0 067293 140004

06-72-93-14
(162.7)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11

Место проведения Санкт-Петербург
город

Дешифр

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Волошиной Светланы Сергеевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Волош

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
06-72-93-14	70	+	+	+	0	+	∓	∓	−

06-72-93-14 (162.7)

Дениифр Мурлыев

70 (семьдесят)

Рябин

Чистовик

№1.

$$\sqrt{4x^2-12x+9} + \sqrt{x^2-6x+9} + \left(\sqrt{-(x-2)}\right)^2 = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$$

$$4x^2-12x+9 = (2x-3)^2$$

$$x^2-6x+9 = (x-3)^2$$

$-(x-2) \geq 0$, т.к под корнем $\Rightarrow x < 2 < 3$

Тогда $|2x-3| + |x-3| + |-(x-2)| = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$

$$|2x-3| + 5-2x = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$$

Если $2x-3 \geq 0$, $x \geq 1{,}5$

$$2 = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}} \quad \Big| \times \sqrt{3+\sqrt{8}} + \sqrt{3-\sqrt{8}}$$

$$2 = \frac{3+\sqrt{8}-3+\sqrt{8}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}+\sqrt{3-\sqrt{8}}}$$

$$\sqrt{3+\sqrt{8}} + \sqrt{3-\sqrt{8}} = \sqrt{8}$$

$$2 = \sqrt{2+1+2\sqrt{2}} - \sqrt{2+1-2\sqrt{2}}$$

$\sqrt{2} > 1$, т.к $2 > 1$

$$2 = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$$

$2 = \sqrt{2}+1 - \sqrt{2}+1 \Rightarrow$ верно

Если $x < 1{,}5$, тогда $8-4x = 2$

$$6 = 4x$$

$$\frac{3}{2} = x$$

Тогда $x \in [1{,}5; 2]$

Ответ: $x \in [1{,}5; 2]$

№2

При $x > 0$ $3^{5-\frac{1}{x}} < 3^5$; $\lim\limits_{x\to\infty} 3^{5-\frac{1}{x}} = 3^5$ ~~=> если уравнени~~

$\sin 4^x \in [-1; 1] \Rightarrow a + \sin 4^x \in [a-1; a+1]$ При $x \to \infty$, всегда можно найти достаточно большое k, такое чтобы $x = \log_4\left(2\pi k + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow$ ~~для любого x =>~~ Чтобы не было решений при $x > 0$ $3^{5-\frac{1}{x}} < 3^5 \leq a + \sin 4^x \,\forall \Rightarrow$

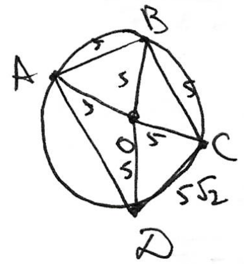
$\Rightarrow 3^5 \leq a-1 \Rightarrow a \geq 3^5+1 = 244$ При таком a и $x > 0$

$a + \sin 4^x \geq 243 > 3^{5-\frac{1}{x}} \Rightarrow$ неравенство $3^{5-\frac{1}{x}} \geq a + \sin 4^x$ никогда не верно. При меньших a - решение найдется.

Ответ: $a = 244$

Чистовик

№3.



Пусть стороны с длинами 5 - соседние

Тогда НУО $AB = BC = 5$, $CD = 5\sqrt{2}$

O - центр окружности $\Rightarrow$ $OA = OB = OC = OD = 5$

Тогда $\triangle OAB$ и $\triangle OBC$ - равносторонние $\Rightarrow$

$\angle AOB = 60^\circ = \angle BOC$

$\triangle DOC$ - прямоугольный, т.к $OC^2 + OD^2 = CD^2$ $\Rightarrow$

$5^2 + 5^2 = (5\sqrt{2})^2$

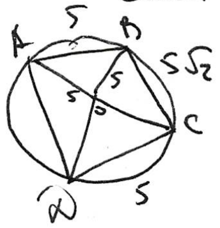
$\Rightarrow \angle COD = 90^\circ$.

