05-17-00-29
(161.33)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

+1 1/2

Вариант 11 класс

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Васильева Егора Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
05.17.00-29		+	+	+	∓	+	+	–	–

80 (восемьдесят) Чистовик Нор Орёл Н.А. Тсар Салова Т.В.

Задача 1

$$\sqrt{4x^2-12x+9}+\sqrt{x^2-6x+9}+\left(\sqrt{-(x-2)}\right)^2=\sqrt{3+\sqrt{8}}-\sqrt{3-\sqrt{8}}$$

$$\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt{(x-3)^2}+\left(\sqrt{2-x}\right)^2=\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases}|2x-3|+|x-3|+(2-x)=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}\\ 2-x\geq 0 \Rightarrow x\leq 2\end{cases}$$

$$|2x-3|+|x-3|+(2-x)=|\sqrt{2}+1|-|\sqrt{2}-1|$$

$$|2x-3|+|x-3|+(2-x)=\sqrt{2}+1-(\sqrt{2}-1)$$

$$|2x-3|+|x-3|+(2-x)=2$$

$$|2x-3|+|x-3|=x$$

$$x\leq 2 \Rightarrow x-3\leq -1<0$$

$$|2x-3|-(x-3)=x$$

$$|2x-3|-x+3=x$$

$$|2x-3|=2x-3$$

$$2x-3\geq 0$$

$$2x\geq 3$$

$$x\geq 1{,}5$$

$$\left.\begin{matrix}x\geq 1{,}5\\ x\leq 2\end{matrix}\right| \Rightarrow x\in[1{,}5;2]$$

Ответ: $[1{,}5;2]$

Задача 2

$\min a$ – ? $a>0$ $\quad 4^{5-\frac{1}{x}}\geq a+\sin 2^x$ не имеет ни одного решения $x>0$

$$\Leftrightarrow$$

$$\forall x>0 \quad 4^{5-\frac{1}{x}}<a+\sin 2^x$$

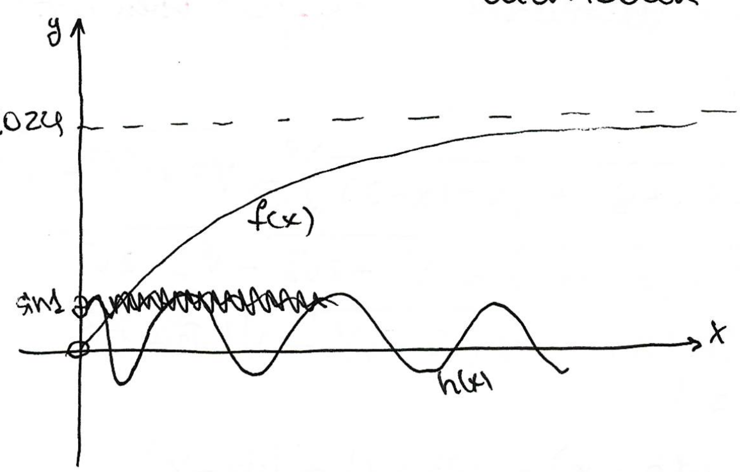
Нарисуем график $f(x)=4^{5-\frac{1}{x}}$

при $x>0$ функция $g(x)=5-\frac{1}{x}$ возрастает, значит $f(x)=4^{g(x)}=4^{5-\frac{1}{x}}$ тоже возрастает при $x>0$

$$\left(g'(x)=\frac{1}{x^2}>0\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(4^{5-\frac{1}{x}}\right)=4^{5-0}=4^5=2^{10}=1024$$

Чистовик (продолжение №2)



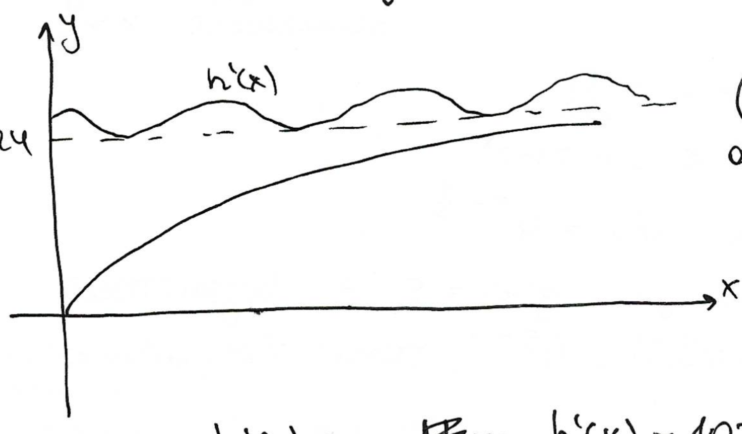
$$\lim_{x\to 0+0} f(x) = \lim_{x\to 0+0} 4^{5-\frac{1}{x}} = 4^{-\infty} = 0$$

Функция f(x) возрастает на $x>0$ и имеет предел $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1024$ (имеет асимптоту $y=1024$)

$h(x) = \sin 2^x$
$h(0) = \sin 2^0 = \sin 1 > 0$
$0 < 1 < \pi$

Так как функция h(x) ограничена ($-1 \leq \sin 2^x \leq 1$), $\lim_{x\to 0+0} h(x) = \sin 1 > \lim_{x\to 0+0} f(x)$, функция f(x) возрастает и $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1024$, то f(x) пересечёт в какой-то точке h(x) и неравенство будет выполняться не при всех $x>0$)

Прибавляя к h(x) положительное значение a, её график будет сдвигаться вверх.



