0 118965 200004

11-89-65-20
(162,7)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11

Место проведения Санкт-Петербург
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Галкина Дмитрия Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Гал

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
11-89-65-20	70	+	+	+	±	+	0	0	0

11-89-65-20 (162.7)

Черновик

70 (семьдесят) Марков Рыбин

№1

$4x^2-12x+9=(2x-3)^2$

$|2x-3|+|x-3|+2-x=|\sqrt{2}+1|-|\sqrt{2}-1|=$

$-(x-2)\geq 0,\ x-2\leq 0,\ \underline{x\leq 2}$ $\quad = \cancel{\sqrt{2}}+1-\cancel{\sqrt{2}}+1$

$2-x$

$3+\sqrt{8}=3+2\sqrt{2}=(\sqrt{2}+1)^2$

$|2x-3|+|x-3|=x,$

$x=\frac{3}{2}$ $\quad x=3$

$x\in(-\infty;\frac{3}{2})$: $3-2x+3-x=x,\ 6=4x,\ x=\frac{3}{2};$

$x\in[\frac{3}{2};2]$: $2x-\cancel{3}+\cancel{3}-x=x,\ \underline{x\in[\frac{3}{2};2]}$

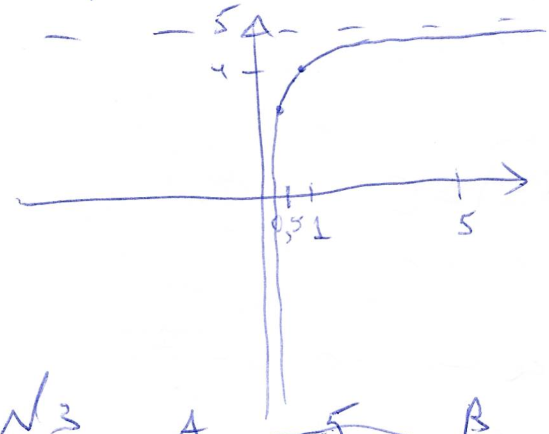
№2

$x>0 \quad a>0$

$3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x=3^{5-\frac{1}{x}}+\sin(-4^x)$

$f(x)=5-\frac{1}{x}$

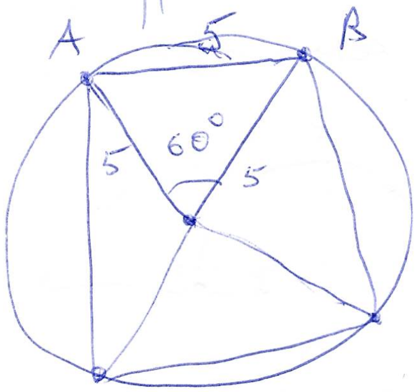
$a\leq 3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x$

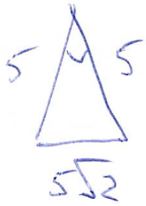


$3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x<3^5-\sin 4^x\leq$

$\leq 3^5+1=243+1=\underline{244}$

№3





~~cos~~ 17

$360°-60°-60°-90°=$

$=150°$

$\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5(\sin 60°+\sin 60°+\sin 90°+\sin 150°)=$

$=\frac{25}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+1+\frac{1}{2}\right)=\frac{25}{2}\left(\sqrt{3}+\frac{3}{2}\right)=\frac{25\sqrt{3}}{2}+\frac{25}{4}$

№4 Черновик

$t=\pi x$:

$\sin^3 t - \sin^3 2t + \sin^3 4t = (\sin t - \sin 2t + \sin 4t)^3$,

$a^3+b^3+c^3=(a+b+c)^3$, $(a+b+c)(a+b+c)$,

[illegible]

$t\in\left[\frac{3\pi}{10};\frac{8\pi}{5}\right]$

$(a-b+c)(a-b+c)(a-b+c) = (a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac)(a-b+c) =$

$= (a^3 - ab + a^2c + ab^2 - b^3 + b^2c + ac^2 - bc^2 + c^3 - 2a^2b + 2ab^2 - 2abc -$

$- 2abc + 2b^2c - 2bc^2 + 2a^2c - 2abc + 2ac^2) =$

$= a^3 - b^3 + c^3 - 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc^2 - 6abc$

$-a^2b + a^2c + ab^2 + b^2c + ac^2 - bc^2 - 2abc = 0$,

№5

$f_1(-a_1)=0$,

~~1) если $a_1=a_2$~~

Заметим, что $a_1\ne a_2$, $a_2\ne a_3$, $a_1\ne a_3$, ~~иначе~~ т.к.

