0 127215 800000

12-72-15-80
(158.4)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Волкова Олега Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Подпись участника

Дата

«13» апреля 2025 года

Повысить тех. балл за задачу №4 до 10. Оценка станет равной 70 (семьдесят)

/Разборов А.Г./

Повысить оценку на 5 (пять) баллов (старая оценка – 65, 70 – новая оценка)

/Хрущенко А.С./

Председателю апелляционной комиссии олимпиады школьников «Ломоносов» Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова академику В.А. Садовничему от участника заключительного этапа по профилю «Математика» Волчкова Олега Сергеевича

апелляция.

Прошу пересмотреть мой индивидуальный предварительный результат заключительного этапа, а именно 65 баллов, поскольку считаю, что в 4 задаче с 1 по 3 пункт было полностью верное решение, где под $\max K_1L$ предполагалось пропорциональное количество съеденной травы, что я не указал, в связи с чем в 4 пункте перепутал это значение на количество пройденных метров, в чем можно убедиться, так как в последнем предложении 4 пункта было сказано, что коза пойдет по направлению вектора $\vec{VO_2}$, что по своему факту означает, что она пройдет 3 метра. Я считаю, что данные ошибки в моем решении были близки к проблемам в обоснованиях, а само решение к идейно правильному, что должно было дать плюс минус 10 баллов, а не заявленные 5.

Подтверждаю, что я ознакомлен с Положением об апелляциях на результаты олимпиады школьников «Ломоносов» и осознаю, что мой индивидуальный предварительный результат может быть изменён, в том числе в сторону уменьшения количества баллов.

Дата 28.04.2025

Диплом

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

АСадов

12-72-15-80 (158.4)

Черновик

№3

$8^{2025^{2025}}$

~~65~~ шестидесят пять

7 ; 3 ; 2 ; 4 ; 5 ;

$8 \underset{10}{\equiv} 8$ $8^2 \underset{10}{\equiv} 4$ $8^3 \underset{10}{\equiv} 2$ $8^4 \underset{10}{\equiv} 6$ $8^5 \underset{10}{\equiv} 8$

~~3~~ 8

70 (семьдесят баллов)

Повысить оценку на 5 баллов на основании рассмотрения апелляции

№2

$\overline{xyc}$ I $\overline{x\,y\,(c+1)}$ II $\overline{x\,(y+1)\,0}$.

II
$x+y=c$
$x=y+1$
$2y+1=c$
$y=4$
$c=9$
$x=5$

~~213~~
549
550

I
$x+y=c \Rightarrow c>x$
$c>y$
~~$x+c+1$~~

$\overline{abc}$ I $\overline{a\,b\,(c+1)}$ II $\overline{a\,(b+1)\,0}$

II
$c=9$
$a=b+1$
$b+1$ b 9.
$b+9 \neq b+1$
$b+1+9 \neq b$.
$2b+1=9$
$b=4$
$a=5$

549
550

I
$b+c=a$
$a+b=c+1$
$a+2b+c=a+c+1$.

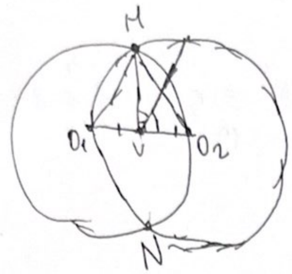
a
$a+?=?$
1. 2.
Изн c
Пот $c+1$

~~$a+b=c$~~ $a+c=b$
$b+c+1=a$.
$b-c=b+c+1$

$x+c=x_1$
$a+c=b$
$a+b=c+1$.
$2a+b+c=b+c+1$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик

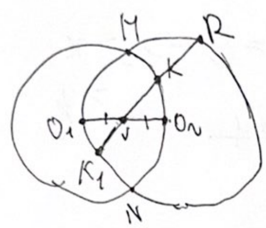


$1 + x = 4$

$MV = \sqrt{3}$

$2 + 2 = 4$

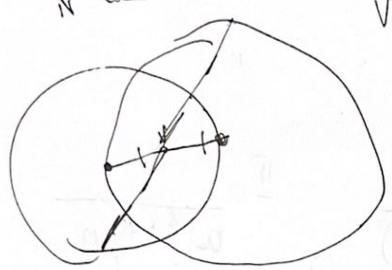
$2\sqrt{3}$



$VK + KR$ - max.

$2VK + KR$ - max?

$VK + KR < 4$



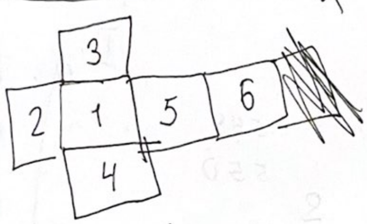
$2+3+4+5$

3

$1+3+4+6.$

6 2 1 $7 \cdot 3$

4



x.

