(\sqrt{3}+1)^2 = 3 + 2\sqrt{3} + 1$

$36 - 12 = 24$

-9

$150 + 120 = 270$

$+90$

$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{16}{4}$ $\frac{4}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$

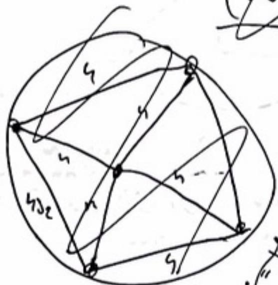
$\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}$

$4\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$

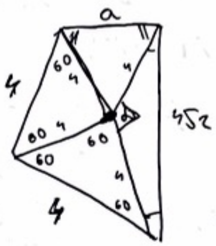
~~Ффикс~~

$\frac{(4\sqrt{2})^2 + 4^2}{2} = \frac{32 + 16}{2} = \frac{48}{2} = \boxed{24}$

$2(\sqrt{6}+\sqrt{2})$



~~$48 + 16$~~ $= 16 \cdot 2$

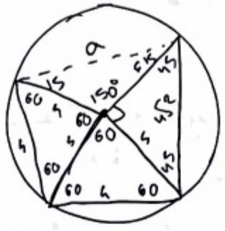


$a^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 150$

$(-\cos 30)$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$a = \sqrt{32 - 16\sqrt{3}}$

$2 \cdot 2 \cdot 4\sqrt{3}$



найди α

$(4\sqrt{2})^2 = 16 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cos \alpha$

$32 = 32 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \underbrace{\cos \alpha}_{0}$

$\alpha = 90$

$2 \cdot 5 - 2 \cdot 4\sqrt{3}$

$16 + 12$

28

$2\sqrt{3}$

$4 \cdot 3 = 12$

$120 + 90 = 210$

$360 - 210 = 150$

$4\sqrt{3}$

$4 + 12 \cdot 3$

$8\sqrt{3}$

32 сумма квадрат

95-71-17-74
(161.4)

чистовик

Задача №5 продолжение

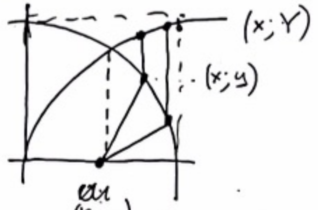
$a_3 = \frac{12}{a_2} = \frac{12}{4} = 3$

$a_1 = \frac{15}{a_3} = \frac{15}{3} = 5$

$a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3 = 3a_1 + 3a_2 + 3a_3 =$
$= 3(4 + 3 + 5) = 36$

Ответ: 36

черновик



$$\boxed{(X-R)^2+(Y)^2=R^2}$$

$$Y=\sqrt{R^2-(x^2+2Rx+R^2)}$$

$2\sqrt{(x^2+y^2)}+Y-Y$

где $(\cancel{x^2}-R)^2+y^2=R^2$ $\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}$

$$\boxed{x^2+y^2=R^2}$$

$$2\sqrt{\left(x-\frac{R}{2}\right)^2+y^2}+Y-y\Rightarrow min$$

$$2\left(\cancel{x^2}-xR+\frac{R^2}{4}+R^2-\cancel{x^2}\right)$$

$5R^2-4xR+2xR-\cancel{x^2}-R^2+\cancel{x^2}$
$4R^2-2xR$, мин при max (x)

$$2\left(\frac{5R^2}{4}-xR\right)+Y-\sqrt{R^2-x^2}$$

$$\frac{5}{2}R^2-\frac{xR}{2}+\sqrt{\cancel{R^2}-x^2-2Rx}-\sqrt{R^2-x^2}\Rightarrow min$$

x^2+2Rx

$12+9+15$
$21+15$

$$2\sqrt{\left(x-\frac{R}{2}\right)^2+R^2-x^2}+\sqrt{R^2-(X-R)^2}-\sqrt{R^2-x^2}\Rightarrow min$$