$f_1(0)=6a_1$, $f_2(0)=8a_2$, $f_3(0)=12a_3$

$a_2=\frac{6}{8}a_1=\frac{3}{4}a_1$; $a_3=\frac{1}{2}a_1$

$f_1(-a_1)=0$ $\quad \ne 0 \quad$ $f_3(-\frac{1}{2}a_1)=0$ $\quad$ $\frac{1}{2}a_1^2=8$, $a_1=4$

$f_2(-a_1)=(-a_1+\frac{3}{4}a_1)(a_1^2-a_1b_1+6)=0$,

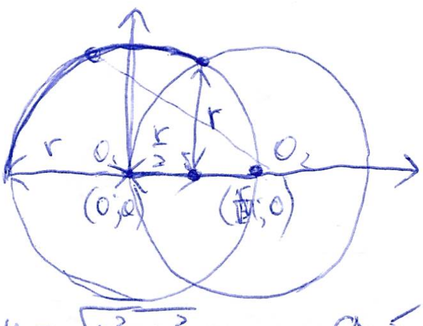
~~$f_3(-a_1)$~~ $x^2+b_2x+8=0$ имеет корни $-a_1$ и $-\frac{1}{2}a_1$, т.о.

$b_2=\frac{3}{2}a_1$; x^2+b_1x+6 имеет корни $-\frac{1}{2}a_1$ и $-\frac{3}{4}a_1$, т.о.

$b_1=\frac{5}{4}a_1$;

№6

$\frac{1}{2+\sqrt{2}}=\frac{2-\sqrt{2}}{4-2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$



O_1: $x^2+y^2=r^2$, $a^2+y^2=r^2$, $y=\sqrt{r^2-a^2}$ $\quad a<\frac{r}{2}$

O_2: $(x-r)^2+y^2=r^2$,

$f(x)$ ~~=~~ Начинает в $A(a;\sqrt{r^2-a^2}) \to (\frac{r}{2};0)$

Черновик

№6

$(AO_2): \frac{x-a}{r-a} = \frac{y-\sqrt{r^2-a^2}}{0-\sqrt{r^2-a^2}}$, $-\sqrt{r^2-a^2}\cdot(x-a) = (r-a)(y-\sqrt{r^2-a^2})$,

$-\sqrt{r-a}\cdot\sqrt{r+a}$

$-\sqrt{r+a}(x-a) = \sqrt{r-a}\cdot(y-\sqrt{r^2-a^2})$,

$-\sqrt{r+a}\cdot x + a\cdot\sqrt{r+a} = \sqrt{r-a}\cdot y - (r-a)\cdot\sqrt{r+a}$,

$\sqrt{r+a}\cdot x + \sqrt{r-a}\cdot y - r\cdot\sqrt{r+a} = 0$,

$y = \frac{r\cdot\sqrt{r+a} - x\cdot\sqrt{r+a}}{\sqrt{r-a}} = \frac{\sqrt{r+a}}{\sqrt{r-a}}\cdot(r-x)$,

$x^2 - 2xr + \cancel{r^2} + y^2 = \cancel{r^2}$, $x^2 - 2xr + \frac{r+a}{r-a}\cdot(r^2-2xr+x^2) = 0$,

$(x^2-2xr)(r-a) + (r+a)\cdot(r^2-2xr+x^2) = 0$,

$\cancel{x^2}\cdot r - \cancel{x^2}a - 2xr^2 + \cancel{2xar} + r^3 - 2xr^2 + \cancel{x^2}r + ar^2 - \cancel{2axr} + \cancel{ax^2} = 0$,

$2x^2\cdot r - 4xr^2 + (r^3+ar^2) = 0$, $\frac{4r^2+2r^2-2ar-4r\sqrt{}}{4}$

$2x^2 - 4xr + (r^2+ar) = 0$,

$x = \frac{2r\pm\sqrt{4r^2-2r^2-2ar}}{2} = \frac{2r\pm\sqrt{2r^2-2ar}}{2}$ $\sqrt{(r-a)\cdot 2r(r+a)}$

$y = \frac{\sqrt{r+a}}{\sqrt{r-a}}\left(r - \frac{2r-\sqrt{2r(r-a)}}{2}\right) = \frac{\sqrt{r+a}}{\sqrt{r-a}}\cdot\left(\frac{\sqrt{2r}\cdot\sqrt{r-a}}{2}\right) =$