$\angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 210^\circ < 360^\circ \Rightarrow$ O лежит внутри четырехугольника. $S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{OAD} =$

$= 5 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(360^\circ - 210^\circ) =$

$= \frac{50\sqrt{3}}{4} + \frac{25}{2} + \frac{25}{2} \sin 150^\circ = \frac{25\sqrt{3}}{2} + \frac{25}{2} + \frac{25}{4} =$

$= \frac{25\sqrt{3}}{2} + \frac{75}{4}$



Если стороны с длиной 5 - противоположные

Тогда НУО $AB = DC = 5$, $BC = 5\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ O - центр окружности $OA = OB = OC = OD = 5$! Аналогично $\triangle AOB$ и $\triangle DOC$ - равнобедрен сторонние, $\triangle BOC$ - прямоугольный $\Rightarrow \angle AOD = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 150$

А $S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{DOA} =$

$= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} + 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \sin 150^\circ =$

$= \frac{25\sqrt{3}}{2} + \frac{75}{4}$

Единственная и максимально возможная площадь $\frac{25\sqrt{3}}{2} + \frac{75}{4}$

Ответ: $\frac{25\sqrt{3}}{2} + \frac{75}{4}$

№5.

$f_1(x) = x^3 + (a_1 + b_1)x^2 + (a_1 b_1 + 6)x + a_1 \cdot 6$

$f_2(x) = x^3 + (a_2 + b_2)x^2 + (a_2 b_2 + 8)x + a_2 \cdot 8$

$f_3(x) = x^3 + (a_3 + b_3)x^2 + (a_3 b_3 + 12)x + 12 \cdot a_3$

при $x = 1$ $f_1(0) = f_2(0) = f_3(0) \Rightarrow 6a_1 = 8a_2 = 12a_3 = 24A \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = 4A,\ a_2 = 3A,\ a_3 = 2A,\quad a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0 \Rightarrow A > 0$

06-72-93-14 (162.7)

$f_1(1)=f_2(1)=f_3(1)$; $f_1(-1)=f_2(-1)=f_3(-1)$ чистовик

$f_1(1)+f_2(1)+f_3(1)+f_1(-1)+f_2(-1)+f_3(-1)=3f_1(1)+3f_1(-1)$

$1+(a_1+b_1)+(a_1b_1+6)+6a_1+1+(a_2+b_2)+(a_2b_2+8)+8a_2+1+(a_3+b_3)+$
$+(a_3b_3+12)+12a_3+(-1)+(a_1+b_1)-(a_1b_1+6)+6a_1-1+(a_2+b_2)-$
$-(a_2b_2+8)+8a_2-1+(a_3+b_3)-(a_3b_3+12)+12a_3=3+3(a_1+b_1)+$
$+3(a_1b_1+6)+3\cdot 6a_1-3+3(a_1+b_1)-3(a_1b_1+6)+3\cdot 6a_1$

Тогда $2(a_1+b_1+a_2+b_2+a_3+b_3)+24A\cdot 6=6(a_1+b_1)+24A\cdot 6$

Тогда $a_1+b_1+a_2+b_2+a_3+b_3=3(a_1+b_1)$

По аналогичной схеме $a_1+b_1+a_2+b_2+a_3+b_3=3(a_2+b_2)=$
$=3(a_3+b_3)$ =>

$\Rightarrow a_1+b_1=a_2+b_2=a_3+b_3=4A+B$ (1)

Тогда т.к $f_1(1)=f_2(1)=f_3(1)$ и (1) $\Rightarrow a_1b_1+6=a_2b_2+8=a_3b_3+12$

из (1) $b_1=B$, $b_2=B+A$, $b_3=B+2A$

$a_1b_1+6=a_2b_2+8$

$4A\cdot B+6=3AB+3A^2+8$

$AB=2+3A^2$

$B=\frac{2}{A}+3A$ если $A\neq 0$

если $A=0$, то $b_1=b_2=b_3$, но $a_1b_1+6\neq a_2b_2+8 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ такой вариант невозможен