($h'(x)$ – не производная, а обозначение функции $h'(x) = h(x) + a$)

Рассмотрим $h'(x)$: $h'(x) = 1025 + \sin 2^x$ ($a = 1025$)

понятно, $-1 \leq \sin 2^x \leq 1$, значит $1024 \leq h'(x) \leq 1026$

$\Rightarrow h'(x) \geq 1024 > f(x)$ при любом $x > 0$

Черновик

$4^{5-\frac{1}{x}} \geq a + \sin 2^x$

$a \leq 4^{5-\frac{1}{x}} - \sin 2^x$

$a \leq 2^{10-\frac{2}{x}} - \sin 2^x$

$f(x) = 2^{10-\frac{2}{x}} - \sin 2^x$

$x > 0$

$5 - \frac{1}{x} \nearrow$

$4^{5-\frac{1}{x}} \nearrow$

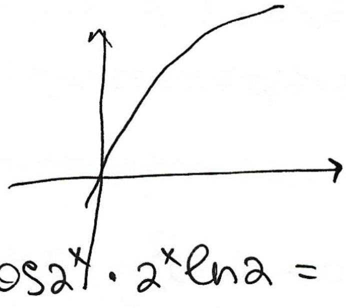
$x \to 0$

$5 - \frac{1}{x} \to -\infty$

$4^{-\infty} = 0$

$2^x \nearrow$

$\sin 2^x$



$f'(x) = 2^{10-\frac{2}{x}} \ln 2 \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right) - \cos 2^x \cdot 2^x \ln 2 =$

$= \ln 2 \left(2^{10-\frac{2}{x}} \cdot \frac{2}{x^2} - 2^x \cos 2^x \right) =$

$= \ln 2 \cdot 2^x \left(2^{10-\frac{2}{x}-x} \cdot \frac{2}{x^2} - \cos 2^x \right)$

$2^{10-\frac{2}{x}-x} > 0$

$10x - 2 - x^2 > 0$

$x^2 - 10x + 2 < 0$

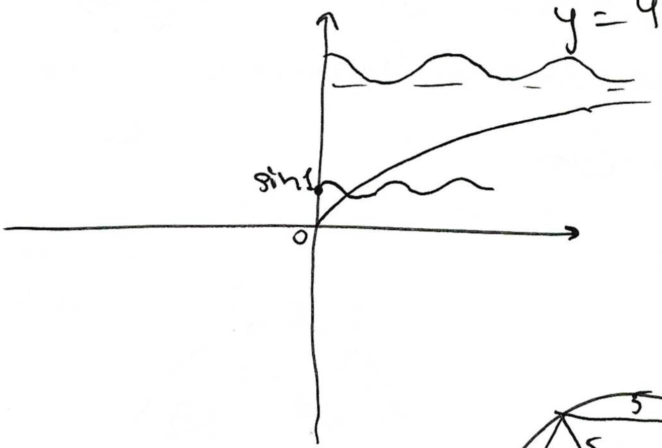
$\lim\limits_{x \to 0+0} \left(5 - \frac{1}{x}\right) = -\infty$

$t = 2^x$

$2^{10-\frac{2}{x}} = \frac{2^{10}}{2^{\frac{2}{x}}}$

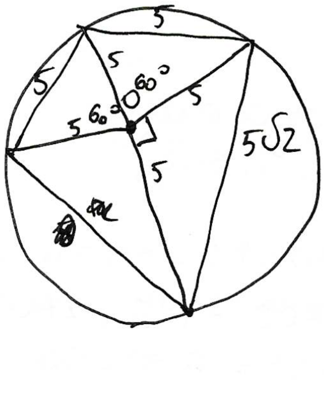
$\lim\limits_{x \to 0+0} \left(4^{5-\frac{1}{x}}\right) = \lim \left(4^{-\infty}\right) = 0$

$y = 4^{5-\frac{1}{x}} \nearrow$



$\sin 2^0 = \sin 1$

$\lim\limits_{x \to \infty} \left(4^{5-\frac{1}{x}}\right) = 4^5$



Чистовик (продолжение №2)

если взять $a<2025$

то $h'(x)=a+\sin 2^x$

~~найдётся $2^{x_0}=\frac{3\pi}{2}$ $(x_0=\log_2\frac{3\pi}{2}>0)$, что~~

~~$h'(x_0)=a-1<2025-1=2024$~~

~~т.к. $f(x)$ возрастает и $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2024$, то~~