$= \frac{\sqrt{2r^2+2ar}}{2}$, $B\left(\frac{2r-\sqrt{2r^2-2ar}}{2}; \frac{\sqrt{2r^2+2ar}}{2}\right)$

$\sqrt{\left(a-\frac{2r-\sqrt{2r^2-2ar}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{r^2-a^2}-\frac{\sqrt{2r^2+2ar}}{2}\right)^2} =$

$= \sqrt{a^2 - a(2r-\sqrt{2r^2-2ar}) + \frac{3r^2-ar-2r\sqrt{2r^2-2ar}}{2} + r^2 - a^2 + \frac{r^2+2ar}{2} -}$

Чистовик (1/4).

№1

Заметим, что $\sqrt{4x^2-12x+9}=\sqrt{(2x-3)^2}=|2x-3|$ и $\sqrt{x^2-6x+9}=\sqrt{(x-3)^2}=|x-3|$, тогда уравнение определено при $-x+2\geq 0$, $x\leq 2$:

$(\sqrt{2-x})^2=2-x$. Т.о. имеем уравнение:

$\left(\sqrt{3+\sqrt{8}}=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}=|\sqrt{2}+1| \text{ и } \sqrt{3-\sqrt{8}}=|\sqrt{2}-1|\right)$

$|2x-3|+|x-3|+2-x=|\sqrt{2}+1|-|\sqrt{2}-1|$,

$|2x-3|+3-x+\cancel{2}-x=\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{1}-\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{1}$, $|2x-3|=2x-3$, что верно при $2x-3\geq 0$, $x\geq \frac{3}{2}$. Тогда с учётом $x\leq 2$: $x\in[1,5;2]$.

Ответ: $[1,5;2]$.

№2

$3^{5-\frac{1}{x}}\geq a+\sin 4^x \Leftrightarrow a\leq 3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x$. Определим максимальное значение $3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x$ при $x>0$: Понятно, что $3^{5-\frac{1}{x}}<3^5=243$ и $\lim\limits_{x\to+\infty}3^{5-\frac{1}{x}}=3^5$, но $\sin 4^x$ же не является монотонной функцией, $\sin 4^x\in[-1;1]$, при этом, как известно, $\lim\limits_{x\to+\infty}\sin x$ не существует, т.к. в окрестности $+\infty$ $\sin 4^x\in[-1;1]$, но тогда $3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x$ в окрестности $+\infty$ принимает значения $[242;244)$, откуда при $a=244$ неравенство $a\leq 3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x$ не имеет ни одного решения $x>0$ (Тогда понятно, что $(3^{5-\frac{1}{x}}-\sin 4^x)\in(-\infty;244)$ при $x>0$).

Ответ: 244.

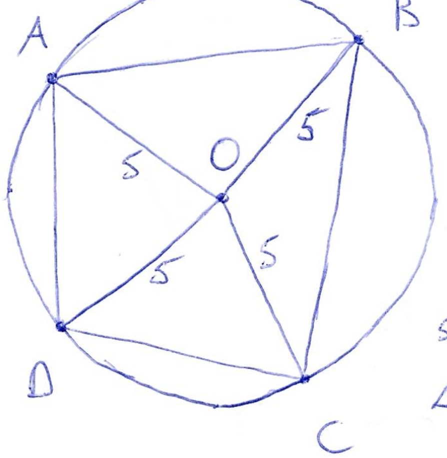
№3

Пусть имеем четырёхугольник ABCD, вписанный в окружность с центром O. Проведём отрезки AO, BO, CO и DO, длина каждого из которых равна 5 - радиус.

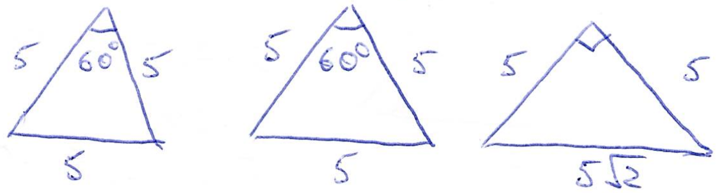
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик (2/4)

№3



Какие-то 3 из сторон AB, BC, CD и AD равны 5, 5 и $5\sqrt{2}$ в каком-то порядке. Но тогда имеем треугольники



Отмеченные углы - это какие-то из углов AOB, BOC, COD и DOA но $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA = 360°$, тогда если 3 угла известны, то четвёртый равен $360° - 60° - 60° - 90° = 150°$. При этом $S(ABCD) = S(ABO) + S(BOC) + S(COD) + S(DOA) = \frac{1}{2}\cdot 5^2 \cdot (\sin \overset{\frown}{AOB} + \sin \overset{\frown}{BOC} + \sin \overset{\frown}{COD} + \sin \overset{\frown}{DOA}) =$

$= \frac{1}{2}\cdot 5^2 \cdot (\sin 60° + \sin 60° + \sin 90° + \sin 150°) =$

$= \frac{25}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{25}{2}\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) = \frac{50\sqrt{3}+75}{4}$.