Тогда $a_1b_1+6=4A\left(\frac{2}{A}+3A\right)+6=$
$=8+12A^2+6=14+12A^2$

$a_3b_3+12=2A\left(\frac{2}{A}+3A+2A\right)+12=$
$=4+10A^2+12=10A^2+16$

$a_1b_1+6=a_3b_3+12 \Rightarrow 14+12A^2=16+10A^2$

$2A^2=2$

$A=\pm1$, но $A>0 \Rightarrow$
$\Rightarrow A=1$

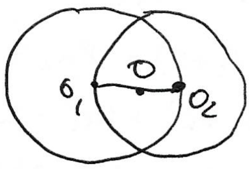
$a_1=4$, $a_2=3$, $a_3=2$, $B=5$, $b_1=5$, $b_2=6$, $b_3=7$

Тогда $a_1+a_2+a_3+b_1+b_2+b_3=4+3+2+5+6+7=27$

Ответ: 27

Чистовик

№6.

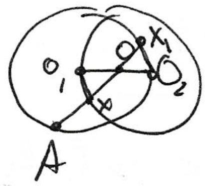


O - нора, мышь стартует с некоторой точке на окружности. Если она бежит x ед.д. по области, где всего одна поливалка и y по той, где две то это равносильно ~~тому же~~ той же мокрости, если б она бежала $x+2y$ по области где одна поливалка.

Есть два варианта бега: из точки на окружности напрямую к норе (2) и из точки на окружности к O_1 или O_2, а затем к норе (1).

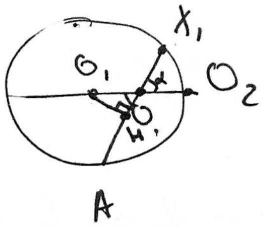
(1) Тогда она бежит $R + \frac{R}{2}$, но $\frac{R}{2}$ - под ~~сильной~~ двойной поливалкой, то есть путь равноценен по мокрости пути $R + \frac{R}{2} \cdot 2 = 2R$ (хотя бы если она бежит по прямой и не петляет)

(2)



Пусть мышь бежит из точки A. Тогда её мокрость аналогично $AX + 2XO$, где X - точка, где она попадет в зону двойного поливания

Т.к. $R_1 = R_2 = R$ и $O_1O = OO_2$, то $OX = OX_1$, где X_1 - точка пересечения прямой OA со второй окружностью (в силу симметрии) Тогда необходимо найти длину минимальной хорды проходящей через точку O (возьмем ~~её~~ нуо окружность с центром O_1)



OH - перпендикуляр к хорде. $\angle XOO_2 = \alpha$

Тогда $O_1H = O_1O \cdot \sin\alpha = \frac{R}{2}\sin\alpha$

$$HX_1 = \sqrt{O_1X_1^2 - O_1H^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\sin\alpha\right)^2}$$

$$AX_1 = 2\sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\sin\alpha\right)^2}$$

Тогда надо найти $\min\left(2R,\ \min 2\sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\sin\alpha\right)^2}\right)$

$2R\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{4}}$ $\qquad \sin^2\alpha \in [0; 1] \Rightarrow \frac{\sin^2\alpha}{4} \in [0; \frac{1}{4}] \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{4}} \in \left[\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right] \Rightarrow$

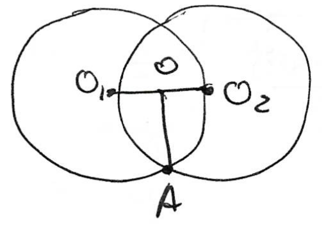
$\Rightarrow 2R\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{4}} \in \left[R\sqrt{3}; 2R\right]$

06-72-93-14
(162.7)

Чистовик
№6 (продолжение)

Тогда $\min(2R, \min 2\sqrt{R^2 - (\frac{R}{2}\sin\alpha)^2}) = \sqrt{3}R$ при $\alpha = \frac{\pi}{2}$