$\cancel{x^2}-xR+\frac{R^2}{4}+R^2-\cancel{x^2}$ $\quad \cancel{R^2}-x^2+2xR-\cancel{R^2}$

$$2\sqrt{\frac{5R^2}{4}-xR}+\sqrt{2xR-x^2}-\sqrt{R^2-x^2}\Rightarrow min$$

$5R^2-4xR$

$$\sqrt{R(5R-4x)}+\sqrt{x(2R-x)}-\sqrt{(R-x)(R+x)}$$

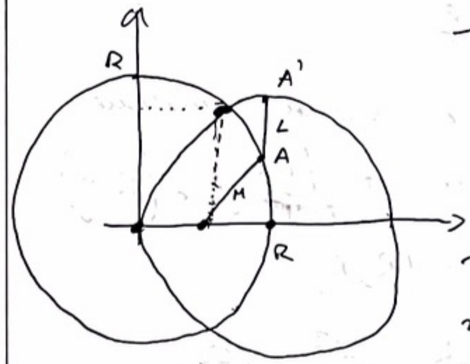
$$R(5R-4x)+x(2R-x)-(R-x)(R+x)$$

чистовик

$R=\frac{2-\sqrt{2}}{5}$

Задача №6 Введём систему координат, где $(0;0)$ - первая газонополивалка, а $(1;0)$ - вторая

нора мыши $\left(\frac{R}{2};0\right)$



Пусть S - показатель намокания мыши

M - путь под двумя поливалками

L - путь под одной поливалкой

То усл будем считать, что надо минимизировать

$S=2M+L$

точку перехода между M и L назовём т. $A(x;y)$

а точку выхода т. A' $(x;Y)$

$x^2+y^2=R^2$ $\quad y^2=R^2-x^2$ $\quad y=\sqrt{R^2-x^2}$

$(x-R)^2+Y^2=R^2$ $\quad Y=\sqrt{R^2-(x-R)^2}$

$$S=2M+L=2\sqrt{\left(x-\frac{R}{2}\right)^2+y^2}+(Y-y)=$$

$$=2\sqrt{x^2-xR+\frac{R^2}{4}+R^2-x^2}+\sqrt{R^2-(x-R)^2}-\sqrt{R^2-x^2}=$$

$$=2\sqrt{\frac{5R^2}{4}-xR}+\sqrt{R^2-(x^2-2xR+R^2)}-\sqrt{R^2-x^2}=$$

$$=\sqrt{5R^2-4xR}+\sqrt{2xR-x^2}-\sqrt{R^2-x^2}$$

минимум и достигается при минимуме

$$5R^2-4xR+2xR-\cancel{x^2}-R^2+\cancel{x^2}=4R^2-2xR$$

См следующий лист

чистовик

Задача №6 Продолжение:

минимум $4R^2-2xR$ достигается при наибольшем x, наибольшее x в нашем случае $x=\frac{R}{2}$

Таким образом линия накопит меньше всего при движении от $\left(\frac{R}{2};0\right)$ к $(R;0)$ и до $(R;R)$

Пройдя путь $H=\frac{R}{2}+R=\frac{2-\sqrt{2}}{10}+\frac{2-\sqrt{2}}{5}=$

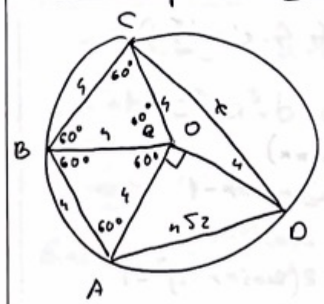
$=\frac{2-\sqrt{2}+4-2\sqrt{2}}{10}=\frac{6-3\sqrt{2}}{10}$

Ответ: $\frac{6-3\sqrt{2}}{10}$

чистовик

Задача №3 Продолжение

~~Рассмотрим 2 случая~~



Заметим, что в $\triangle AOD$

$AO^2+OD^2=AD^2$,

$4^2+4^2=(4\sqrt{2})^2$ $32=32$

Значит $\angle AOD=90°$,

а $\angle OAD=\angle ODA=45°$ т.к. $AO=OD$ и $\triangle AOD$ – равнобедрен.

$\angle COD=360°-\angle BOC-\angle AOB-\angle AOD=$

$=360°-60°-60°-90°=150°$; ~~$\angle OCD=\angle CDO=15°$ $(180-150)/2$~~

~~Найдём CD по т. Косинусов для $\triangle COD$~~

~~$CD^2=CO^2+OD^2-2\cdot CO\cdot OD\cdot\cos\angle COD$~~

~~$x^2=4^2+4^2-2\cdot4\cdot4\cdot\cos150°$~~ ~~$\cos150=-\cos30=-\frac{\sqrt{3}}{2}$~~

~~$x^2=32+16\sqrt{3}$~~ ~~$x=\sqrt{16(2+\sqrt{3})}=4\sqrt{2+\sqrt{3}}$~~

~~Найдём S_{ABCD} как $S_{ABC}+S_{CDA}$~~

~~$S_{ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AB\cdot\sin\angle CBA=\frac{1}{2}\cdot4\cdot4\cdot\sin120=4\sqrt{3}$~~