~~т.к. найдётся x_0, начиная с котор~~

$h'(x)=a+\sin 2^x=a-1$

при $\sin 2^x=-1$

$2^x=\frac{3\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, $k\geq 0$

$x=\log_2\left(\frac{3\pi}{2}+2\pi k\right)$ – бесконечно

много значений x, при которых $\sin 2^x=-1$,

а значит $h'(x)=a-1<2025-1=2024$

– бесконечно много точек, при которых $h'(x)=a-1<2024$,

в силу возрастания $f(x)$ и $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2024$,

найдётся точка x_0: $h'(x_0)=a-1\leq f(x_0)$

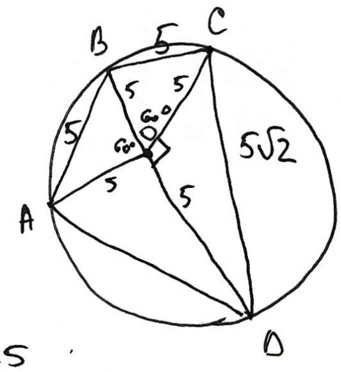
$a+\sin 2^{x_0}\leq 4^{5-\frac{1}{x_0}}$

– значит, неравенство не выполняется при всех $x>0$

Значит, минимальное $a=1025$

Ответ: $a=1025$

Задача 3



I случай

(стороны расположены в порядке $5, 5, 5\sqrt{2}$)

тогда $AB=BO=AO=CO=BC=5$

$\Rightarrow \triangle AOB, \triangle BOC$ – р/с, $\angle AOB=\angle BOC=60^\circ$

$OC^2+OD^2=5^2+5^2=2\cdot 5^2=CD^2 \Rightarrow \triangle OCD$ – п/у, $\angle COD=90^\circ$

$\Rightarrow \angle AOD=360^\circ-60^\circ-60^\circ-90^\circ=240^\circ-90^\circ=150^\circ$

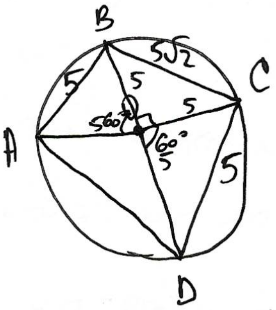
Чистовик (продолжение №3)

$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{AOD} =$

$= 5\cdot 5 \cdot \frac{1}{2}\left(\sin 60^\circ + \sin 60^\circ + \sin 90^\circ + \sin 150^\circ\right) =$

$= \frac{25}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{25}{2}\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right)$

II Случай (порядок $5, 5\sqrt{2}, 5$)



Аналогично

$\angle AOD = 150^\circ$

$S_{ABCD} = \frac{25}{2}\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right)$

(порядок $5\sqrt{2}, 5, 5$ Аналогичен 1)

Значит, $S_{ABCD} = \frac{25}{2}\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right)$

Ответ: $S_{ABCD} = \frac{25}{2}\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right)$

Задача 4

$[0{,}3 ; 1{,}8]$

$\sin^3(\pi x) + \sin^3(2\pi x) - \sin^3(4\pi x) = \left(\sin(\pi x) + \sin(2\pi x) - \sin(4\pi x)\right)^3$

Упростим левую часть

$\sin^3 \pi x + \sin^3(2\pi x) - \sin^3(4\pi x) = \sin^3 \pi x + \left(2\sin\pi x\cos\pi x\right)^3 -$

$-(2\sin 2\pi x\cos 2\pi x)^3 = \sin^3 \pi x + 8\sin^3 \pi x\cos^3 \pi x - 8\cdot 8\sin^3 \pi x\cos^3 \pi x\cdot\cos^3 2\pi x =$

$= \sin^3 \pi x\left(1 + 8\cos^3 \pi x - 64\cos^3 \pi x\cos^3 2\pi x\right)$

Упростим правую часть

$\sin(\pi x) + \sin(2\pi x) - \sin(4\pi x) = \sin\pi x + 2\sin\pi x\cos\pi x - 2\sin 2\pi x\cos 2\pi x =$

$= \sin\pi x + 2\sin\pi x\cos\pi x - 4\sin\pi x\cos\pi x\cos 2\pi x =$

$= \sin\pi x\left(1 + 2\cos\pi x - 4\cos\pi x\cos 2\pi x\right)$

$\sin^3(\pi x)\left(1 + 8\cos^3\pi x - 64\cos^3\pi x\cos^3 2\pi x\right) = \sin^3\pi x\left(1 + 2\cos\pi x - 4\cos\pi x\cos 2\pi x\right)^3$

$$\left[\begin{array}{l} \sin(\pi x) = 0 \Rightarrow \pi x = \pi k \mid k\in\mathbb{Z} \quad x = k, k\in\mathbb{Z} \\ 1 + 8\cos^3\pi x - 64\cos^3\pi x\cos^3 2\pi x = \left(1 + 2\cos\pi x - 4\cos\pi x\cos 2\pi x\right)^3 \end{array}\right.$$