Ответ: $\frac{50\sqrt{3}+75}{4}$.

№5

Заметим, что $f_1(0) = f_2(0) = f_3(0) \Leftrightarrow 6a_1 = 8a_2 = 12a_3$, т.о. $a_2 = \frac{3}{4}a_1$ и $a_3 = \frac{1}{2}a_1$. Тогда заметим, что $f_2(-\frac{3}{4}a_1) = 0$ и $f_3(-\frac{1}{2}a_1) = 0$, тогда имеем систему:

$$\begin{cases} f_1(-\frac{3}{4}a_1) = 0, \\ f_1(-\frac{1}{2}a_1) = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}\overset{\neq 0}{a_1} \cdot ((-\frac{3}{4}a_1)^2 - \frac{3}{4}a_1 \cdot b_1 + 6) = 0, \\ \frac{1}{2}\overset{\neq 0}{a_1} \cdot ((-\frac{1}{2}a_1)^2 - \frac{1}{2}a_1 \cdot b_1 + 6) = 0, \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow -\frac{3}{4}a_1$ и $-\frac{1}{2}a_1$ - корни $x^2 + b_1x + 6 = 0$, тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} \frac{5}{4}a_1 = b_1, \quad a_1 > 0 \\ \frac{3}{8}a_1^2 = 6, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \quad \cancel{a_1 = 16} \\ b_1 = 5 \quad \cancel{b_1 = 20}, \end{cases} \Rightarrow a_2 = 3,\ a_3 = 2 \quad \cancel{a_2 = 12},\ \cancel{a_3 = 8},$$

т.о. имеем (см. след. чистовик)

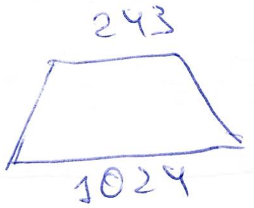
~~Чистовик (3)~~ Черновик

№5

$\cancel{f_1(x)=(x+16)\cdot(x^2+20x+6)},$

$\cancel{f_2(x)=(x+12)(x^2+b_2x+8)},$

$f_3(x)=(x+8)$

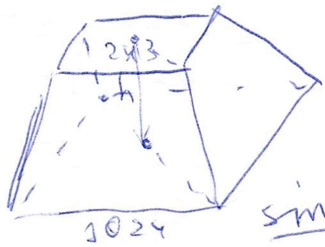


1458; 6144

$2\cdot729;\ 2\cdot3072$

~~2·244~~

$6\cdot243;\ 6\cdot1024$



$\sin t=0,$

$\cos^3 t=a$

$\sin 4t=2\sin 2t\cdot\cos 2t=$

$=4\sin t\cdot\cos t\cdot\cos 2t,$

№4

$\cancel{\sin^3 t}-8\cdot\cancel{\sin^3 t}\cdot\cos^3 t+64\cancel{\sin^3 t}\cdot\cos^3 t\cdot\cos^3 2t$

$\cancel{1-8a+64\cdot a(}\quad 1-8a^3+64a^3(8a^6-12a^4+6a^2-1)$ $\boxed{\cos t=a}$

$(2\cos^2 t-1)^3=8\cos^6 t-12\cos^4 t+6\cos^2 t-1$

$1-2\cos t+8\sin t\cos 4\cos t(2\cos^2 t-1)=$ $\quad 64\cdot6-24\cdot36=$

$=8\cdot6(8-3\cdot6)=$

$=8\cos^3 t-6\cos t+1$

$(8a^3-6a+1)^3=\cancel{8^3\cdot a^9}-\cancel{216a^3}+\cancel{1}+3\cdot64a^6(-6a)+3\cdot\cancel{8a^3}\cdot36a^2+$

$=8\cdot6(-10)$

$+3\cdot\cancel{64a^6}+3\cdot\cancel{8a^3}+3\cdot36a^2+3(-6a)+6\cdot\cancel{8a^3}(-6a)=$