~~$S_{CDA}=$~~ Найдём S_{ABCD} как

$S_{ABO}+S_{BCO}+S_{COD}+S_{AOD}$

$S_{ABCD}=\frac{1}{2}4\cdot4\cdot\sin60°+\frac{1}{2}\cdot4\cdot4\cdot\sin60°+\frac{1}{2}\cdot4\cdot4\cdot\sin90°+\frac{1}{2}\cdot4\cdot4\cdot\sin150°=$

$=16\frac{\sqrt{3}}{2}+8+4=8\sqrt{3}+12$

Ответ: $8\sqrt{3}+12$

черновик

$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot \sin 60\cdot 2+\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4+\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot \sin 150$

$16\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+8+4=$

$8\sqrt{3}+12$

$\cos(\pi x)$

$2\cos^2\pi x-1$

$2\cos^2 2\pi x-1$

$2(2\cos^2\pi x-1)^2-1$

$\cos(\pi x)+\cos(2\pi x)-\cos(4\pi x)=$

$2(4\cos^4\pi x-4\cos^2\pi x-1)-1$

$\cos(\pi x)+\cos(\pi x+\pi x)$

$8\cos^4\pi x-8\cos^2\pi x-3$

$\cos\pi x\cos\pi x-\sin\pi x\sin\pi x$

$\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$

$\cos^2\pi x-\sin^2\pi x-(\cos^2\pi x-\sin^2\pi x)$

$\cos^3 x=\frac{3\cos x+\cos 3x}{4}$

$(a+b-c)^3$

$(a+b-c)^2=$

$(a+b-c)(a+b-c)$

$a^2+ab-ac+ab+b^2-bc-ca-cb+c^2$

$(a^2+2ab-2ac-2bc+b^2+c^2)(a+b-c)$

$a^3+2a^2b-2a^2c-2abc+ab^2+ac^2+$

$+a^2b+2ab^2-2acb-2b^2c+b^3+bc^2-$

$-a^2c-2abc+2ac^2+2bc^2-cb^2-c^3$

$a^3+\underline{3a^2b-3a^2c-6abc+3ab^2+3ac^2}+b^3-c^3\underline{-3b^2c+}$

$\underline{+3bc^2}$

$=0$

$3(a^2b-a^2c+ab^2+ac^2-b^2c+bc^2)=6abc$

$a^2b-a^2c+ab^2+ac^2-b^2c+bc^2=2abc$

Задача № 4

чистовик

Рассмотрим

$a^3+b^3-c^3=(a+b-c)^3$

$a^3+b^3-c^3=a^3+b^3-c^3+3a^2b-3a^2c+3b^2a-3b^2c+3c^2b+$

$+3c^2a-6abc$

Откуда

$6abc=3(a^2(b-c)+b^2(a-c)+c^2(a+b))\quad |:3$

$3abc=a^2(b-c)+b^2(a-c)+c^2(a+b)$

черновик

$\cancel{x^3+(a+x)^2}$.

$\cancel{x^3}+b_1x^2+12x+a_1x^2+a_1b_1x+12a_1=$

$=\cancel{x^3}+b_2x^2+15x+a_2x^2+a_2b_2x+15a_2$

$x^2(b_1+a_1-b_2-a_2)=x(15-12+a_2b_2-a_1b_1)+15a_2-12a_1$

$\boxed{12a_1=15a_2=20a_3}$

$a_1=\frac{5}{4}a_2$

$3\cdot 4a_1=3\cdot 5a_2=$

$=4\cdot 5a_3$

подст $x=-a_1$

$(a_2-a_1)(a_1^2-a_1b_2+15)=0$

$a_1=a_2=a_3$ нет

или

либо $a_2=a_1$

либо

$a_1^2-a_1b_2+15=0$

$D=b_2^2-4\cdot 15$

$a_{1}=\frac{b_2\pm\sqrt{b_2^2-4\cdot 15}}{2}$

$b_2\pm\sqrt{b_2^2-4\cdot 15}=b_3\pm\sqrt{b_3^2-4\cdot 20}=$

$=b_1\pm\sqrt{b_1^2-12\cdot 4}$

$(b_1+a_1)(b_1^2+b_1^2+12)$

$(b_1+a_1)(2b_1^2+12)$

$(b_1+a_1)(2b_1^2+12)=(b_1+a_2)(b_1^2+b_1b_2+15)$

$2b_1^3+a_1\cdot 2b_1^2+12b_1+\cancel{12a_1}=\cancel{b_1^3}+b_1^2b_2+15b_1+a_2b_1^2+$