на отрезке $[0{,}3 ; 1{,}8]$ одно целое число $- 1$ $(x = 1)$

$x = 1$

Черновик

$\sin^3\pi x + \sin^3 2\pi x - \sin^3 4\pi x = \sin^3\pi x + 8\sin^3\pi x\cos^3\pi x -$

$- 8\sin^3 2\pi x\cos^3 2\pi x = \quad - 64\sin^3\pi x\cos^3\pi x\cos^3 2\pi x =$

$= \sin^3\pi x(1 + 8\cos^3\pi x - 64\cos^3\pi x\cos^3 2\pi x)$

$a^3+b^3+c^3 = (a+b+c)^3 = (a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc)(a+b+c) =$

$= a^3 + b^2a + c^2a + 2a^2b + 2a^2c + 2abc + ba^2 + b^3 + bc^2 + 2ab^2 + 2abc + b^2c$

$\sin\pi x + \sin 2\pi x - \sin 4\pi x = \sin\pi x + 2\sin\pi x\cos\pi x - 4\sin\pi x\cos\pi x\cos 2\pi x =$

$= \sin\pi x(1 + 2\cos\pi x - 4\cos\pi x\cos 2\pi x)$

$1 + 2\cos\pi x - 4\cos\pi x\cos 2\pi x = 1 + 2\cos\pi x - 4\cos\pi x(2\cos^2\pi x$

$-1) = 1 + 2\cos\pi x - 8\cos^3\pi x + 4\cos\pi x =$

$= 1 + 6\cos\pi x - 8\cos^3\pi x$

$\sin^3\pi x \leq \sin\pi x$ $\quad \sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$

$\sin^3\pi x + \sin^3 2\pi x$ $\quad \sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta) = 2\sin\beta\cos\alpha$

$(a_1+1)(1+b_1+6) = a_1 + a_1b_1 + 6a_1$

$\sin\pi x + \sin 2\pi x - 2\sin 2\pi x\cos 2\pi x$ $\quad a_1 + a_1b_1 + 6a_1 + 1 + b_1 + 6$

$a^3+b^3+c^3 < 3$ $\quad 0{,}3 \leq x \leq 1{,}8$ $\quad (a_1-1)(1-b_1+6)$

$t = \pi x$

$\sin t\cos 2t + \sin 2t\cos 2t - \sin 4t\cos 2t =$ $\quad \frac{t}{\pi} = x$

$= \frac{1}{2}(\sin 3t - \sin t + \sin 4t - \sin 6t - \sin 2t)$ $\quad 0{,}3\pi \leq t \leq 1{,}8\pi$

$\sin^3 t + \sin^3 2t - \sin^3 4t$ $\quad \sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$

$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2 \mp ab \mp ac \mp bc) + 3abc =$

$= (a+b+c)^3$ $\quad f(1) = (1+a)(1+b+6) =$

$= 1+b+6+a+ab+6a$

$(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2 - ab - ac - bc - (a+b+c)^2\right) + 3abc = 0$

$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2 - ab - ac - bc - a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2ac - 2bc)$

$\sin t\cos t + \sin 2t\cos t \mp \sin 4t\cos t =$

$(a+b+c)($ $\quad = \frac{1}{2}(\sin 2t + \sin 3t - \sin$ $\quad a+b = f(1) - 7 - 6a - ab$

$\sin\pi x + \sin 2\pi x - \sin$

$\sin t + \sin 2t - \sin 4t$

$\sin t\cos t + \sin 2t\cos t - \sin 4t\cos t = \frac{1}{2}(\sin 2t + \sin 3t + \sin 2t - (\sin 5t +$

$\sin$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

~~$1+8\cos^2\pi x = 64\cos^3 8x\cos^2 2\pi x$~~

Задача 5

$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 > 0$

$f_1(x) = (x+a_1)(x^2+b_1x+6)$

$f_2(x) = (x+a_2)(x^2+b_2x+8)$

$f_3(x) = (x+a_3)(x^2+b_3x+12)$

$\forall x \quad f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$

$a_1+b_1+a_2+b_2+a_3+b_3 - ?$

$f(x) = (x+a)(x^2+bx+c) = x^3 + \underline{bx^2} + \underline{\underline{cx}} + \underline{ax^2} + \underline{\underline{abx}} + ac =$

$= x^3 + x^2(a+b) + x(ab+c) + ac$

$$\begin{cases} f_1(x) = x^3 + x^2(a_1+b_1) + x(a_1b_1+6) + 6a_1 \\ f_2(x) = x^3 + x^2(a_2+b_2) + x(a_2b_2+8) + 8a_2 \\ f_3(x) = x^3 + x^2(a_3+b_3) + x(a_3b_3+12) + 12a_3 \end{cases}$$

~~т.к. $\forall x \ f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$~~

~~то $\begin{cases} a_1+b_1 = a_2+b_2 = a_3+b_3 \\ a_1b_1+6 = a_2b_2+8 = a_3b_3+12 \\ 6a_1 = 8a_2 = 12a_3 \end{cases}$~~

~~$a_1 = 2a_3$~~

~~$2a_2 = 3a_3 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}a_3$~~

Заметим, что $x=-a_1$, $x=-a_2$, $x=-a_3$ являются корнями $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ соответственно.