Тогда



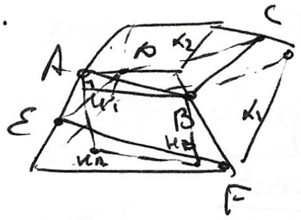
$\angle O_1OA = 90^\circ$ и путь по которому бежит мышь ~~O_1A~~ OA

$O_1O_2 = O_1A = O_2A = R \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{3}}{2}R$

Тогда это путь при котором мышь выможет меньше всего

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}R$

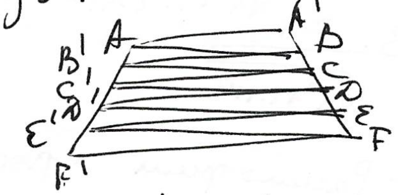
№7.



ABCDEF — путь первооткрывателя

$AH_A \perp \alpha_1$, где α — плоскость основания, $BH_B \perp \alpha_1$, $BH_1 \perp AH_A \Rightarrow \angle ABH_1 = 30^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow AH_1 = \frac{1}{2}AB$. Аналогично для каждого отрезка пути, тогда $h - AH_A = \frac{1}{2}(AB + BC + CD + DE + EF)$

Рассмотрим все отрезки пути на одной стороне усеченной пирамиды: ~~AB'~~

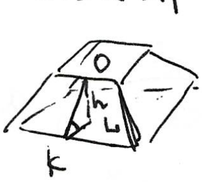


прямые AB, $B'C$, $C'D$, $D'E$, $E'F$ — параллельны, т.к. лежат в одной плоскости и составляют равные углы с другой (по т. о трех синусах т.к. угол между плоскостями фиксирован и угол между прямой и плоскостью тоже)

Найдем по т. о трех синусах $\angle ABB'$ — угол между прямой AB и прямой, параллельной прямой пересечения плоскостей. Тогда $\sin 30 = \sin\angle ABB' \cdot \sin\angle((ABF), \alpha_1)$

угол между AB и α_1 — угол между плоскостями

посчитаем $\sin\angle((ABF), \alpha_1) =$



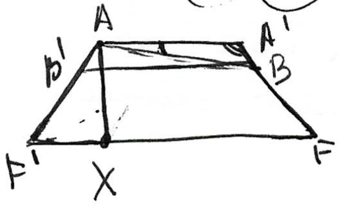
$= \sin\angle(OKL) =$

$= \frac{h}{KO} = \cancel{\frac{2h}{6\sqrt{144+1458}}} = \cancel{\frac{h}{2341}}$

Чистовик

№2 (продолжение)

$\cancel{\sin 30 = \sin\angle ABB' \cdot \frac{h}{2341} \Rightarrow \sin\angle ABB' = \frac{2341}{2h}}$



$$AX = OK = \sqrt{h^2 + \frac{(6144-1458)^2}{4}} = \sqrt{h^2+2341^2}$$

$$\sin 30^\circ = \sin\angle ABB' \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2+2341^2}} \Rightarrow \sin\angle ABB' = \frac{\sqrt{h^2+2341^2}}{2h}$$

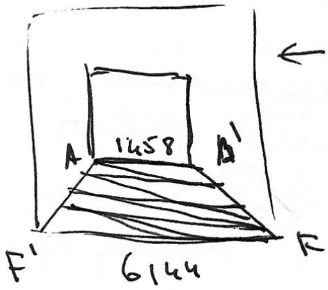
в $\triangle AA'B$: $\frac{\sin\angle A'AB}{A'B} = \frac{\sin\angle AA'B}{AB}$, $\sin\angle A'AB = \sin\angle ABB'$, т.к. $AA' \parallel BB'$

$\sin\angle AA'B = \sin\angle A'FF'$, т.к. $AA'FF'$ - трапеция

$\sin\angle A'FF' = \sin\angle AF'X$ т.к. $AA'FF'$ - равнобедренная трапеция $\Rightarrow \sin\angle AA'B = \frac{AX}{AF'} = \frac{\sqrt{h^2+2341^2}}{\sqrt{h^2+2\cdot 2341^2}}$, т.к. $F'X = 2341$