$=\cancel{1}-8a^3+\cancel{8^3\cdot a^9}-64\cdot12\cdot a^7+64\cdot6\cdot a^3\cdot a^2-64a^3$

$-18\cdot64a^7+3\cdot64a^6+24\cdot36a^5-36\cdot8a^4-216a^3+24a^3+3\cdot36a^2-18a=$

$=-64\cdot12a^7+64\cdot6\cdot a^5-72a^3$

$6\cdot64a^7-3\cdot64a^6-8\cdot6\cdot10a^5+36\cdot8a^4+\cancel{144a^3}\,120a^3-3\cdot36a^2+18a=0,$

$64a^7-32a^6-80a^5+48a^4+20a^3-18a^2+3a=0,$

	64	−32	−80	48	20	−18	3
$\frac{1}{8}$	64	−24					

Чистовик (3/4).

№5

$f_1(x)=(x+4)(x^2+5x+6)$,

$f_2(x)=(x+3)(x^2+b_2x+8)$,

$f_3(x)=(x+2)(x^2+b_3x+12)$,

тогда $f_1(1)=5\cdot(1+5+6)=60$, $f_2(1)=4(9+b_2)$ и $f_3(1)=3\cdot(13+b_3)$, откуда имеем систему:

$$\begin{cases}4(9+b_2)=60,\\3(13+b_3)=60,\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9+b_2=15,\\13+b_3=20,\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b_2=6,\\b_3=7,\end{cases}$$ тогда

$a_1+b_1+a_2+b_2+a_3+b_3=4+3+2+5+6+7=10+10+7=$
$=27$.

Ответ: 27.

№4

Пусть $t=\pi x$, уравнение принимает вид:

$\sin^3 t-\sin^3 2t+\sin^3 4t=(\sin t-\sin 2t+\sin 4t)^3$,

$\sin 2t=2\sin t\cdot\cos t$; $\sin 4t=4\sin t\cdot\cos t\cdot\cos 2t$,

$\sin^3 t-8\sin^3 t\cdot\cos^3 t+64\sin^3 t\cdot\cos^3 t\cdot\cos^3 2t=$
$=\sin^3 t\cdot(1-2\cos t+4\cos t\cdot\cos 2t)^3$,

При $\sin^3 t\neq 0$:

$1-8\cos^3 t+64\cos^3 t\cdot\cos^3 2t=(1-2\cos t+4\cos t\cdot\cos 2t)^3$

пусть $a=\cos t\in[-1;1]$, тогда уравнение принимает вид: $1-8a^3+64a^3(2a^2-1)^3=(1-2a+4a(2a^2-1))^3$,

$1-8a^3+64a^3\cdot(8a^6-12a^4+6a^2-1)=(8a^3-6a+1)^3$

$\cancel{1}-8a^3+\cancel{8^3a^9}-64\cdot12\cdot a^7+64\cdot6a^5-64a^3=\cancel{8^3a^9}-216a^3+\cancel{1}+$
$+3\cdot64\cdot a^6(-6a)+3\cdot8a^3\cdot36a^2+3\cdot64a^6+3\cdot8a^3+3\cdot36a^2+3(-6a)+$
$+6\cdot8a^3\cdot(-6a)$,

$6\cdot64a^7-3\cdot64a^6-8\cdot6\cdot10a^5+36\cdot8a^4+120a^3-3\cdot36a^2+18a=0$,

$a(64a^6-32a^5-80a^4+48a^3+20a^2-18a+3)=0$, подберём очевидные корни:

	64	−32	−80	48	20	−18	3
$\frac{1}{2}$	64	0	−80	8	24	−6	0
$\frac{1}{2}$	64	32	−64	−24	12	0	

см. след. чистовик

Черновик

64 −32 −80 48 20 −18 3

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ 64 0 −80 8 24 −6 0

$\frac{1}{2}$ 64 32 −64 −24 12 0

~~$\frac{1}{2}$ 64 64 −32 −40~~

$-\frac{1}{2}$ 64 0 −64

$64a^4+32a^3-64a^2-24a+12=0$,

$16a^4+8a^3-16a^2-6a+3=0$,

16 8 −16 −6 3

~~$\frac{\sqrt{2}}{2}$ 16~~

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ 16 $(8\sqrt{3}+8)$ $(4\sqrt{3}-4)$ $-2\sqrt{3}$ 0