т.к. $\forall x \ f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$, то числа $x=-a_1$, $x=-a_2$, $x=-a_3$ являются корнями каждой функции $f(x)$

$f(x) = f_1(x) = f_2(x) = f_3(x) = (x+a_1)(x+a_2)(x+a_3) =$

$= x^3 + (a_1+a_2+a_3)x^2 + (a_1a_2+a_2a_3+a_1a_3)x + a_1a_2a_3$

В силу равенства $f(x) = f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$ для любого x, имеем

$\begin{cases} a_1a_2a_3 = 6a_1 \\ a_1a_2a_3 = 8a_2 \\ a_1a_2a_3 = 12a_3 \end{cases}$ т.к. $a_1, a_2, a_3 > 0$ $\begin{cases} a_2a_3 = 6 \\ a_1a_3 = 8 \\ a_1a_2 = 12 \end{cases}$

Черновик

$f(x)=(x+a)(x^2+bx+c)$

$f(1)=(1+a)(1+b+c)=\cancel{1}+b+\cancel{c}+a+\cancel{ab}+ac$

$f(-1)=(a-1)(1-b+c)=a-\cancel{ab}+ac-\cancel{1}+b-\cancel{c}$

$f(1)+f(-1)=2(a+b)+2ac$

$a_1+b_1=a_2+b_2=a_3+b_3=a_1+a_2+a_3$

$b_1=a_2+a_3$

$b_2=a_1+a_3$

$b_3=a_1+a_2$

$f(0)=a_1a_2a_3=6a_1$

$a_1a_2a_3=8a_2$

$a_1a_2a_3=12a_3$

$a_1+a_2+a_3 \neq \underset{a_2+a_3}{b_1}+\underset{a_1+a_3}{b_2}+\underset{a_1+a_2}{b_3}=$

$= \cancel{3a_1}\quad 3(a_1+a_2+a_3)$

$(a_1a_2a_3)^3=6\cdot8\cdot12\,a_1a_2a_3$

$(\cancel{a_1a_2a_3})((a_1a_2a_3)^2-24^2)=0$

$|a_1a_2a_3|=24$

$$\frac{2\cdot3\cdot2\cdot4\cdot3\cdot4}{2\cdot3\cdot4}$$

$(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)=1+a_1+a_2+a_3+a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1+a_1a_2a_3$

$$\begin{cases} a_2a_3=6 \\ a_3a_1=8 \\ a_1a_2=12 \end{cases}$$

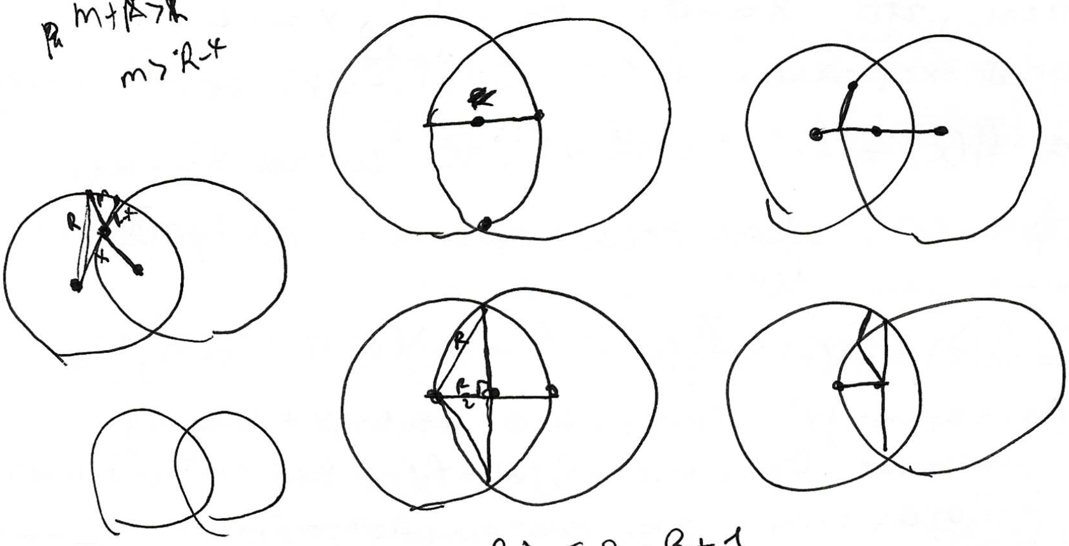
$a_3=\frac{6}{a_2}$

$\frac{6a_1}{a_2}=8 \qquad \frac{a_1}{a_2}$

$R=\frac{3}{2+\sqrt2}=\frac{3(2-\sqrt2)}{4-2}=\frac{3(2-\sqrt2)}{2}$

$m+x>R$

$m>R-x$



$29-(a+b)<a+b+1$

$2(a+b)>28$

Листовик (продолжение №5)