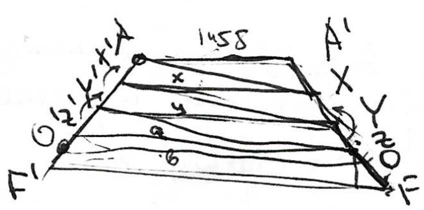
Тогда $AB = A'B \cdot \frac{\sqrt{h^2+2341^2}}{\sqrt{h^2+2\cdot 2341^2}} \cdot \frac{2h}{\sqrt{h^2+2341^2}}$

$AB = A'B \cdot \frac{2h}{\sqrt{h^2+2\cdot 2341^2}}$



← Рассмотрим плоскость α, и проекции AB, $B'C$, $C'D$, $D'E$, $E'F$

Сумма проекций это $(AB+BC+CD+DE+EF)\frac{\sqrt{3}}{2}$



$AF' = A'F = 2341\sqrt{2}$

Из подобия треугольников

$$\frac{1458}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{6144}$$

Тогда $y = \frac{x^2}{1458}$; $a = \frac{\frac{x^4}{(1458)^2}}{x} = \frac{x^3}{(1458)^2}$;

$b = \frac{\frac{x^6}{(1458)^2}}{\frac{x^2}{1458}} = \frac{x^4}{1458} \Rightarrow \frac{1458}{x} = \frac{x^4}{1458\cdot 6144}$

Чистовик

$x^5 = 1458^2 \cdot 6144$

$x^5 = 4^5 \cdot 6 \cdot (6 \cdot 9 \cdot 27)^2 = \cancel{2^{10} \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^3 = 2^{12} \cdot 3^7}$

$\cancel{x = 4 \cdot 3\sqrt[5]{9 \cdot 4} = 12\sqrt[5]{36}}$ $\quad x = 2^{10} \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 3^{12} \Rightarrow x = 36\sqrt[5]{8 \cdot 9}$

Тогда из подобия и т. Фалеса $A'X : XY : YZ : ZO : OF =$
$= 1458 : x : y : a : b : 6144$; $\dfrac{A'X}{XY} = \dfrac{XY}{YZ} = \dfrac{YZ}{ZO} = \dfrac{ZO}{OF} =$
$= \dfrac{1458}{x} = \dfrac{6 \cancel{2} \cdot 3^{6\,4}}{2^2 \cdot 3^2 \sqrt[5]{8 \cdot 9}} = \dfrac{81}{\sqrt[5]{72}}$

$OF \cdot \left(\dfrac{81}{\sqrt[5]{72}}\right)^4 + OF\left(\dfrac{81}{\sqrt[5]{72}}\right)^3 + OF\left(\dfrac{81}{\sqrt[5]{72}}\right)^2 + OF\left(\dfrac{81}{\sqrt[5]{72}}\right) + OF =$

$= A'F = 2341\sqrt{2}$ по т. косинусов

Тогда найдем OF и x, оттуда найдем $O'F$, из подобия $AX : X'Y : Y'Z : Z'O : O'F = 1458 : x : y : a : b \Rightarrow$ найдем сумму проекций, а затем длину самого пути, поделив на 2 получим высоту пирамиды

$$OF = \frac{2341\sqrt{2} \cdot \left(\sqrt[5]{72}\right)^4}{3^{16} + 3^{12} \cdot \sqrt[5]{72} + 3^8\left(\sqrt[5]{72}\right)^2 + 3^4\left(\sqrt[5]{72}\right)^3 + \left(\sqrt[5]{72}\right)^4}$$