27

$x = 21 - 1 - \cancel{(1+7)} - 7 + 1 - K$

20   100 зд.

n и более $n^{n^{n^{n^{n}}}}$ $n+1$ $\ldots n^n$

$\pi > 83$.

10 реш. одну зад.

Черновик

П П П ... П

л л л л ... л

П П П П П П П П П П

11 л л л л л л ~ л л л

~~3 · 3 · 3 · 3~~

3^6

22

$2 \cdot (2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 \dots + 2^5$

$(11 + \frac{11 \cdot 10}{2!} + \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3!} + 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 +$

$11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 + 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6) (1 + 9 + 8 \cdot 7 +$

П | П · П | П · П | П · П · П | П · П |

л л л л л л л л л ~~л~~

33 20 100 $19n + n + 1$

$20n + 1 = 10 + 99 \cdot 9$

$20n = 9 + 99 \cdot 9$

$11 - 1 \cdot 9$

$11 - 16$

$n = \frac{9 \cdot 100}{20} = 45$ $n = \frac{9 + 99 \cdot 9}{20}$

Чистовик

1

№3

Рассмотрим степени 8 по модулю 10:

$8^1 \underset{10}{\equiv} 8$ $8^2 \underset{10}{\equiv} 4$ $8^3 \underset{10}{\equiv} 2$ $8^4 \underset{10}{\equiv} 6$ $8^5 \underset{10}{\equiv} 8$

Так ~~даль~~ как $8^2 = 8^1 \cdot 8$, то мы его можем представить по модулю 10 как $8^2 = 8 \cdot 8 = 64 \underset{10}{\equiv} 4$ и для $8^3 \underset{*}{=} 8^2 \cdot 8 \Longrightarrow 8^3 \underset{10}{\equiv} 8^2 \cdot 8$

$8^3 \underset{10}{\equiv} 4 \cdot 8$

$8^3 \underset{10}{\equiv} 2$

Из этого мы можем сделать вывод, что остатки по модулю 10 чередуются через 4 $\Rightarrow$ ~~степени имеющие одинаковые~~ 8 в степенях имеющих одинаковые остатки по модулю 4 имеет одинаковые остатки по модулю 10

$2025 \underset{4}{\equiv} 1$

$2025^{2025} \underset{4}{\equiv} 1^{2025} \Rightarrow 2025^{2025} \underset{4}{\equiv} 1$

$8^{2025^{2025}} \underset{10}{\equiv} 8 \Rightarrow$ что последняя цифра этого числа равна 8.

Ответ: 8

№2

Однозначное число не может быть счастливым

Если число $\overline{xy}$ - счастл. $\Rightarrow x = y \Rightarrow \overline{x(y+1)}$ +1, или $\overline{(x+1)0}$ – не счастливое.

Чистовик

2

Значит минимальное ~~счастливое ч~~ суперчастл. число трёхзначно, допустим это:

Изн: Потом:

$\overline{abc} \Rightarrow \overline{abc}+1 = {}^{\mathrm{I}}\,\overline{ab(c+1)}$ или ${}^{\mathrm{II}}\,\overline{a(b+1)0}$

Рассмотрим второй случай $\Rightarrow c=9$ (так как $c=9$, чтобы $\overline{abc}$ - был суперчастл $a+b=c$)

$$\begin{cases} a+b=9 \\ a=b+1 \end{cases}$$

$b+1+b=9$

$b=4 \Rightarrow a=5 \Rightarrow$ Наше число 549

Рассмотрим первый случай $\Rightarrow c<9$

Среди чисел $\overline{abc}$ - есть наибольшее - x, а среди чисел $\overline{ab(c+1)}$ наибольшее $c+1$ или x, если и там и там наибольшее число x, то тогда оставшиеся цифры в сумме дают x, ~~что невозможно~~ и в изначальном примере и в примере потом, что невозможно.

Если в примере потом наибольшее - $c+1$, то

$a+b=c+1$

$c=a+b-1$

А цифры a; b; $(a+b-1)$ мы никак не сможем распределить на две равные группы

$a+b \neq a+b-1$

$2a+b-1 \neq b$

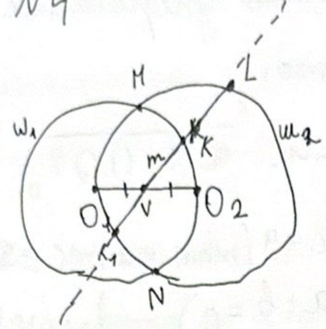
$2b+a-1 \neq a$

Ответ: 549

Чистовик

№4

Решение:



1) $O_1M = O_2M = O_1O_2 = O_1N = O_2N$ (как радиусы двух равных окр) $\Longrightarrow$ $\triangle O_1O_2M$ и $\triangle O_1O_2N$ - равностор. $\Longrightarrow$ $MV \perp O_1O_2$ и $VN \perp O_1O_2$ $\Longrightarrow$ $\cancel{MN}$ точки M, V и N лежат на одной прямой.