$$\begin{cases} a_2 = \dfrac{6}{a_3} \\ a_1 = \dfrac{8}{a_3} \\ \dfrac{6}{a_3} \cdot \dfrac{8}{a_3} = 12 \end{cases}$$

$$a_3^2 = \frac{6 \cdot 8}{12} = \frac{48}{12} = 4$$

не подходит, т.к. $a_1, a_2, a_3 > 0$

$$\begin{cases} a_3 = 2 \\ a_2 = \frac{6}{2} = 3 \\ a_1 = \frac{8}{2} = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_3 = -2 \\ a_2 = \frac{6}{-2} = -3 \\ a_1 = \frac{8}{-2} = -4 \end{cases}$$

в силу равенства $f(x) = f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$ для любых

$$a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = a_3 + b_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

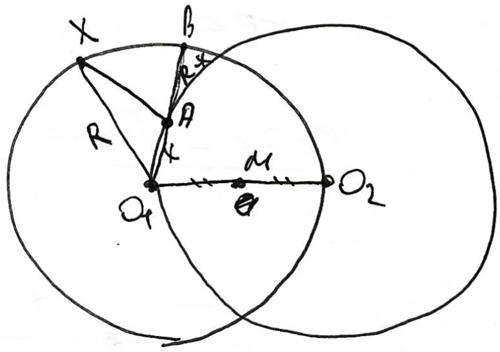
(равные коэффициенты при x^2)

$$\Rightarrow a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3 = 3(a_1 + a_2 + a_3) = \cancel{\begin{cases} 3(2+3+4) = 27 \\ 3(-2-3-4) = -27 \end{cases}}$$

$$= 3(2+3+4) = 3 \cdot 9 = 27$$

Ответ: 27

Задача 6



Понятно, что внутри одной области выгоднее двигаться прямолинейно (тогда путь минимален) ~~в самом деле~~

Предположим, что самый выгодный путь через точку A. Чтобы добраться до точки A мыши нужно пройти путь по ~~окружности~~ кругу

Минимальным будет путь если идти по отрезку AB (O_1, A, B лежат на одной прямой)

Т.к. $O_1A = x$

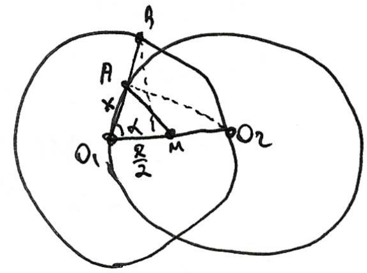
для $\triangle O_1AX$ $\quad O_1A + XA \geq O_1X$, $\quad x + XA \geq R$, $\quad XA \geq R - x$

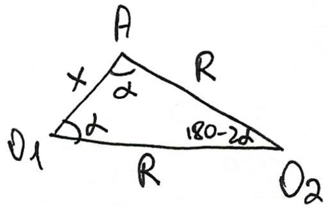
$AB = R - x \geq XA \Rightarrow$ точка B имеет оптимальный путь

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Листовик (продолжение 6)

$AB = R - X$



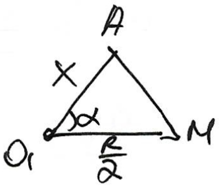


$X = 2R\sin\frac{180-2\alpha}{2}$

$X = 2R\sin(90-\alpha)$

$X = 2R\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{X}{2R}$



По т. косинусов ΔO_1AM: $x^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{R}{2}\cos\alpha = AM^2$

$AM^2 = x^2 + \frac{R^2}{4} - \cancel{2} \cdot x \cdot \frac{\cancel{R}}{2} \cdot \frac{x}{\cancel{2R}} = x^2 + \frac{R^2}{4} - \frac{x^2}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{R^2}{4}$

$AM = \sqrt{\frac{x^2}{2} + \frac{R^2}{4}}$

Так как мышь движется равномерно, то её промокание пропорционально её пути. Учитывая, что на отрезке AM она промокает в два раза быстрее, получим функцию, определяющую насколько сильно промокла мышь

$f(x) = R - x + 2\sqrt{\frac{x^2}{2} + \frac{R^2}{4}}$

$f(x) = R - x + \sqrt{2x^2 + R^2}$

$f'(x) = -1 + \frac{2 \cdot 2x}{2\sqrt{2x^2+R^2}} = \frac{2x - \sqrt{2x^2+R^2}}{\sqrt{2x^2+R^2}} = 0$