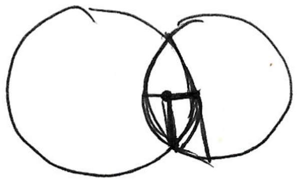
Чистовик
№8

Заметим, что если одну прямую выбрали, нельзя выбирать противоположную сторону как параллельную, а также две соседних, тк из них треугольник содержащий 40-угольник внутри не получится. То есть для второй стороны $40-4=36$ вариантов. Третья сторона должна быть параллельна одной из сторон лежащей между проведенными прямыми второй и третьей стороны. Тогда это будет сумма $2\cdot(1+2+3+\dots+18)$ Тогда всего способов $\frac{19\cdot 18}{2}$, т.к две противоположные стороны равнозначны

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

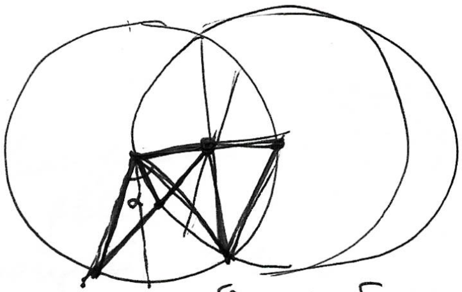
 Дешифр

Черновик



$\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

$1-\frac{1}{\sqrt{2}}$

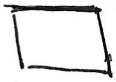


$\frac{x}{v}t+\frac{y}{v}2t\to\min$

$xt+2yt\to\min$

$x+2y\to\min$

$2\,\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

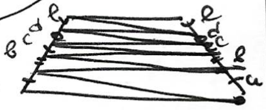


8 100

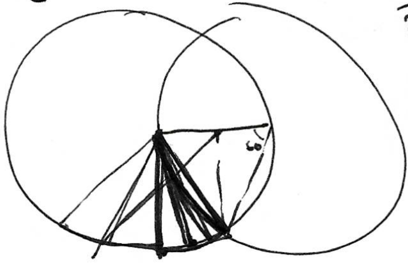
$\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}$

6144

$$\begin{array}{r}1458\\+1458\\\hline 2916\end{array}\qquad\begin{array}{r}6144\\-2916\\\hline 3228\end{array}\qquad\begin{array}{r}6144\\-1458\\\hline 4682\end{array}$$



$\frac{2-\sqrt{2}}{2}+\frac{2-\sqrt{2}}{4}\cdot 2$

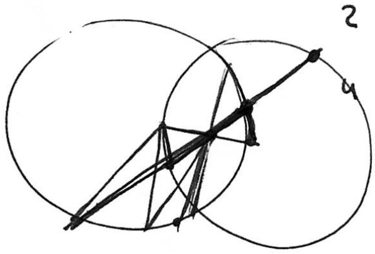


2341

$2-\sqrt{2}\ \vee\ \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}$ $\frac{b}{c}$ $\frac{d}{e}$ $=$ $\frac{b}{c}$ $\frac{c}{d}$

$(2-\sqrt{2})\cdot\sqrt{3}$

2



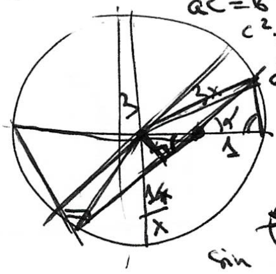
4 $> e < d < c < b < a$ $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$