2) Рассмотрим относительно точки V - центр. симметрию

H_V^{-1} $\overset{\frown}{MO_2} \to \overset{\frown}{O_1N}$ и ; $\overset{\frown}{MO_1} \to \overset{\frown}{NO_2}$

3) Допустим K - точка на дуге $\overset{\frown}{MO_2}$ (по 2 пункту нам не важно какую дугу выбирать)

$\cancel{VK \cup w_2 = L}$ ~~прямая~~ $m \cup w_2 = L ; K_1$

$\max(2VK + KL)$ - ? $\Longrightarrow$ $\max K_1L$ - ? (по 2 пункту)

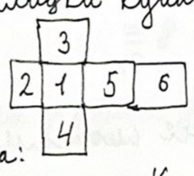
(m - прямая, содержащая отрезок VK)

4) K_1L - хорда у окр w_2 и ~~max k~~ максимальная длина хорды окр достигается, когда она проходит через центр окр $\Longrightarrow$ $\max K_1L = 4$ $\Longrightarrow$ Коза пойдёт по направлению вектора $\vec{VO_2}$ и пройдёт 4 метра

Ответ: 4 метра

№5

Раскладка кубика: Кол-во жуков на одной грани после подкидывания K



Оценка:

Допустим Kmax оказалась на грани x, тогда на этой грани не может быть как минимум $x + 7 - x$ (~~x~~ жуков (противоположная грань не доберется, а с этой все сбегут), что равняется 7

Значит $K_{max} = 21 - 7 = 14$

Пример

Все жуки с граней 2; 3; 5 и 4 сползлись в 1, а $2+3+5+4=14$

~~Ответ: 14~~ Чистовик 4

Ответ: 14

№6

20 уч. 100 задач.

~~Минимально количество рёбер исходящих от задач ровно 10 + 99·9 (ведь если у нас будет хоть на 1 ребро меньше, то либо не будет вершины со степенью 10 ⟹ условие не выполнится либо будет 1 вершина со степ хотя бы 1 вершина со степенью 8 ⟹ 1 ребро направленное к 10 м,~~

Минимальное количество рёбер, исходящих от задач ровно $10+99\cdot 9$ (если будет меньше, то мы не сможем ~~нат~~ точно найти вершину со степенью хотя бы 10 по теореме о зайцах и клетках)

Минимальное количество рёбер, исходящих от учеников ровно $19n + n+1$ (иначе условие не выполнилось бы)

$$20n + 1 = 10 + 99\cdot 9.$$

$$20n = 9 + 99\cdot 9$$

$$n_{min} = \frac{100\cdot 9}{20} = 45$$

Ответ: $n_{min} = 45$

№7

Вначале поставим блоки (1), на место, где поставлен блок нельзя класть пальцы

~~Черновик~~

5

·П·П·П·П·П·П·П·П·П·П·

Максимум блоков, которые мы можем поставить — 6 (если будет больше, то $2(11-6-K) < 10$, что невозможно) Рассмотрим количество вариантов расстановки блоков:

Кол-во блоков	Кол-во вариантов блоков
1	11
2	$\frac{11\cdot 10}{2!} = 11\cdot 5 = 55$
3	$\frac{11\cdot 10\cdot 9}{3!} = 55\cdot 3$
4	$\frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{4!} = 55\cdot 6$
5	$\frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{5!} = 66\cdot 7$
6	$\frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{6!} = 66\cdot 7$

~~Общее кол-во вариантов их расстановки равно:~~

~~$11(1+5+15+30+42+42) = \cancel{11\cdot 115}\ 11\cdot 125$~~

0 блоков быть не может, так как всего 10 пальцев.

Чистовик

6

Кол-во блоков	Кол-во вариантов пальцев
1	1 (везде по одному)
2	9 (один по два)
3	$\frac{8\cdot 7}{2!}$ (два по два) = 28
4	~~8·7~~ $\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3!}$ (три по два) = 35
5	$\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4!}$ (четыре по два) = 15
6	$\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5!}$ (пять по два) = 1

Общее кол-во вариантов пальцев и блоков равно:

$(11\cdot 1 + 55\cdot 9 + 55\cdot 3\cdot 28 + 55\cdot 6\cdot 35 + 66\cdot 7\cdot 15 + 66\cdot 7)2 = 22(1 + 45 + 15\cdot 28 + 30\cdot 35 + 42\cdot 35 + 42) = 22(88 + 15\cdot 28 + 30\cdot 35 + 42\cdot 35)$

Мы умножили на 2, так как симметричные расстановки считаются различными

Ответ: $22(88 + 15\cdot 28 + 30\cdot 35 + 42\cdot 35)$

Чистовик