$2x = \sqrt{2x^2+R^2}$

$4x^2 = 2x^2 + R^2$

$2x^2 = R^2$

$x\sqrt{2} = R$

$x = \frac{R}{\sqrt{2}}$ – достигается минимум

$f'(x)$: $-$, $+$; точка $\frac{R}{\sqrt{2}}$ на оси x

$S = AB + AM = R - x + \sqrt{\frac{x^2}{2} + \frac{R^2}{4}} =$

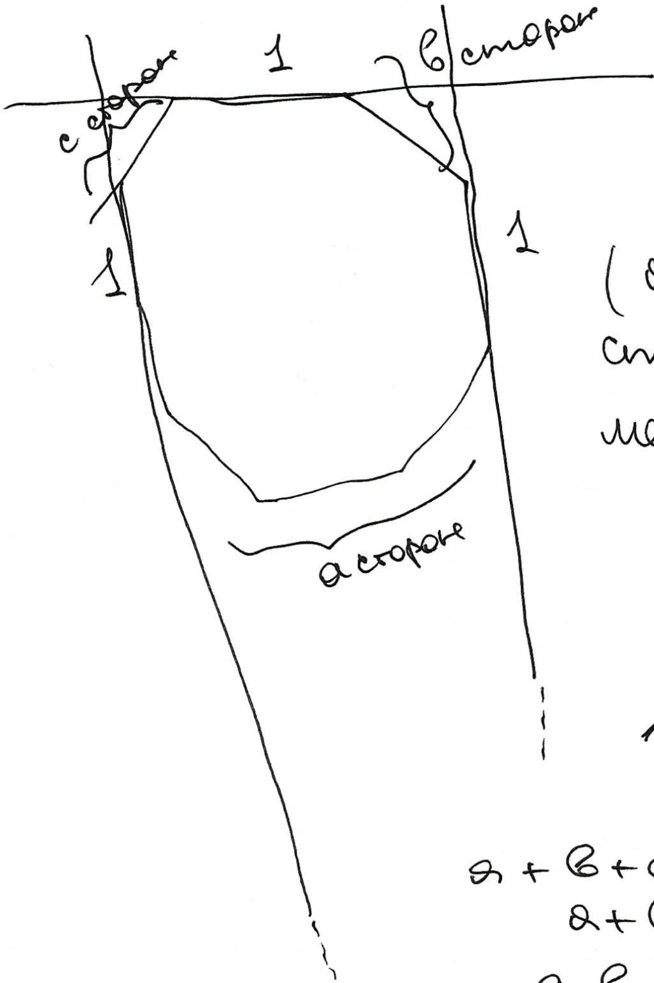
$= R - \frac{R}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{4}} = R - \frac{R}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{R^2}{2}} = R - \cancel{\frac{R}{\sqrt{2}}} + \cancel{\frac{R}{\sqrt{2}}} = R =$

$= \frac{3}{2+\sqrt{2}}$

Ответ: $\frac{3}{2+\sqrt{2}}$

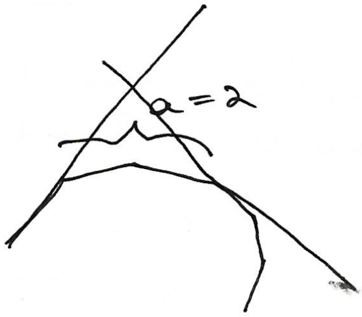
Чистовик

Задача 8



треугольники будут неравными если набор a, в, c будет различен

(a, в, c – количество многоугольника сторон, заключенных между прямыми)