$ac=b^2$

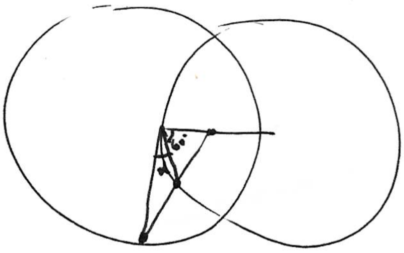
$c^2=bd$

$d^2=ce$

60 R



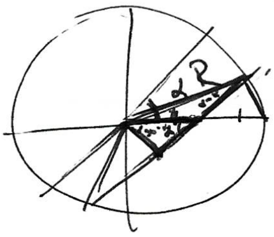
sin



$3x+\frac{1}{x}$

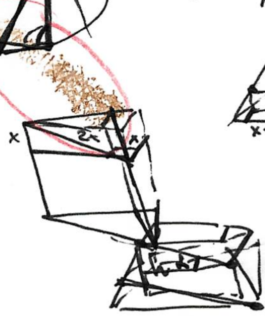
$90-\alpha+x$

$90-90+\alpha-x$

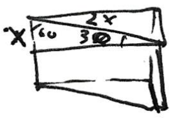


$\frac{R}{2}\cos\alpha$

$\sqrt{R^2-\left(\frac{R}{2}\sin\alpha\right)^2}\ \min$

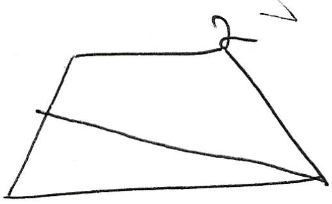


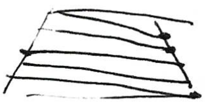
6144 2341

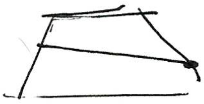


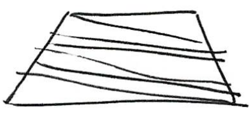
$(2341\sqrt{2})^2$

его путь $8S=2h$









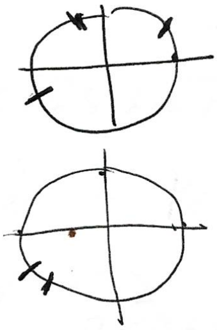
Черновик

$-a^2b+ab^2+a^2c+ac^2-c^2b+cb^2-2abc=0$

$(a-b+c)(ab-bc+ac)$ $=abc$

$\frac{S}{V}\cdot x$

$\frac{S}{V}\cdot 2x$



$12A$

A

$6a_1=8a_2=12a_3$

$3a_1=4a_2=6a_3=12A$

$a_3=2A$

$a_2=3A$

$a_1=4A$

$\cancel{1}+b_1+6+a_1+a_1b_1+\cancel{6a_1}=\cancel{1}+b_2+8+a_2+a_2b_2+\cancel{8a_2}=$

$=\cancel{1}+b_3+12+a_3+b_3a_3+\cancel{a_3\cdot 12}$

$b_1+2A+4Ab_1+\cancel{6}=b_2+A+3Ab_2+2=b_3+\cancel{2A}+2Ab_3+6$

$b_1+2A+4Ab_1=b_2+A+3Ab_2+2=b_3+2Ab_3+6$

$a_1+b_1>$

$x^3+b_1x^2+6x+a_1x^2+a_1b_1x+a_16$ 24

$a_1+b_1=a_2+b_2=$

$4A+b_1=3A+b_2=B+A$

$=a_3+b_3$

B 2 $B+2A$

$x^3+(b_1+a_1)x^2+(a_1b_1+6)x+a_1\cdot 6=24A$

$+x^3+(b_2+a_2)x^2+(a_2b_2+8)x+a_2\cdot 8$ $24A$

$a_1b_1+6=a_2b_2+8=$

$x^3+(b_3+a_3)x^2+(a_3b_3+12)x+12a_3$

$=a_3b_3+12$

$-x^3$ $-$

$-x^3$ $-$

$-x^3$ $-$

$2A\left(\frac{2}{A}+5A\right)+12=$ 4

$=4AB+6$

$4A\cdot B+6=3A\cdot(B+A)+8$

$4AB+6=3AB+3A^2+8$

$AB=2+3A^2$

$8+12A^2+6$ 14 1

$2S+\cancel{48A}=3(1+b_1+a_1+a_1b_1+6+a_16)+3(-1+b_1+a_1+$

$-a_1b_1-6+a_16)$

$B=\frac{2}{A}+3A$

$2S=6(b_1+a_1)+48$

$S=3(b_1+a_1)$

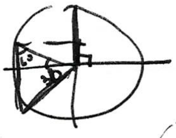
Дениф р

Черновик

$(2x)^2 - 3\cdot 2\cdot 2x + 3^2$

$|2x-3| + |x-3| + 2 - x = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$

$(-x+2)^2 > 0 \qquad 5 - 2x + 2x - 3 \qquad \dfrac{3+\sqrt{8} - 3+\sqrt{8}}{\sqrt{3+\sqrt8}+\sqrt{3-\sqrt8}} = \dfrac{2\sqrt8}{\sqrt{3+\sqrt8}+\sqrt{3-\sqrt8}}$