~~$\frac{\sqrt{3}}{2}$ 16 $(16\sqrt{3}+8)$ $(20+8\sqrt{3})$~~

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 16 8 −4 0

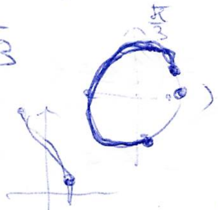
$(8-4\sqrt{2})$ $\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$8a^3=60$, $a^2=\frac{6}{8}=\frac{12}{16}$

$12+4\sqrt{3}$

$(6-2\sqrt{3})$

$6-2\sqrt{3}$



$24+4\sqrt{3}$

$16a^3+(8\sqrt{3}+8)a^2+(4\sqrt{3}-4)a-2\sqrt{3}=0$

$\cos 2\alpha = 1-2\sin^2\alpha$ $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$16a^2+8a-4=0$, $4a^2+2a-1=0$, $a=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}$

$6+2\sqrt{5} \gtrless 8$,

$\frac{1}{2}>\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ (1) $>\frac{2-1}{4}=\frac{1}{4}$ $4-2\sqrt{2}\gtrless 3-\sqrt{5}$, $\frac{2\pi}{5}$ $\sqrt{5} \gtrless 2$

$2\pi-\arccos\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)\gtrless 1{,}6\pi$ $1+\sqrt{5}\gtrless 2\sqrt{2}$

72^0 $\frac{3{,}2-1}{4}$

~~$\arccos\frac{\sqrt{5}-1}{4}$~~ $0{,}4\pi \gtrless \arccos\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

$\cos 72^0$

$\cos\frac{2\pi}{5}=$

$\cos 75^0=\sin 15^0=\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}=\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{8}}=$

$=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} < \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, $\sqrt{6}-\sqrt{2}\gtrless\sqrt{5}-1$,

$8-4\sqrt{3}\gtrless 6-2\sqrt{5}$, $2+2\sqrt{5}\gtrless 4\sqrt{3}$, $1+\sqrt{5}\gtrless 2\sqrt{3}$,

$6+2\sqrt{5}\gtrless 12$, $2\sqrt{5}\gtrless 6$, $\sqrt{5} < 3$ $\cos 67{,}5^0=\sin 22{,}5^0=$

$=\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\gtrless\frac{\sqrt{5}-1}{4}$, $\frac{2-\sqrt{2}}{4}\gtrless\frac{6-2\sqrt{5}}{16}$

Чистовик (4/4).

№4

	64	32	-64	-24	12	0
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	64	$(32+32\sqrt{3})$	$(16\sqrt{3}-16)$	$-8\sqrt{3}$	0	
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	64	32	-16	0		

$64a^2+32a-16=0 \Leftrightarrow 4a^2+2a-1=0,$

$a=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}$, т.о. имеем:

$$\left[\begin{array}{l} \sin^3 t=0, \\ \cos t=0, \\ \cos t=\frac{1}{2}, \\ \cos t=\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos t=-\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos t=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}, \\ \cos t=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}, \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\pi k, \\ t=\frac{\pi}{2}+\pi k, \\ t=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k, \\ t=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k, \\ t=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k, \\ t=\pm\arccos\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)+2\pi k, \\ t=\pm\arccos\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{4}\right)+2\pi k, \end{array}\right.$$ где $k\in\mathbb{Z}$

$x\in[0,3;1,6] \Leftrightarrow t\in[0,3\pi;1,6\pi]$. Тогда поочерёдно берём корни из совокупности:

$t\in\left\{\pi;\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2};\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6};\frac{7\pi}{6};+\arccos\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right);\right.$

$\left.2\pi-\arccos\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right);\arccos\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right\},$

$\frac{\sqrt{5}-1}{4}<\frac{1}{2} \Rightarrow \arccos\frac{\sqrt{5}-1}{4}>\arccos\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3}>0,3\pi;$

Тогда $x\in\left\{1;\frac{1}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{3};\frac{5}{6};\frac{7}{6};\frac{\arccos\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)}{\pi};2-\frac{\arccos\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)}{\pi};\right.$

$\left.\frac{\arccos\frac{\sqrt{5}-1}{4}}{\pi}\right\}.$

Ответ: $\left\{\frac{1}{3};\frac{\arccos\frac{\sqrt{5}-1}{4}}{\pi};\frac{1}{2};\frac{5}{6};\frac{\arccos\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)}{\pi};\right.$

$\left.1;2-\frac{\arccos\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)}{\pi};\frac{7}{6};\frac{3}{2}\right\}.$