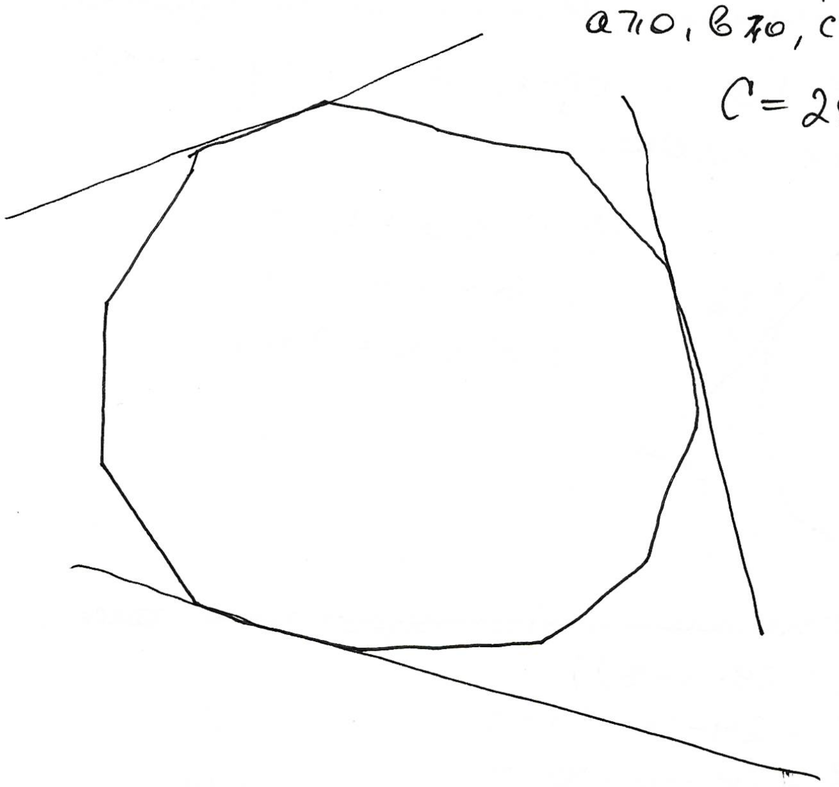
$a + b + c + 3 = 32$

$a + b + c = 29$

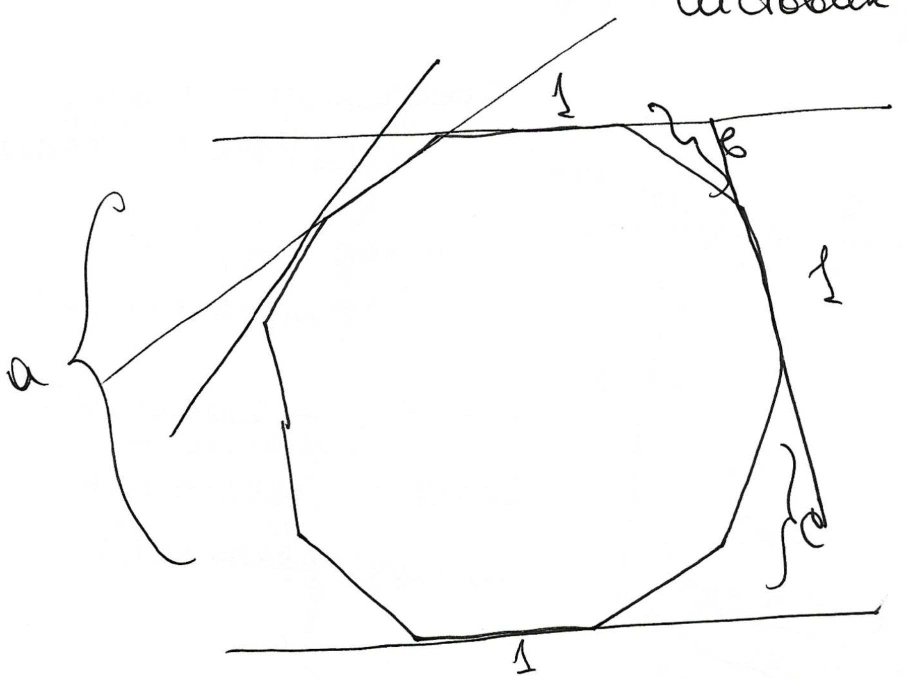
$a, b, c \in \mathbb{Z}$

$a \geq 0,\ b \geq 0,\ c \geq 0$

$c = 29 - (a + b)$



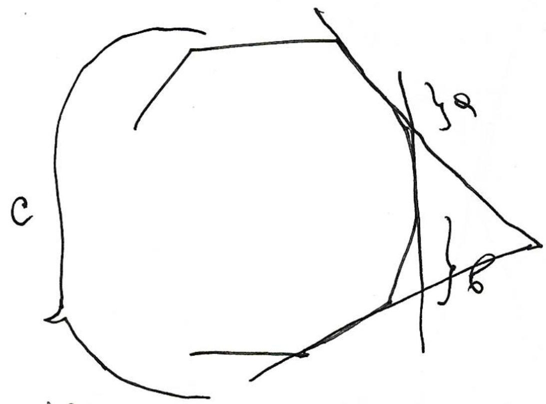
Чистовик (продолжение №8)



Во первых, прямые не могут быть параллельны, значит невозможные случаи

$$\left[\begin{array}{l} a = b+c+1 \\ b = a+c+1 \\ c = a+b+1 \end{array}\right.$$

Во вторых, многоугольник должен быть внутри треугольника. Нужно чтобы прямые не пересекались все по одну сторону от пар параллельных прямых



$$\Rightarrow \begin{cases} c < a+b+1 \\ a < b+c+1 \\ b < a+c+1 \end{cases}$$

~~Нужно найти количество различных троек~~

$(a;b;c) = (a;\ b;\ 29-(a+b))$

$a < b + 29-(a+b)+1$

$a < \cancel{b} + 29 - a - \cancel{b} + 1$

$2a < 30$, ~~[illegible]~~ $a < 15$ $\Big| \Rightarrow \begin{array}{l} a \leq 14 \\ b \leq 14 \end{array}$

Аналогично, $b < \cancel{30}\ 15$