$2 > x$

$(a-b+c)^3 \qquad \sqrt{24+8\sqrt8} + \sqrt3 \quad 2$

$(a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac)(a-b+c) = a^3+ab^2+ac^2-2a^2b-\cancel{2abc}+$
$+2a^2c-ba^2-b^3-bc^2+2ab^2+$
$+2b^2c-\cancel{2abc}+ca^2+$
$+cb^2+\cancel{c^3}-2abc-2bc^2+$
$+2ac^2$

$3 > 2x$

$\frac{3}{2} > x \qquad 8 - 4x = \dfrac{2\sqrt8}{\sqrt{3+\sqrt8}+\sqrt{3-\sqrt8}}$

$x>0 \Rightarrow 3^5 > 3^{5-\frac1x}$

$\frac1x \downarrow \quad 3^{5-\frac1x}\uparrow \to 3^5 \quad 3^5 > 3$

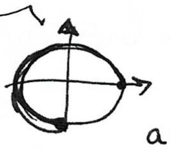
$\dfrac{8\sqrt3 - 2\sqrt8}{4r}$

$a+\sin 4^x \geq 3$

$a-1 \geq 3^5$

$a \geq 3^5+1$

$\cancel{a^3+b^3+c^3} - 6abc + 3ac^2 + 3a^2c +$
$+3ba^2 + 3ab^2 - 3bc^2 + 3b^2c$



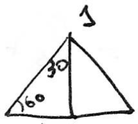
$81 \quad 3 \quad 243$

$3^{5-\frac1x} \geq a+\sin 4^x \quad = 1 \quad 4$

$ac^2+a^2c-a^2b+ab^2-bc^2+b^2c-$
$-2abc=0$

$4^x = 2\pi k + \frac{3\pi}{2}$

$\dfrac{81\cdot 3}{3^{\frac1x}}$

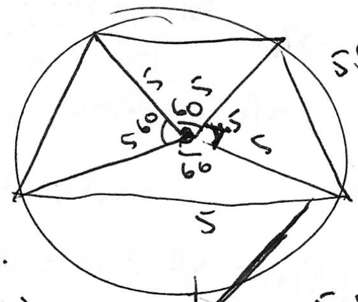


$x = \log_4\left(2\pi k + \frac{3\pi}{2}\right)$

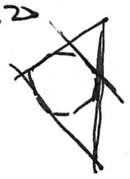
$(ab+bc+ac)(a+b+c)$
$a^2b+abc+a^2c+ab^2+b^2c+$
$+abc+cab-$
$-bc^2+ac^2$

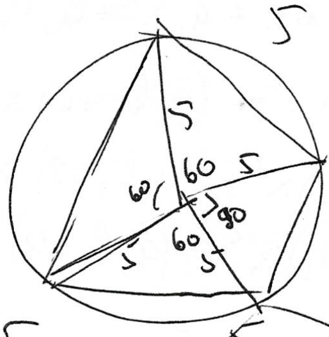
1458	6
243	9
27	

$\frac{3}{\sqrt3} \geq$



$5\sqrt2$

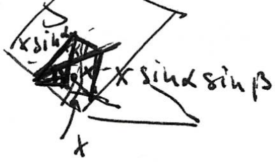




$5\sqrt2$

6144	4
1536	4
384	4
96	4
24	4
6	

$\dfrac{5\cdot5}{2} + \dfrac{5^2\cdot\sqrt3}{4}\cdot 3$



$36 \quad 4^5\cdot 6$

$\dfrac{50+75\sqrt3}{4}$