$+a_2b_1b_2+\cancel{15a_2}$

$1,5a_2b_1^2+\cancel{12b_1}=b_1^2b_2+3b_1+a_2b_1b_2$

$a_2^2-b_1a_2+12=0$

$1,5a_2b_1^2=b_1^2b_2+3b_1+a_2b_1b_2$

$1,5a_2b_1=b_1b_2+3+a_2b_2$

черновик

$b_1=a_2+a_3$

$b_2=a_1+a_3$

$b_3=a_2+a_1$

$3a_1+3a_2+3a_3=?$

причём $a_2a_3=12$

$a_1a_2=15$

$a_1a_2=20$

$\cancel{a_2=\frac{4}{5}a}$

$12a_1=15a_2=20a_3$

$a_2=\frac{4}{3}a_3$

$\begin{array}{r|l} 240 & 15 \\ -15 & 16 \\ 90 & \end{array}$

$(a_2+a_3)^2=a_2^2+a_3^2+24$

$a_2+a_3=\sqrt{a_2^2+a_3^2+24}$

$\frac{4}{3}a_3+a_3=\sqrt{\frac{16}{9}a_3^2+a_3^2+24}$

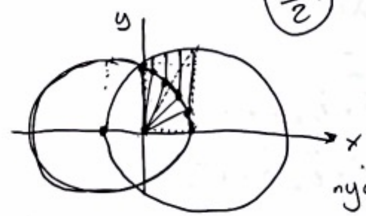
$\frac{7}{3}a_3$ $\sqrt{\frac{25a_3^2}{9}+24}=\frac{49}{9}a_3^2$

$25a_3^2+9\cdot 24=49a_3^2$

$9\cdot 24=24a_3^2$

$a_3=3$

$\frac{\sqrt{2}}{2}R$



путь L - одна

M - две

$R+R=2R$

M

нужен мин S, где

$S=2M+L$, где M - путь по 2

L - путь по 1

Можно ли $S<2R$

$L\in[0;R]$

$M\in\left[\frac{R}{2};\frac{\sqrt{2}R}{2}\right]$

$(x_0;y_0)=\left(0;-\frac{R}{2}\right)$ $\cancel{x^2+(y-\frac{R}{2})}$

$\left(x-\frac{R}{2}\right)^2+y^2=R^2$

чистовик!

Задача №5

По усл. $f_1(0)=f_2(0)=f_3(0)$, откуда

$$(0+a_1)(0^2+b_1 0+12)=(0+a_2)(0^2+b_2 0+15)=$$
$$=(0+a_3)(0^2+b_3\cdot 0+20)$$

$$12a_1=15a_2=20a_3$$

По усл. $f_1(-a_1)=f_2(-a_2)=f_3(-a_1)$

т.к. ~~а~~ $f_1(-a_1)=(a_1-a_1)(a_1^2+b_1a_1+12)=0$

а $a_1\neq a_2\neq a_3$ и $a_1, a_2, a_3>0$ по усл.

$-a_1$ - корень уравнений

$$x^2+b_2x+15 \quad и \quad x^2+b_3x+20$$

Аналогично

$-a_2$ - корень x^2+b_1x+12 и x^2+b_3x+20

$-a_3$ - корень x^2+b_1x+12 и x^2+b_2x+15

По Т. Виетта

$b_1=-(-a_2-a_3)=a_2+a_3$ $\qquad 12=a_2a_3$ $\qquad a_3=\frac{12}{a_2}$

$b_2=-(-a_1-a_3)=a_1+a_3$ $\qquad 15=a_1a_3$ $\qquad a_1=\frac{15}{a_3}$

$b_3=-(-a_2-a_1)=a_1+a_2$ $\qquad 20=a_1a_2$

$\cancel{(a_1+a_2)^2=a_1^2+a_2^2+2a_1a_2}$ $\qquad \cancel{12a_1=15a_2}$

$\cancel{a_1+a_2=8}$ $\qquad 12a_1=15a_2$, $a_1=\frac{15}{12}a_2$

подставим в $20=a_1a_2$

$$20=\frac{15a_2^2}{12}$$

$240=15a_2^2$

$16=a_2^2$

$a_2=4$

См следующ лист